

**Approfondissement  
Energétique des bâtiments et confort  
Département Génie Civil  
Ecole des Ponts ParisTech**

**Thermique, 2 Rayonnement**

**Bruno PEUPORTIER  
ParisTech**



**Définitions**

**CARACTERISATION ENERGETIQUE  
EMETTEUR**

- FLUX ENERGETIQUE
 
$$\phi = \int_S \int_{\Delta} d^2\phi$$
- LUMINANCE
 
$$L(\Delta, A, \lambda) \quad [Wm^{-2}sr^{-1}]$$

$$d^2\phi = L \cdot dS \cos\theta \cdot d\Omega$$

ISOTROPE  $\iff \frac{\partial L}{\partial \Delta} = 0$
- EMITTANCE
 
$$M \quad M dS = \int_{\Delta} d^2\phi$$

**CARACTERISATION ENERGETIQUE  
RECEPTEUR**

- ECLAIREMENT
 
$$E_{(A, \Delta, \lambda)} \quad [W]$$

$$dE(A') = \frac{d^2\phi}{dS'}$$

470

## Flux entre deux surfaces

### FLUX ENTRE DEUX SURFACES ELEMENTAIRES

$$d^2\phi = L_{\lambda, \lambda'} \frac{\cos\theta \cos\theta'}{|AA'|^2} dS dS'$$

$$d^2\Omega = \frac{dS \cos\theta}{|AA'|^2} d\Omega'$$

$$d\Omega = \frac{dS' \cos\theta'}{|AA'|^2}$$

### LUMINANCE DU SOLEIL

### ECLAIREMENT SOLAIRE

$$dE_s = 1400 \text{ W m}^{-2}$$

$$d^2\phi = L_s^0 S_s d\Omega'$$

$$d\Omega' = \frac{dS}{R^2} = S_s \frac{\pi D_s^2}{4}$$

$$\tan \beta \sim \beta \quad \tan \beta = \frac{D_s}{2R}$$

### LUMINANCE SOLAIRE

$$L_s^0 = \frac{dE_s}{\pi \beta^2}$$

$$L_s^0 = 19,7 \cdot 10^6 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$$

### ANGLE SOLIDE

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$$

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}$$

## Corps noir

### CORPS NOIR

RECEPTEUR  
ABSORBE TOUT RAYONNEMENT INCIDENT

Modele THEORIQUE

EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE PARFAIT

500K  
1500K  
6000K

« CORPS NOIRS NATURELS »

### CORPS NOIR

EMETTEUR

THEORIE QUANTIQUE

$$L_{\lambda}^0(T) = \frac{2hc^2}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \lambda^{-5}$$

Loi de PLANCK

$c_0$  vitesse de la lumière  
 $h$  constante de Planck  
 $k$  constante de Boltzmann

Loi de WIEN:  $\lambda_m T = 2896 \mu\text{m K}$

Loi de STEFAN BOLTZMAN:  $M^0 = \sigma T^4$   
 $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

# Température du soleil

## TEMPÉRATURE DU SOLEIL

1<sup>er</sup> méthode  
Loi de STEFAN

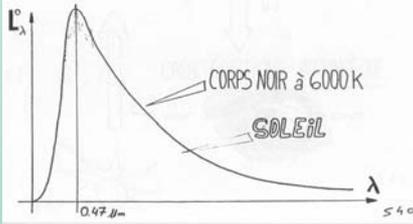
$$M_s^{\circ} = \pi L_s^{\circ} = \frac{\pi}{\pi^2} E_s^{\circ} = \sigma T_s^4$$

$$T_s = 5760 \text{ K}$$

2<sup>ème</sup> méthode  
Loi de Wien

$$\lambda_m T = 2897,8 \quad \lambda_m^{\frac{5}{4}} = 0,47$$

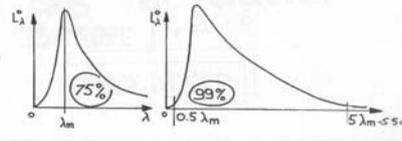
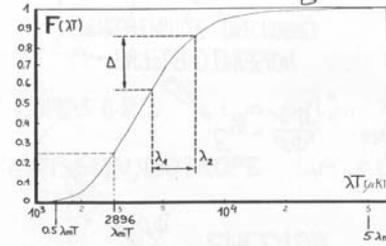
$$T_s = 6200 \text{ K}$$



## REPARTITION CUMULEE de $M_{\lambda}^{\circ}$

$$M^{\circ}(\lambda) = \int_0^{\lambda} \pi L_{\lambda}^{\circ} d\lambda$$

$$M^{\circ} = \sigma T^4 \quad L_{\lambda}^{\circ} = \frac{A \lambda^{-5}}{e^{B/\lambda T} - 1} \quad \left. \vphantom{M^{\circ}(\lambda)} \right\} \frac{M^{\circ}(\lambda)}{M^{\circ}} = F(\lambda T)$$



# Corps gris, blanc, coloré

## CORPS RÉELS

□ Facteur Total  
d'ÉMISSION  
hémisphérique

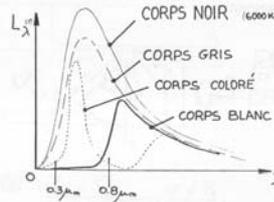
$$\epsilon = \frac{1}{M(\tau)} \int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda} L_{\lambda}^{\circ}(\tau) d\lambda \cos \theta d\Omega$$

□ LOI d'ÉMISSION

$$M(\tau) = \epsilon(\tau) \sigma T^4$$

□  $\epsilon, \epsilon_{\lambda}$  CARACTÉRISTIQUE INTRINSÈQUE  
pour la température T du corps

