Approfondissement
Energétique des bâtiments et confort

Département Génie Civil

Ecole des Ponts ParisTech

Thermique, 1 Conduction

Bruno PEUPORTIER
ParisTech

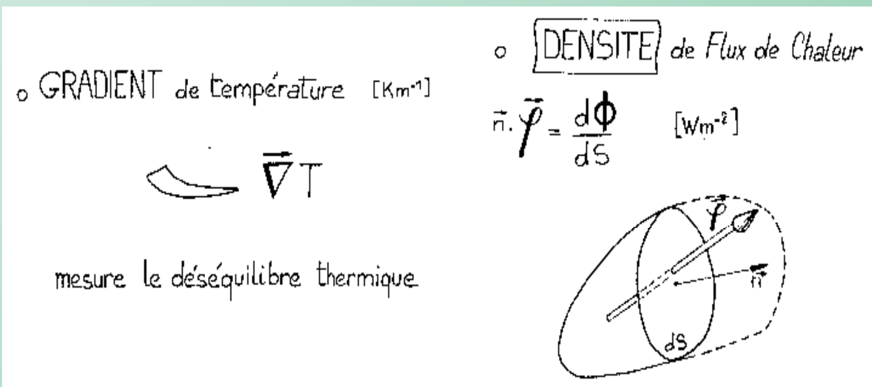
Thermique, objectifs et définitions

- **Objectifs : prévoir les échanges de chaleur et les évolutions de température, dans l'espace et dans le temps**
- **Température : variable d'état, intensive, si T(S1) = T(S2), T(S1 U S2) = T(S1) = T(S2), liée à l'agitation des particules, unité : K = température du point triple de l'eau / 273.16**
- **Chaleur : énergie échangée (J), variable extensive, Q(S1 U S2) = Q(S1) + Q(S2)**
- **Flux de chaleur : puissance (W)**