## CORPS RÉELS



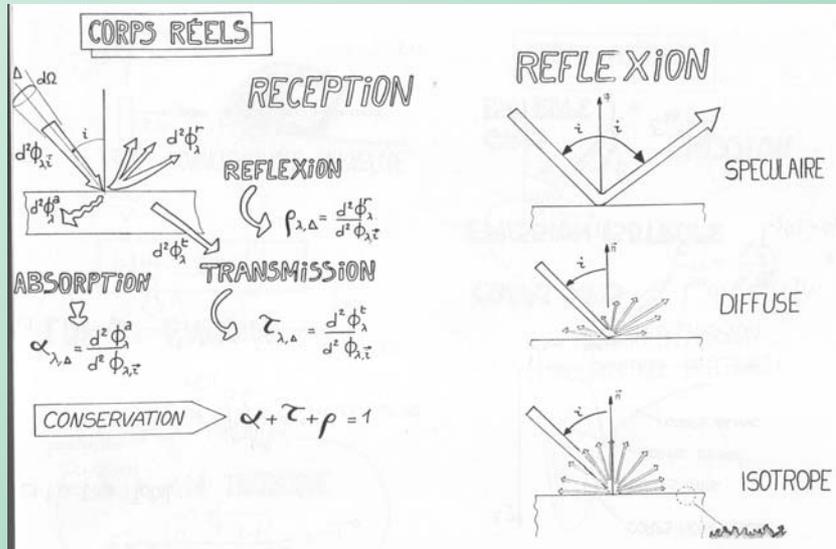
CORPS GRIS  $L_{\lambda}(\tau) = \epsilon_{\lambda} L_{\lambda}^{\circ}(\tau) \quad \forall \lambda$

ÉMISSION ISOTROPE  $L_{\lambda}(\tau) = \epsilon_{\lambda} L_{\lambda}^{\circ}(\tau)$

GRIS ISOTROPE }  $\epsilon_{\lambda} = \epsilon$

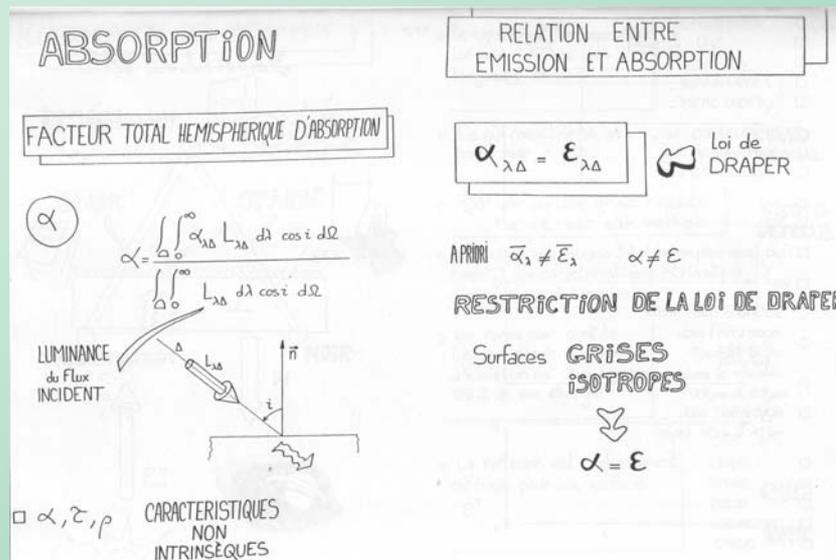


## Réflexion et bilan



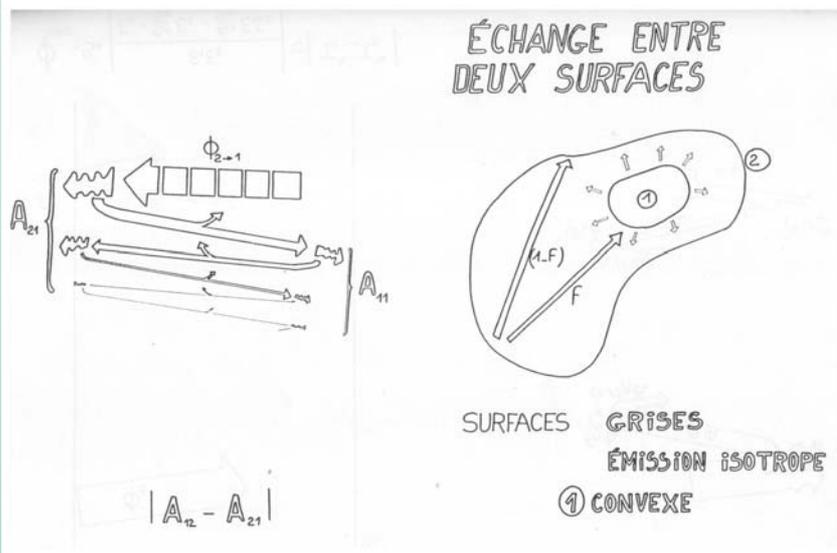
6

## Absorption et émission



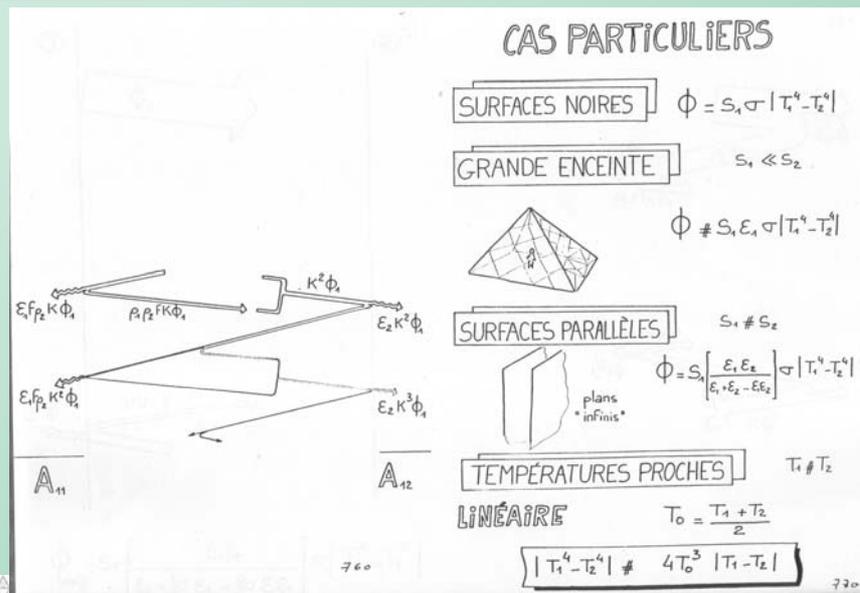
7

## Echanges entre deux surfaces



8

## Cas particuliers



9

## Facteurs de forme

**SURFACES A EMISSION : ISOTROPE UNIFORME**

**FACTEURS DE FORME**

$$F_{12} = \frac{1}{\pi S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{|M_1 M_2|^2} dS_1 dS_2$$

$$F_{12} = \frac{\phi_{1 \rightarrow 2}}{\phi_1} = \frac{\text{FLUX EMIS PAR S1 VERS S2}}{\text{FLUX TOTAL EMIS PAR S1}}$$

**DEMONSTRATION :**

$$d^2 \phi_{dS_1 \rightarrow dS_2} = L_1(\theta_1, M_1) \cos \theta_1 dS_1 d\Omega_{12}$$

$\swarrow$  ISOTROPE UNIFORME  $\quad \quad \quad \swarrow$   $\frac{\cos \theta_2 dS_2}{|M_1 M_2|^2}$

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \int_{S_1} \int_{S_2} d^2 \phi_{dS_1 \rightarrow dS_2}$$

$$= L_1 \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{|M_1 M_2|^2} dS_1 dS_2$$

$$\phi_1 = \int_{S_1} \int_{\Omega} L_1(\theta_1, M_1) \cos \theta_1 dS_1 d\Omega$$

$$= L_1 \int_{S_1} dS_1 \int_{\Omega} \cos \theta_1 d\Omega$$

$$= \pi L_1 S_1$$

$$\Rightarrow \frac{\phi_{1 \rightarrow 2}}{\phi_1} = \frac{1}{\pi S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{|M_1 M_2|^2} dS_1 dS_2 = F_{12}$$

ALORS IMPLIQUE QUE DONC SOIT ENFIN C'EST EVIDENT (CQFD)



## Propriétés des facteurs de forme

**PROPRIÉTÉS des FACTEURS de FORME**

**RÉCIPROCITÉ**

$$S_i F_{ij} = S_j F_{ji}$$

**CONSERVATION**

ENCEINTE

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1$$

**SURFACE CONVEXE**

$$F_{ii} = 0$$

**DETERMINATION PRATIQUE DES FACTEURS DE FORME**

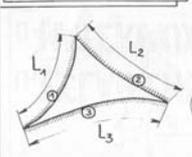
- FORMULAIRES ABAQUES
- MÉTHODE DE HOTTEL
- INTÉGRATION NUMÉRIQUE MÉTHODE DE MONTÉ CARLO



## Méthode des cordes croisées

### MÉTHODE DE HOTTEL

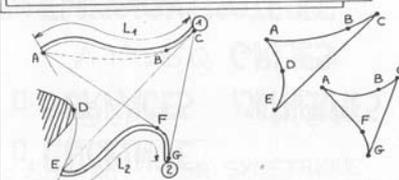
LEMME DU TRIANGLE



$F_{ii} = 0$

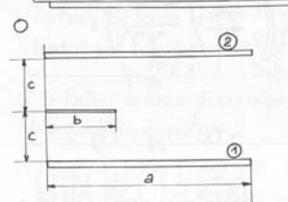
$F_{ij} = \frac{L_j + L_i - L_k}{2L_i}$

THÉOREME DES CORDES CROISÉES

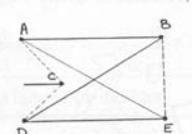


$F_{12} = \frac{\text{longueur des Cordes Croisées} - \text{longueur des Cordes Non Croisées}}{2L_1}$

### CALCUL D'UN FACTEUR DE FORME



$b \ll \frac{a}{\pi}$

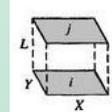


$F_{12} = \frac{|AE| + |DB| - |BE| - |AD|}{2|DE|}$

$F_{12} = \frac{1}{a} \left[ \sqrt{a^2 + 4c^2} - \sqrt{c^2 + b^2} - c \right]$

## Facteurs de forme entre 2 rectangles parallèles

**Aligned Parallel Rectangles (Figure 13.4)**

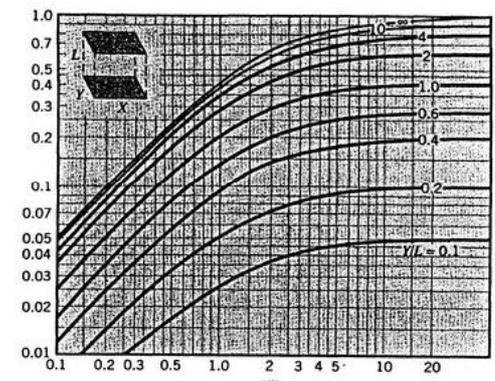


$\bar{X} = XL, \bar{Y} = YL$

$$F_{ij} = \frac{2}{\pi XY} \left\{ \ln \left[ \frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} \right.$$

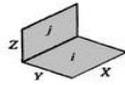
$$+ \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}}$$

$$+ \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \left. \right\}$$



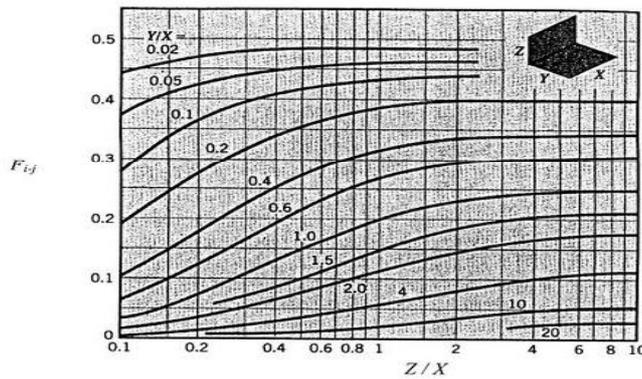
## Facteurs de forme entre deux rectangles perpendiculaires