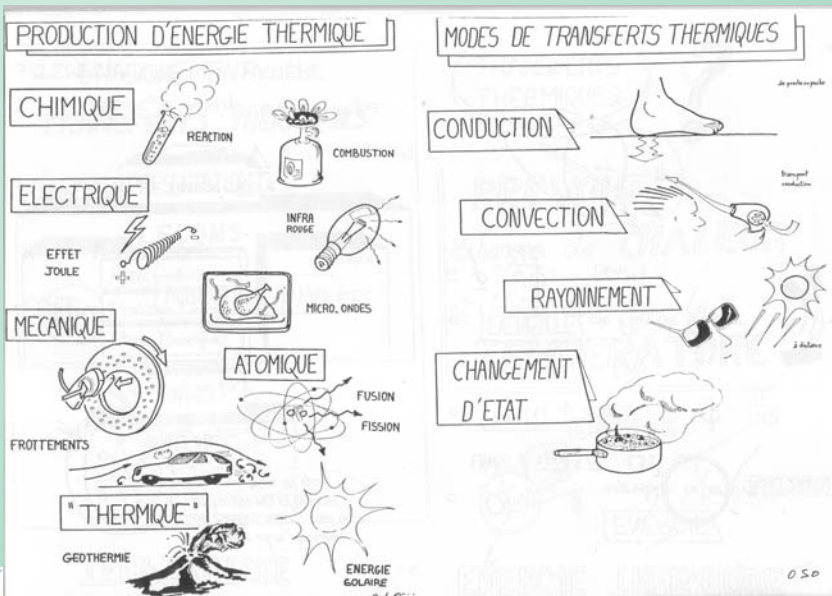
1

Définitions, suite

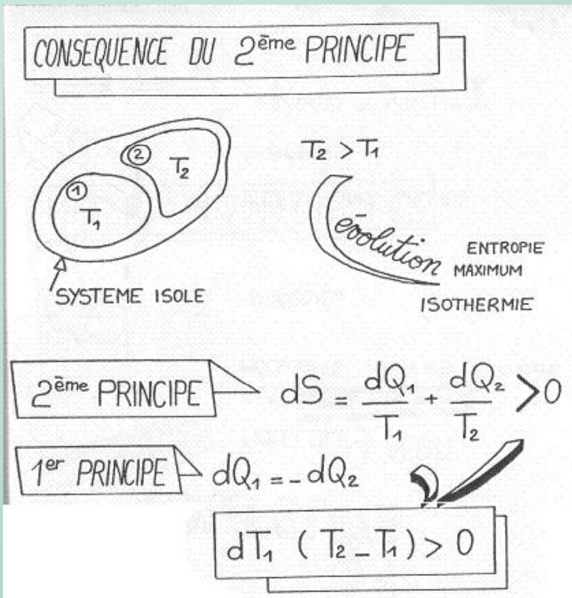
- **Densité de flux de chaleur : W/m²**
- **Gradient de température**