Perpendicular Rectangles with a Common Edge (Figure 13.6)



$$H = Z/X, W = Y/X$$

$$F_{ij} = \frac{1}{\pi W} \left( W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \left[ \frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \times \left[ \frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$$

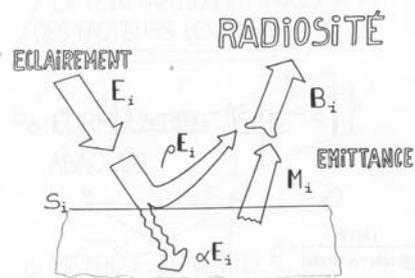


14

## Méthode des radiosités, 1

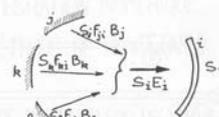
### MÉTHODE DES RADIOSITÉS

- ENCEINTE
- SURFACES ISOTHERMES  
GRISES
- EMISSION ISOTROPE
- REFLEXION DIFFUSE  
ISOTROPE
- ÉCLAIREMENT UNIFORME
- MATÉRIAUX OPAQUES



FLUX NET PERDU

$$Q_i = M_i - \alpha_i E_i$$



15

## Méthode des radiosités, 2

- ▶  $B_i = M_i + \rho_i E_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) E_i$
- ▶  $E_i = \sum_j F_{ji} S_j B_j / S_i = \sum_j F_{ij} B_j$
- ▶  $Q_i = M_i - \varepsilon_i E_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 - \varepsilon_i \cdot \sum_j F_{ij} B_j$
- ▶ On remplace  $B_j$  par sa valeur :  $\varepsilon_j \sigma T_j^4 + (1 - \varepsilon_j) E_j$
- ▶ Puis  $E_j$  par  $(M_j - Q_j) / \varepsilon_j$
- ▶ Puis  $M_j$  par sa valeur :  $\varepsilon_j \sigma T_j^4$
- ▶ On obtient :
- ▶  $Q_i / \varepsilon_i = \sigma T_i^4 - \sum_j F_{ij} [\varepsilon_j \sigma T_j^4 + (1 - \varepsilon_j) (\sigma T_j^4 - Q_j / \varepsilon_j)]$
- ▶ But : ne faire intervenir que les flux et les températures



16

## Méthode des radiosités, 3

$\forall i \in [1, N]$

◦ FORME MATRICIELLE

$$\sum_{j=1}^N (\delta_{ij} - f_{ij}) \sigma T_j^4 =$$

$$A T^4 = B Q \quad \text{dim } N$$

$$\sum_{j=1}^N \left( \frac{\delta_{ij} - f_{ij}(1 - \varepsilon_j)}{\varepsilon_j} \right) Q_j$$

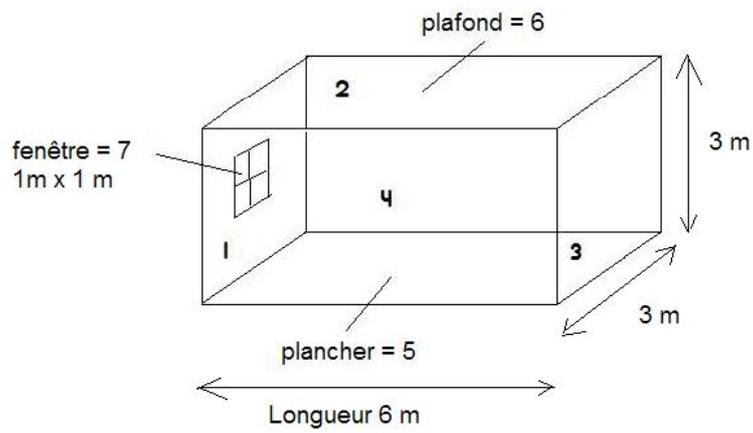
$$Q = R T^4 \quad R = B^{-1} A$$

◦  $S = [S_i \delta_{ij}]$  SR SYMÉTRIQUE



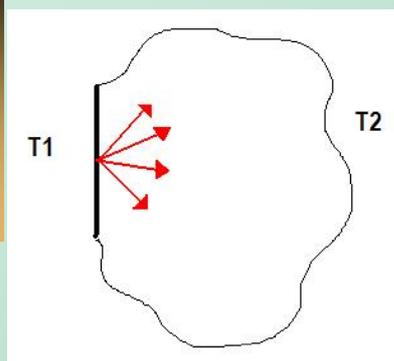
17

## Exercice, facteurs de forme dans une pièce



18

## Application, pertes par rayonnement



$$\Phi = S_1 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$\varepsilon$  : émissivité, dépend de la surface

$$\varepsilon = 0,9 \text{ (standard)}$$

$$0,1 \text{ (basse émissivité)}$$

$$\sigma = 5.68 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4) \text{ (Stefan)}$$

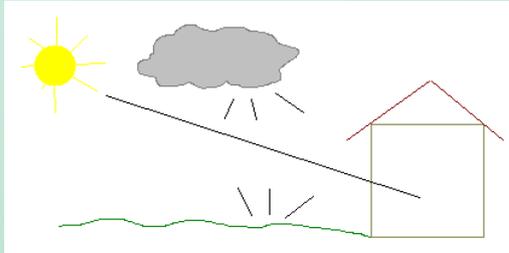
$$\text{Linéarisation : } (T_1^4 - T_2^4) = \text{approx. } 4 T_m^3 (T_1 - T_2)$$



19

## Rayonnement solaire

- ▶ 3 parties : direct, diffus, réfléchi



- ▶ Mesures : rayonnement global horizontal, pyranomètre
- ▶ Rayonnement sur d'autres plans ?



20

## Mesure du rayonnement diffus et direct

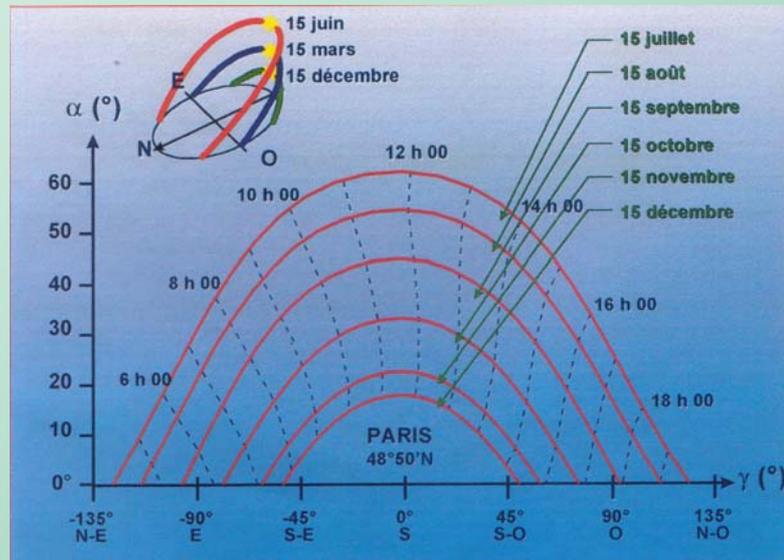


pyrhéliomètre



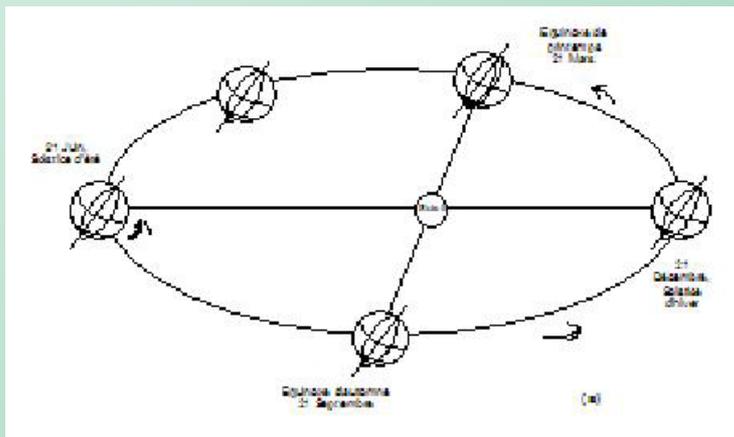
21

## Course du soleil



22

## Déclinaison $\delta$ , selon les saisons



Déclinaison : angle entre le rayonnement solaire et le plan de l'équateur

$$\delta = 23.45 \sin (360 \cdot (284+n)/365)$$



23

## Temps solaire

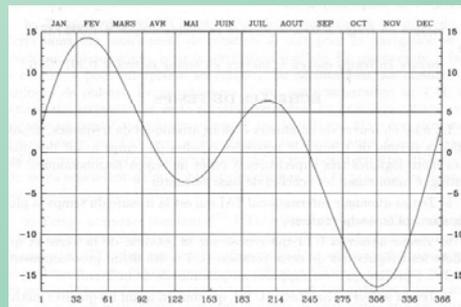
### ► Rayonnement sur un plan incliné

- Temps solaire TS : temps basé sur le mouvement angulaire apparent du soleil dans le ciel ;
- Heure standard HS : temps solaire du méridien standard (Berlin);
- Heure légale HL : en France, l'heure légale est l'heure standard augmentée d'une heure en été.
- Exercice : quelle heure est-il, sachant que la longitude de Paris est  $-2,34^\circ$  (celle de Berlin étant de  $-15^\circ$ ) ?

$$TS = HS + \frac{1}{\omega_T} (L_{ST} - L_{LOC}) + E_T$$

Vitesse de rotation de la terre :  $360^\circ$  en 24 heures donc  $\omega_T = 0.25^\circ/\text{minute}$

$E_T$  en minutes (influences des autres planètes + lune/soleil -> variation de l'excentricité de l'orbite et de l'obliquité) :



24

## Rayonnement sur un plan incliné

- Déclinaison  $\delta$  : position angulaire du soleil à midi solaire (i.e. quand le soleil est sur le méridien local) par rapport au plan de l'équateur .
- $n$  = numéro du jour dans l'année
- Angle horaire  $\omega$  : correspond à la mesure du déplacement angulaire du soleil à l'est ou à l'ouest du méridien local dû à la rotation de la Terre sur son axe de  $15^\circ$  par heure.
- Latitude  $\Phi$

$$\delta = 23.45 \sin\left(360 \frac{284+n}{365}\right)$$

(en  $^\circ$ )

$$\omega = 15 * (TS - 12)$$



25

## Angle d'incidence sur une surface

### ► Rayonnement sur un plan incliné (pente $\beta$ , azimut $\gamma$ )

- Angle d'incidence du rayonnement sur la surface S :

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \sin \delta \sin \Phi \cos \beta - \sin \delta \cos \Phi \sin \beta \cos \gamma \\ &+ \cos \delta \cos \Phi \cos \beta \cos \omega \\ &+ \cos \delta \sin \Phi \sin \beta \cos \gamma \cos \omega \\ &+ \cos \delta \sin \beta \sin \gamma \sin \omega \end{aligned}$$

inclinaison :  $\beta = 0$  si horizontal,

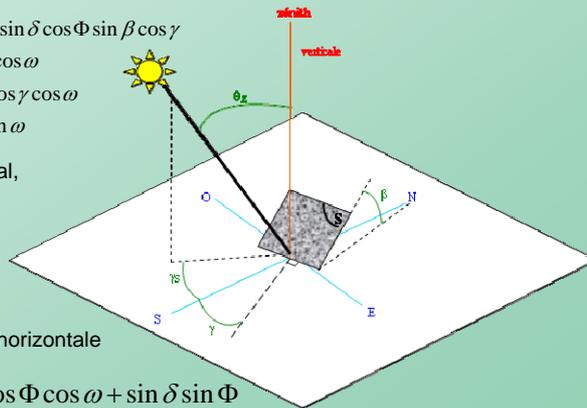
90 si vertical

azimut :  $\gamma = 0$  (sud),  $-90$  (est)