Production et transfert de chaleur

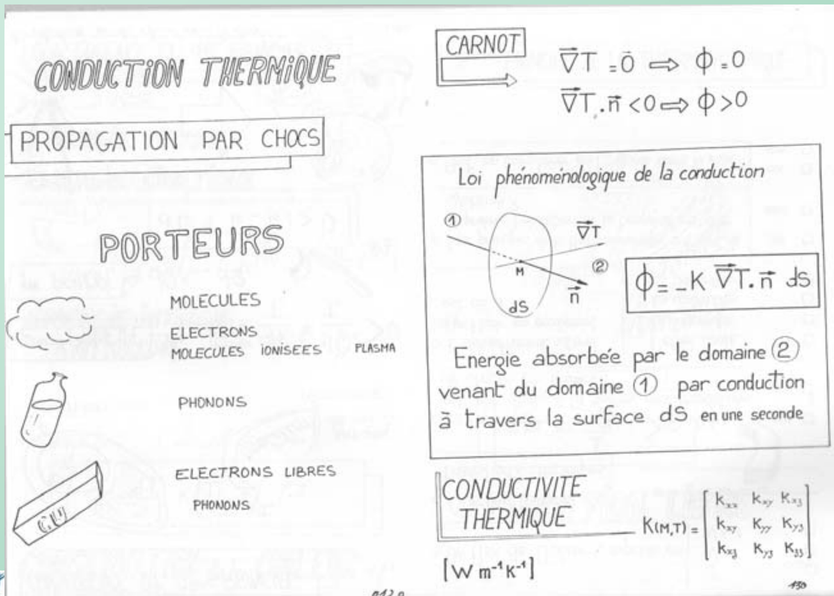


Thermique et thermodynamique



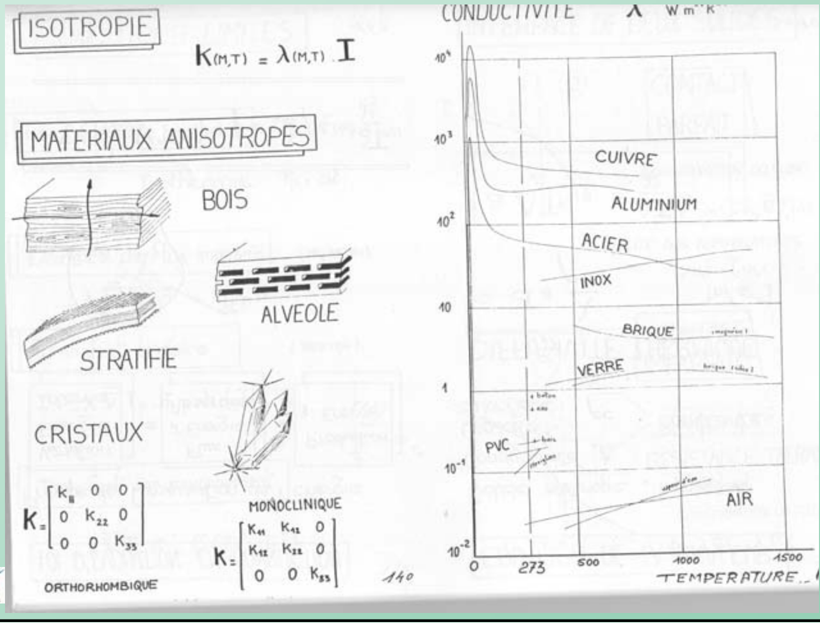
4

Conduction



5

Propriétés des matériaux



Equation de la chaleur

LOI D'EVOLUTION EN CONDUCTION

Principe de Conservation de l'Energie

Variation Energie Interne = Flux d'Energie Absorbée + Production d'Energie

$$\vec{\nabla}\left(K_{(M,t)}\vec{\nabla}T_{(M,t)}\right) + p_{(M,t)} = \rho c_{(M,t)} \frac{\partial T_{(M,t)}}{\partial t}$$

EQUATION DE LA CHALEUR

Solide isotrope, homogène

Conductivité λ
Capacité calorifique ρc } constantes

DIFFUSIVITE THERMIQUE

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad [m^2 s^{-1}]$$

$$a\,\Delta T_{(M,t)} = \frac{\partial T_{(M,t)}}{\partial t}$$

Conditions aux limites

CONDITIONS LIMITES

Température imposée $T_p = f(M_p, t)$

(DIRICHLET)

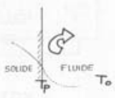
Isothermie $T_p = c^{st}$

Densité de flux imposée (NEUMANN)

$$-\lambda \vec{\nabla} T_p \cdot \vec{n} = f(M_p, t)$$

Transfert linéaire (NEWTON)

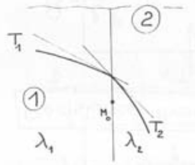
$$-\lambda \vec{\nabla} T_p \cdot \vec{n} = h\,(T_p - T_0)$$