90 (ouest),  $180$  (nord)

- Pour une surface horizontale

$$\cos \theta = \cos \theta_z = \cos \delta \cos \Phi \cos \omega + \sin \delta \sin \Phi$$



26

## Rayonnement sur un plan incliné

- Le rayonnement solaire global incident sur un plan quelconque est la somme d'une composante directe, diffuse, et réfléchie :

$$G = G_b + G_d + G_r$$



- Rayonnement direct  $G_b$  :

$$G_b = G_{bh} \times \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z}$$



27

## Rayonnement sur un plan incliné

- Rayonnement diffus  $G_d$  :

$$G_d = G_{dh} \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right)$$

- Rayonnement réfléchi  $G_r$  :

$$G_r = \rho G_h \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$

$\rho$  : albedo (0.1 -> 0.7)

- Rayonnement global :

$$G = G_{bh} \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} + G_{dh} \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho G_h \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right)$$



28

## Cas où on ne connaît que le global

- ▶ Rayonnement direct et diffus

- Si nous ne connaissons pas  $G_{dh}$  (diffus) et  $G_{bh}$  (direct), mais seulement  $G_h$  (global), il faut calculer l'indice de clarté  $k_T$  :

$$\frac{G_{dh}}{G_h} = \begin{cases} 1.0 - 0.249k_T & \text{si } k_T < 0.35 \\ 1.557 - 1.84k_T & \text{si } 0.35 < k_T < 0.75 \\ 0.177 & \text{si } k_T > 0.75 \end{cases}$$

$$k_T = \frac{G_{dh}}{G_{ext,h}}$$

$$\frac{G_{bh}}{G_h} = \left( 1 - \frac{G_{dh}}{G_h} \right)$$

$$G_{ext,h} = G_{ext} \cos \theta_z$$

- Rayonnement extraterrestre :

$$G_{ext,h} = 1353 \cdot (1 + 0.033 \cos(360 n/365)) \cdot \cos \theta_z$$



29

## Exercice

- ▶ 15 mars à midi solaire, Paris (latitude  $49^\circ$ )
- ▶ Rayonnement global horizontal =  $400 \text{ W/m}^2$
- ▶ Albedo  $\rho = 0,2$
- ▶ Rayonnement sur les 4 façades d'un bâtiment ?



30

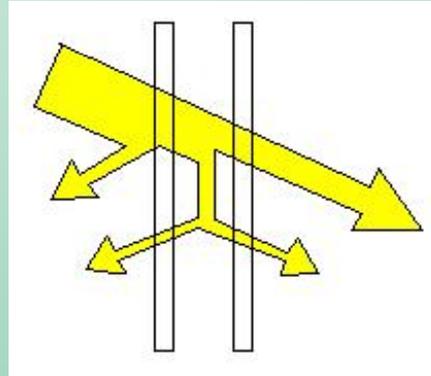
## Rayonnement en France



31

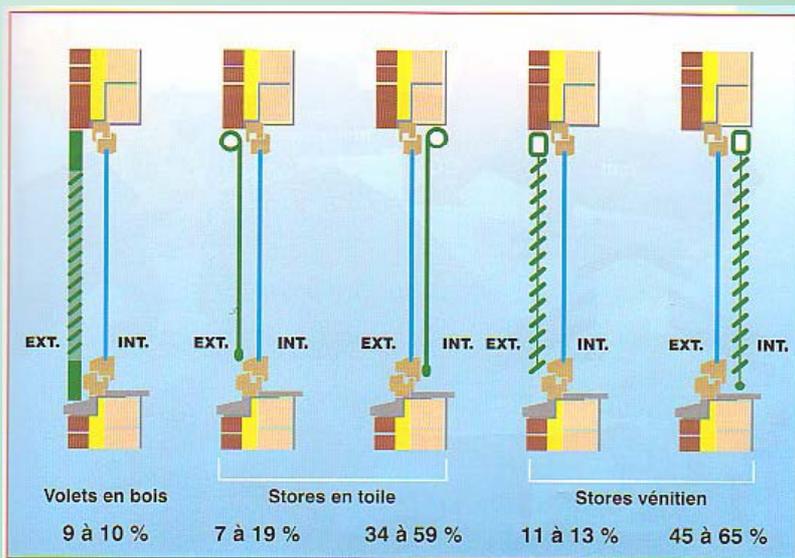
## Apports par les vitrages

- ▶ Partie réfléchie, absorbée (une partie est ré-émise vers l'intérieur), transmise
- ▶ Facteur solaire g = transmission + partie absorbée et ré-émise vers l'intérieur
- ▶ Tenir compte des protections solaires



32

## Protections solaires



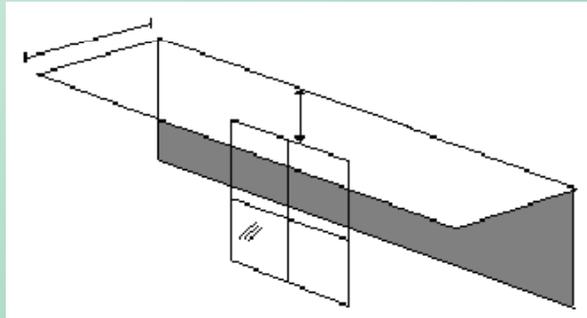
Taux de transmission



33

## Masques intégrés ou architecturaux

La surface ombrée dépend de la géométrie et de la position du soleil ( $\theta_z, \gamma_s$ )



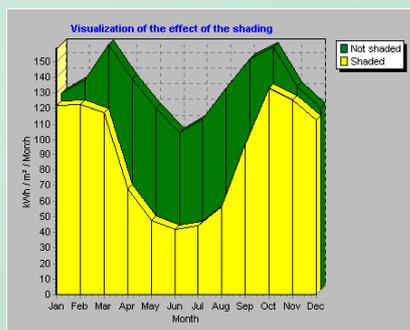
$$\cos \gamma_s = (\cos \delta \sin \phi \cos \omega - \sin \delta \cos \phi) / \sin \theta_z$$

+ réduction du rayonnement diffus

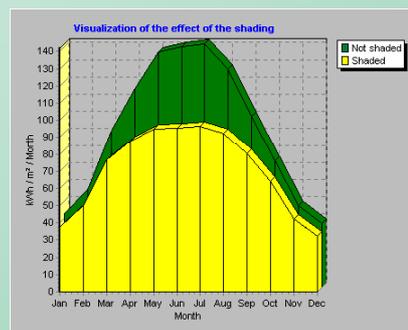


34

## Effet d'un masque architectural



casquette sud

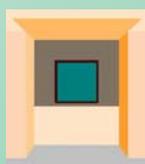


casquette ouest

hiver



été



35

## Protection solaires

Brise soleil



arête verticale

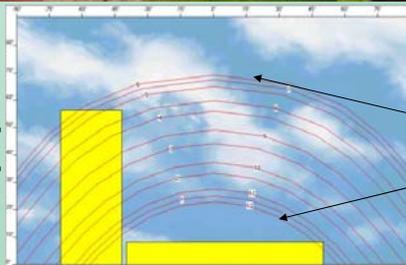


36

## Etude des masques, exposition des façades



hauteur  
 $0^\circ = \text{horiz.}$   
 $90^\circ = \text{vert.}$



azimut,  $0^\circ = \text{sud}$   
 $90^\circ = \text{ouest}$

Juin

Décembre



37

## Exemple, conception selon les masques



38

## Spectre solaire

► **Soleil :**

**6000 K**

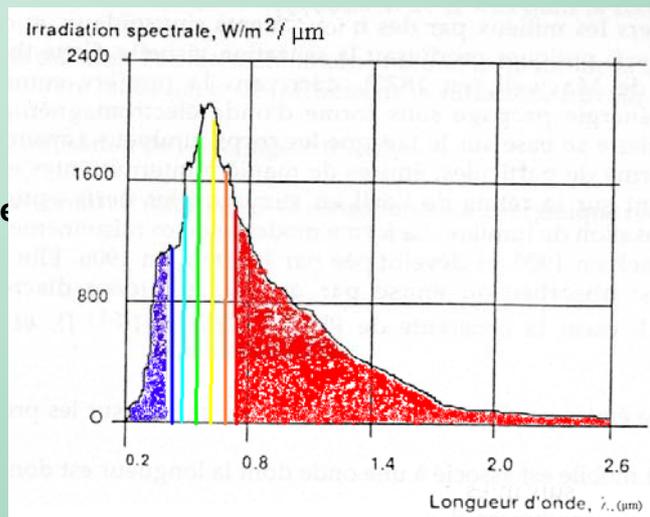
**7% UV**

**47% visible**

**46% IR**

**Terre :**

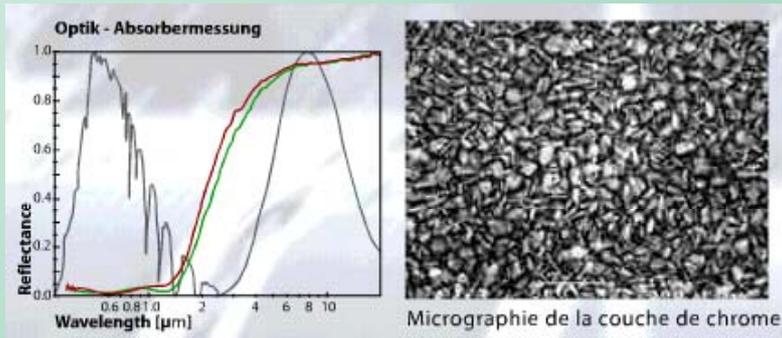
**15°C, IR**



39

## Matériaux « sélectifs »

- ▶ Réflexion dépend de la longueur d'onde
- ▶ Effet de serre



40

## Différents types de vitrages

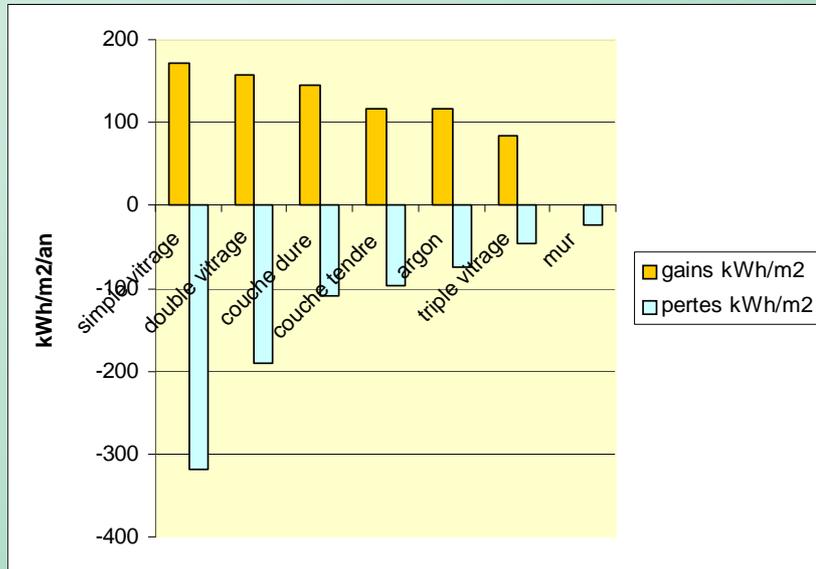


	U , W/m <sup>2</sup> /K	g (transm. Sol.)
simple vitrage	5,5	85%
double vitrage	3,3	76%
DV basse emiss. couche dure	1,9	72%
DV basse emiss. couche tendre	1,7	62%
couche dure + argon	1,4	72%
couche tendre + argon	1,1	62%
triple vitrage	0,7	50%
isolation transparente	0,7	60%