Transfert par rayonnement

$$-\lambda \vec{\nabla} T_p \cdot \vec{n} = F_{\sigma}\,(T_p^4 - T_p'^4)$$

INTERFACE DE DEUX SOLIDES



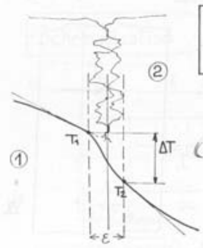
CONTACT PARFAIT

CONSERVATION DU FLUX

$$\lambda_1 \vec{\nabla} T_{1(M_0)} = \lambda_2 \vec{\nabla} T_{2(M_0)}$$

EGALITE DES TEMPERATURES

$$T_{1(M_0)} = T_{2(M_0)}$$



CONTACT IMPARFAIT

$$R\,\phi = \Delta T$$

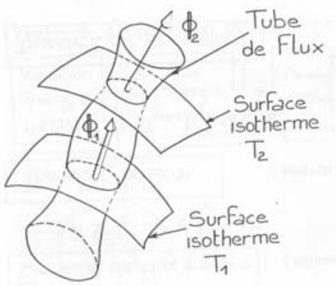
RESISTANCE THERMIQUE de contact

CONSERVATION DU FLUX

$$\phi = \lambda_1 \vec{\nabla} T_1 = \lambda_2 \vec{\nabla} T_2$$

Régime permanent, exemple du mur plan

REGIME PERMANENT

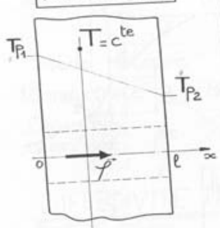


$$\phi = \phi_1 = \phi_2 \qquad R = \frac{T_1 - T_2}{\phi}$$

RESISTANCE THERMIQUE

- 200 -

MUR PLAN



$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} = 0$$

$$T(0) = T_{P_1}$$

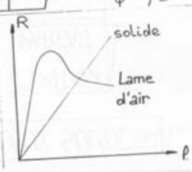
$$T(\ell) = T_{P_2}$$

Solution $\quad T(x) = T_{P_1} + \dfrac{T_{P_2} - T_{P_1}}{\ell}\,x$

$$\vec{\varphi} = \lambda\,\frac{T_{P_1} - T_{P_2}}{\ell}\,\vec{x}$$

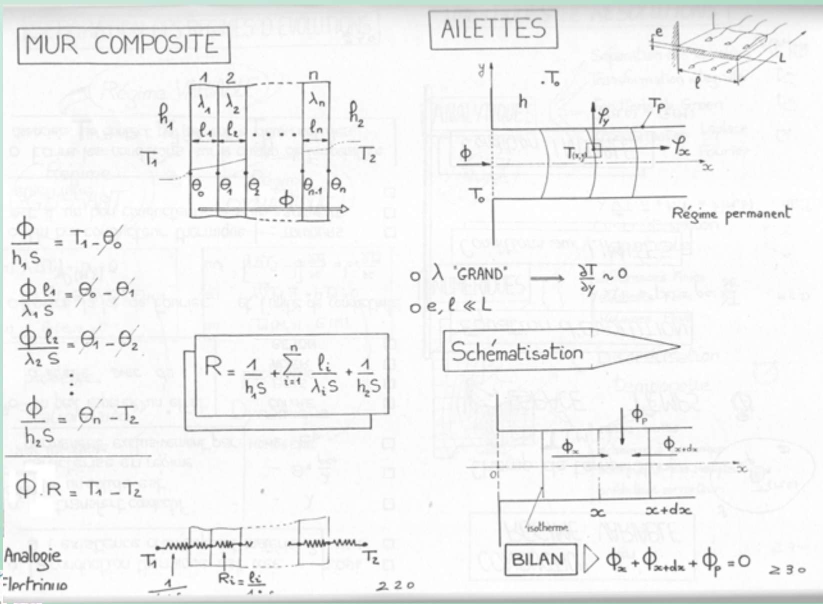
Resistance thermique $\quad R = \dfrac{\Delta T}{\phi} = \dfrac{\Delta T}{\varphi S}$

$$R = \frac{\ell}{\lambda S}$$



- 210 -

Mur composite



Efficacité d'une ailette (exemple : balcon)

$$-\lambda S.\frac{dT}{dx}\Big|_x + \lambda S.\frac{dT}{dx}\Big|_{x+dx} + h.Pdx.[T_e - T(x)] = 0$$

Soit : $\lambda S.\frac{d^2T}{dx^2} - h.P.[T(x) - T_e)] = 0$ P : périmètre de la section

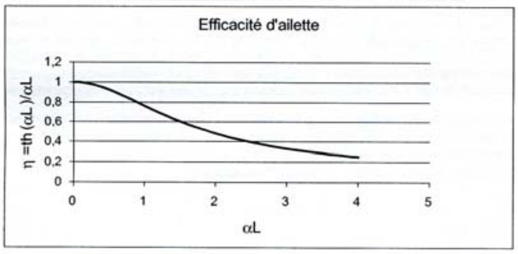
On pose $\alpha^2 = hP/\lambda S$

$$\frac{T(x) - T_e}{T_0 - T_e} = \frac{ch(\alpha.(L-x))}{ch(\alpha L)}$$ L : longueur de l'ailette

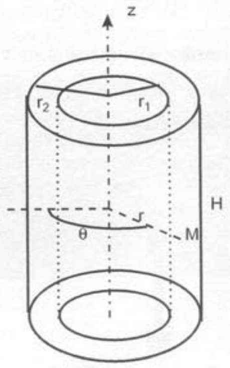
$$\Phi = -\lambda S.\frac{dT}{dx}\Big|_{x=0} = \sqrt{\lambda hPS}.(T_0 - T_e)th(\alpha L)$$

$$\Phi_{idéal} = hPL.(T_0 - T_e)$$

L'efficacité d'une ailette cylindrique s'exprime donc par : $\eta = \frac{th(\alpha L)}{\alpha L}$