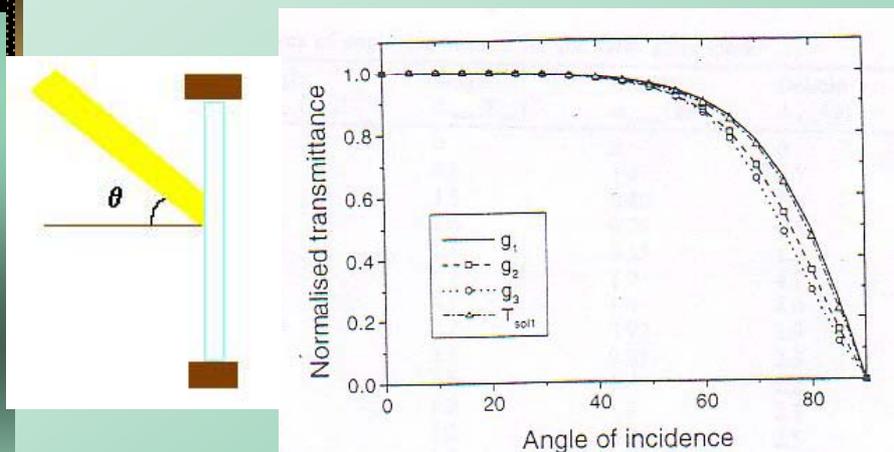
41

## Evolution des vitrages, bilan thermique



42

## Transmission selon l'angle d'incidence



43

## Ouverture solaire et apports

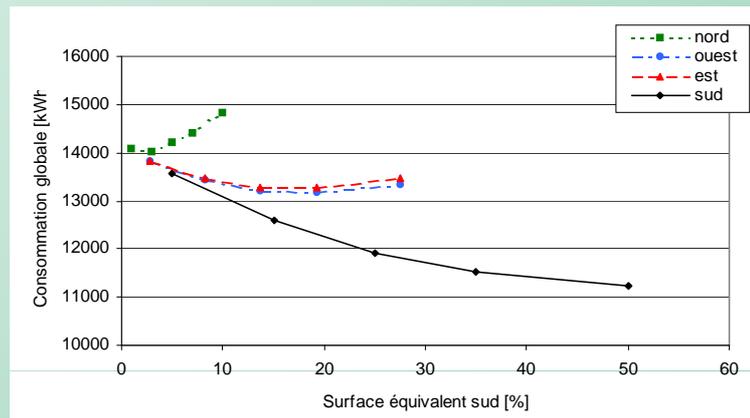
- ▶ Surfaces de fenêtres  $A_i$  (plusieurs orientations)
- ▶ Proportion de vitrage  $P_v$
- ▶ facteur solaire du vitrage  $g$
- ▶ Coefficient d'équivalence  $C_e$  (sud = 1, nord = 0,2 est/ouest = 0,55)
- ▶ Réduction par les masques intégrés  $R_e$
- ▶ Réduction par les masques lointains  $R_x$
- ▶ Ouverture solaire  $O_s = \sum A_i \cdot P_v \cdot g \cdot C_e \cdot R_e \cdot R_x$
- ▶ Apports solaires  $A_s = O_s \cdot \text{Rayonnement sud (kWh/an)}$
- ▶ Rayonnement sud annuel : 410 kWh/m<sup>2</sup>/an à Paris, 700 à Nice



44

## Influence de la surface vitrée

Zone  
H1

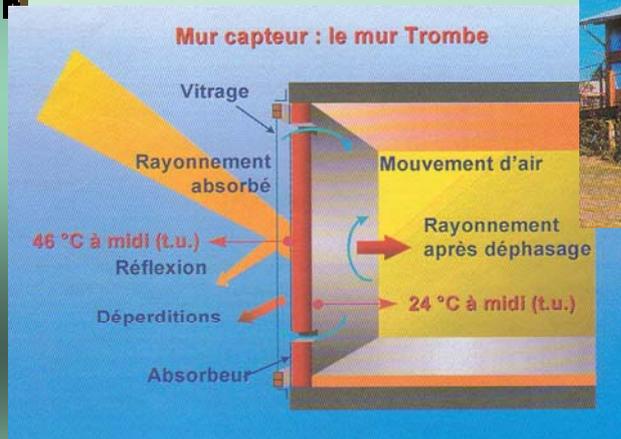


*Une surface vitrée sud fait baisser la consommation, une surface nord la fait augmenter. Il existe un optimum pour l'est et l'ouest (surface équivalente sud = environ 15% de la surface au sol).  $U = 1.9 \text{ W/m}^2/\text{K}$*



45

## Gains directs et gains différés (murs solaires)



46

## Façades double peau



47

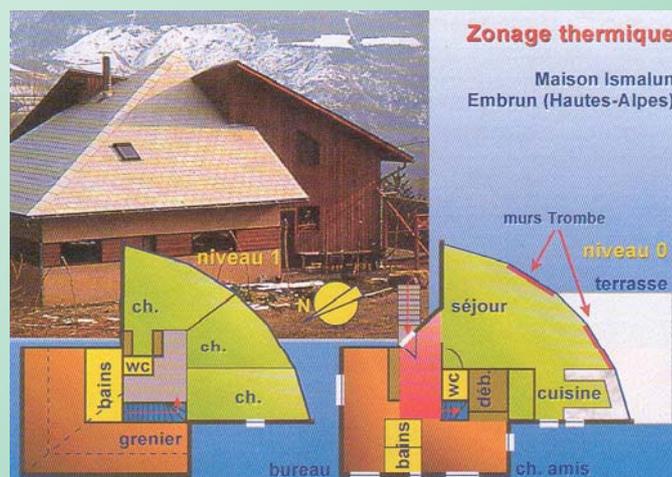
## Orientation des zones thermiques

- ▶ Zone thermique : partie d'un bâtiment à température homogène, par exemple les chambres d'une maison
- ▶ Zones les plus chaudes orientées au sud -> apports solaires plus utilisés
- ▶ Zones les moins chaudes au nord, espaces « tampons » qui réduisent les déperditions



48

## Organisation des zones thermiques



49