Couronne cylindrique



$$\Phi = 2\pi r H.(-\lambda \frac{dT}{dr}) = cste$$

donc

$$r.\frac{dT}{dr} = cste$$

L'intégration est immédiate et donne, en désignant par T_{P1} et T_{P2} les températures des deux faces :

$$T = \frac{T_{P1}-T_{P2}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\ln(r) + \frac{T_{P1}\ln(r_2)-T_{P2}\ln(r_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Résistance thermique d'une couronne cylindrique[17]

$$\Phi = 2\pi H\lambda \frac{T_{P1}-T_{P2}}{\ln(\frac{r_2}{r_1})} \quad \text{soit } R^m = \frac{\ln(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi H\lambda}$$

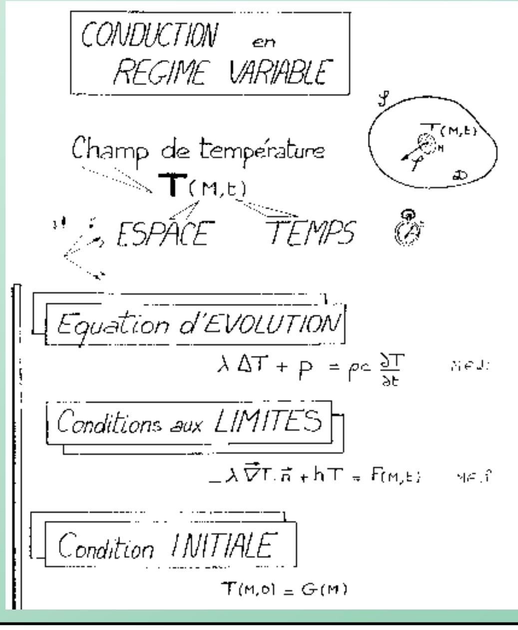
12

Exercice

- **Isolation autour d'un tuyau de 2 mm de diamètre intérieur et de 0.5 mm d'épaisseur**
- **Conductivité de l'isolant : 0.04 W/m/K**
- **Conductivité du tuyau : 50 W/m/K**
- **Échanges superficiels, côté eau : h = 200 W/m²/K, côté air : h' = 10 W/m²/K**
- **Calculer la résistance totale (sur une hauteur d'un m) pour différentes valeurs de l'épaisseur d'isolant (0 à 15 mm)**

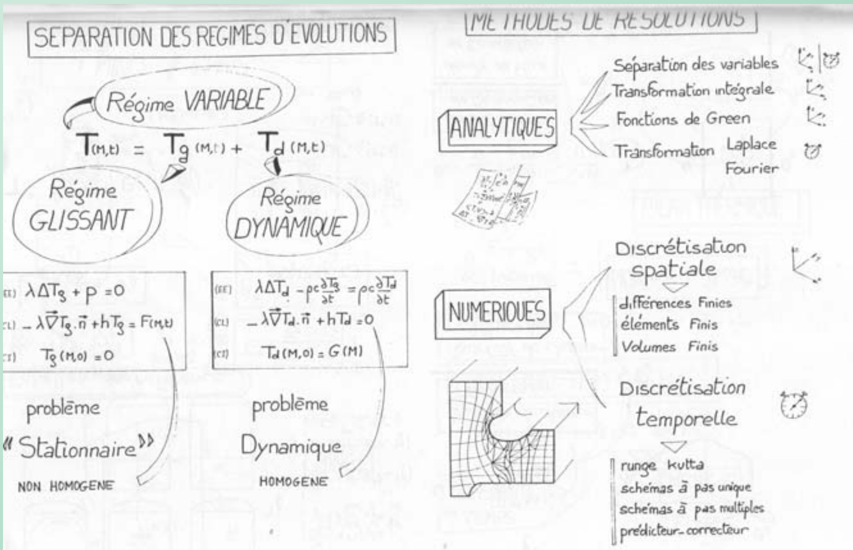
13

Conduction en régime variable



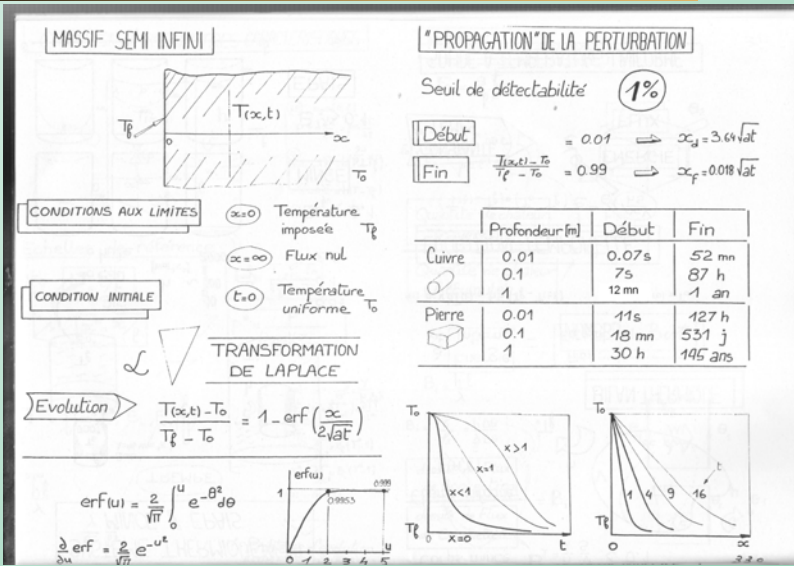
14

Méthodes de résolution

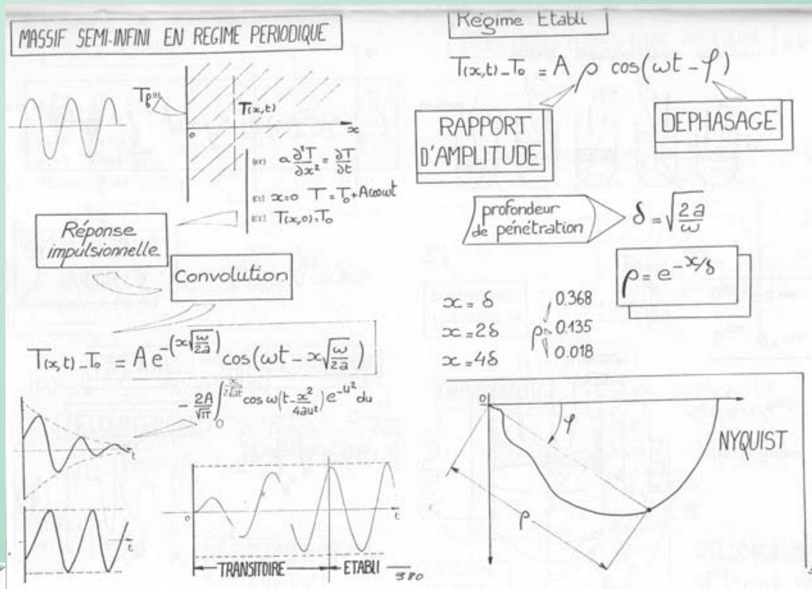


15

Massif semi-infini

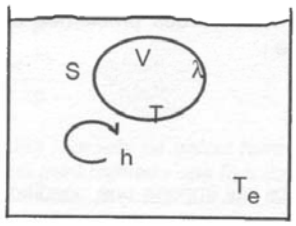


Sollicitation périodique



Milieu à température uniforme

morceau de métal initialement à température T_0



$$\rho c V \frac{dT}{dt} = hS.(T_e - T)$$

En posant : $\theta = T - T_e$ et $\theta_0 = T_0 - T_e$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \exp[-\frac{hS}{\rho c V}.t]$$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \exp[-t/\tau]$$

constante de temps $\tau = \rho cV/hS$

Grandeur électrique	Grandeur thermique
résistance [Ω]	résistance superficielle 1/hS [K/W]
Capacité [F]	capacité thermique ρcV [J/K]

18

Déperditions thermiques d'un bâtiment

- **Conduction, convection, rayonnement, échanges d'air**
- **Murs, sol, toit**
- **Ouvertures**
- **Ponts thermiques**
- **Ventilation et infiltrations d'air**
- **Fonction de la température intérieure (régulation, zonage) et du climat (latitude, altitude)**

19

Conductivité des matériaux

- Polystyrène

λ = 0.04 W/m/K

e = 4 cm

R (1 m²) = ?

- Béton

λ = 1,7 W/m/K

e= ?

> bois

λ = 0.15 W/m/K

e = ?

> verre

λ = 1 W/m/K, e= ?

> acier

λ = 50 W/m/K, e= ?

Résistances en série

- **Si plusieurs couches de matériaux**
- **Chaque couche i (1 m²) a une résistance Ri**
- **Résistances superficielles Rint et Rext**
- **Résistance totale R (1 m²) = Rint + Σ Ri + Rext**
- **Coefficient de déperdition thermique :**

U = 1 / R en W/m²/K

Surface A

déperditions = U . A . (Tint – Text), en W

Couches d'air

- Espace d'air entre 2 matériaux
- Résistance selon l'épaisseur de la lame d'air

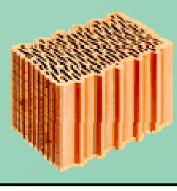
R = 0.11	0.13	0.14	0.15	0.16	m2.K / W
	0.7	0.9	1.1	1.3	épaisseur (cm)

- Matériaux non homogènes, R globale, par exemple :

  brique de 5 cm , R = 0.11 m2.K/W

  brique alvéolaire de 37.5 cm (« monomur »), R = 2.2 m2.K/W

  parpaing de 20 cm, R = 0.2 m2.K/W



Murs, sol et toitures

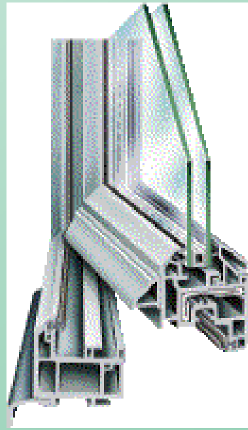
Murs	Up	Ap	Up . Ap
Sol	Us	As	Us . As
Toit	Ut	At	Ut . At
TOTAL			Σ (U . A)

- **Déperditions thermiques par transmission :**

$H_T = \Sigma (U \cdot A) \cdot (T_{int} - T_{ext})$ + fenêtres, portes et ponts thermiques

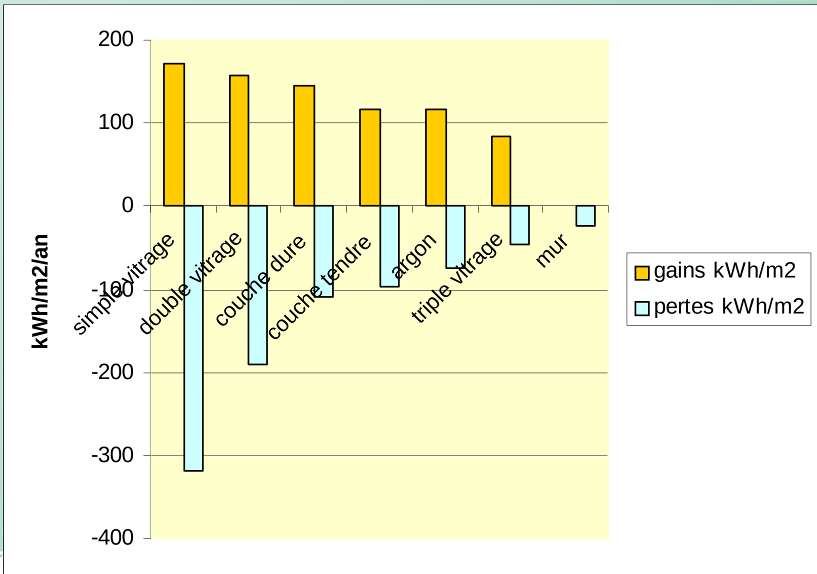
Portes et fenêtres

- Simple vitrage : Uv = 5.5 W/m2/K
- Double vitrage : Uv = 3.3 W/m2/K
- + couche à basse émissivité : Uv=1.8 W/m2/K
- + lame d'argon : Uv = 1.1 W/m2/K
- Cadre en bois : U = 2.4 W/m2/K
- Cadre en PVC : U = 1.7 W/m2/K
- Baie avec par exemple 75% vitrage et 25% cadre
- Porte : selon l'épaisseur et les matériaux (R)



24

Evolution des vitrages



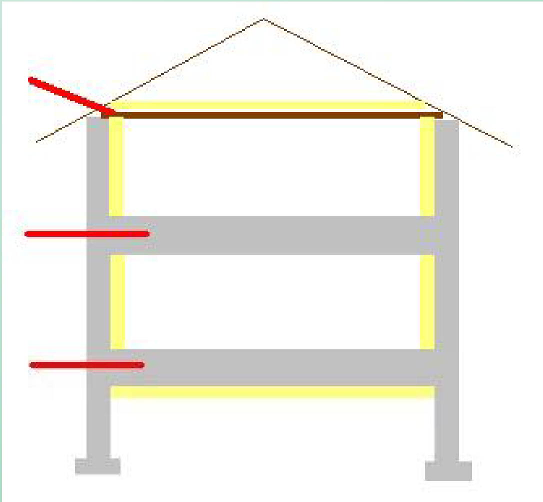
25

Ponts thermiques

ψ= 0.05

Ψ= 0.5 -> 1

Ψ= 0.5 -> 1 W/m/K

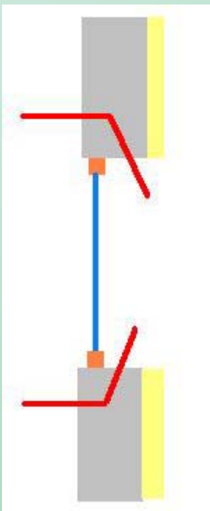


$\Phi = \psi$. L . (Tint – Text) **ψ en W/m/K**

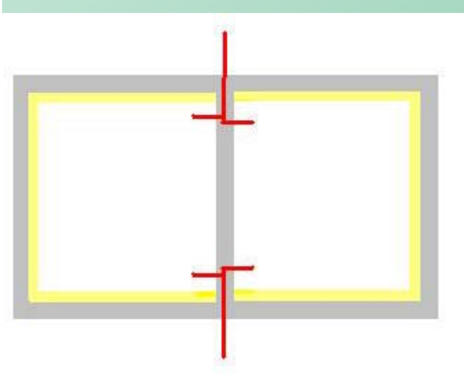
26

Ponts thermiques, suite

ψ= 0.4 W/m/K



ψ = 0.5 ->1 W/m/K



27

Illustration : isolation par l'extérieur

Réhabilitation d'immeuble
HLM à Montreuil
10 cm laine de verre

Déperditions sur une période

- Déperditions Q_L (sans la ventilation) = { Σ (U . A) (murs, toit, sol, fenêtres et portes)

+ Σ (ψ . L) (ponts thermiques) = H_T} . (Tint – Text)

- **Tint = par exemple 20°C**
- **Text variable**
- **Déperditions sur l'année = Σ déperditions horaires**
- **Σ H (20 – Text) = H . Σ (20 – Text) , H = H_T + Hv**
- **Σ (20 – Text) : degrés heures à base 20**

Degrés heures

- **Simplification du modèle climatique**
- **Σ (18 – Text) = degrés heures à base 18**
- **Chauffage inutile si Text >= 18°C (apports internes)**
- **Paris : 58 000 degrés heures**
- **Nice : 32 000 degrés heures**