Géomécanique et Géotechnique Avancée
2018-2019

<u>Exercice : Identification des paramètres d'un modèle de fluage</u>

On souhaite déterminer les paramètres d'un modèle de fluage pour l'argilite Callovo-Oxfordien à partir des données d'essais de fluage uniaxiale multipaliers (Figure 1). On propose de modéliser ce matériau par un modèle de Burger. La courbe de chaque palier se présente alors sous forme d'une déformation instantanée initiale ε_1, suivie d'une courbe exponentielle qui tends vers une asymptote ayant pour l'ordonnée à l'origine ε'_2 et pour pente $\dot{\varepsilon}_3$. On suppose que la droite parallèle à l'asymptote et d'ordonnée à l'origine $(\varepsilon_1+\varepsilon'_2)/2$ coupe la courbe de fluage à un instant t_c.

1) Pour le premier palier de fluage sous $\sigma = 4$ *MPa,* commençant à $t_0=0$, on mesure :

   $\varepsilon_1 = 1.0\ 10^{-3}$, $\varepsilon'_2 = 2.0\ 10^{-3}$, $\dot{\varepsilon}_3 = 2.0\ 10^{-6}$/jour, $t_c = 8$ jours.
   En déduire les paramètres k_1, k_2, η_2, η_3 du modèle de Burger.

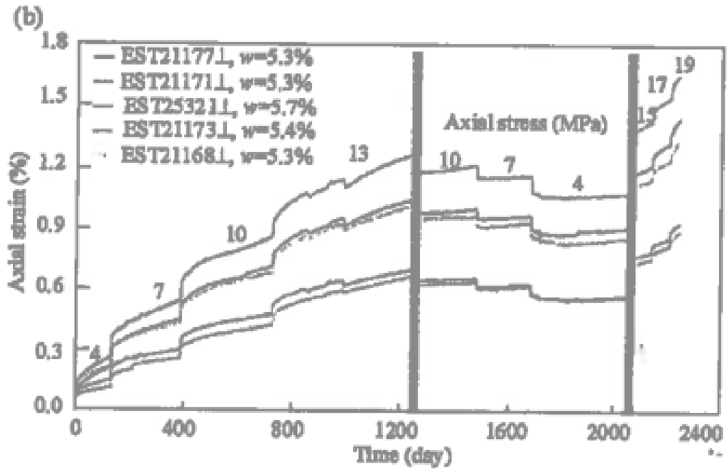

Figure 1 : Courbes de fluage multipaliers

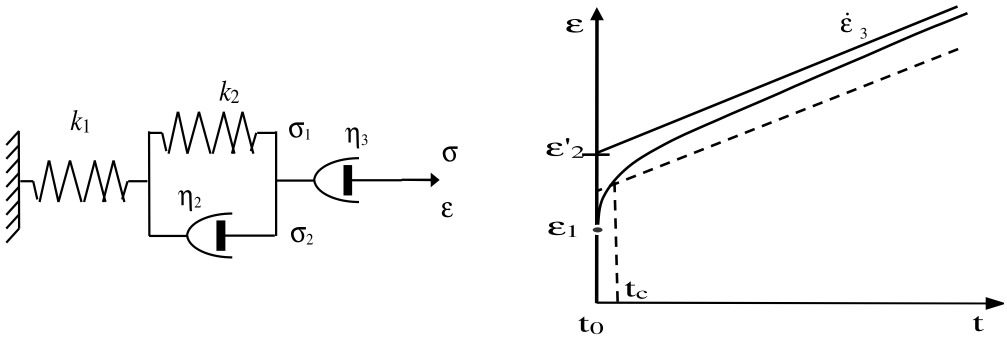

Figure 2 : Modèle de Burger et sa courbe de fluage

2) On suppose que la partie fluage stationnaire de ce modèle n'est pas linéaire et qu'elle est de la forme $\dot{\varepsilon}_3 = a\sigma^n$. Déterminer les paramètres a et n sachant que pour le palier à $\sigma = 10$ *MPa* on mesure $\dot{\varepsilon}_3 = 3.0\ 10^{-5}$/jour.

3) On voudrait prédire les résultats de fluage à long terme sous conditions de contraintes triaxiales. Pour cela on fait une extension 3D de la partie fluage stationnaire sous la forme d'une loi de Norton-Hoff. Donner l'expression et la valeur des paramètres de cette loi.

4) On réalise un essai de fluage dans une cellule triaxiale, sous une contrainte axiale de 13 MPa et pression de confinement de 3 MPa et on attend suffisamment longtemps pour atteindre un état de fluage stationnaire. Quelles seront, dans cet état, les vitesses de fluage axiale et radiale de l'éprouvette ?

Corrigé

1) A partir des relations constitutives du corps de Burger, on déduit la loi de fluage pour une contrainte σ constante imposée à partir de t=0 :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = \dfrac{\dot{\sigma}}{k_1} + \dfrac{\sigma - k_2\varepsilon_2}{\eta_2} + \dfrac{\sigma}{\eta_3} \\ \dot{\varepsilon}_2 = \dfrac{\sigma - k_2\varepsilon_2}{\eta_2} \end{cases} \quad \rightarrow \text{Loi de fluage } t\geq 0 \; ; \quad \varepsilon(t) = \frac{\sigma}{k_1} + \frac{\sigma}{k_2}\left(1 - e^{-\frac{k_2}{\eta_2}t}\right) + \frac{\sigma}{\eta_3}t$$

On identifie ainsi : $\varepsilon_1 = \dfrac{\sigma}{k_1}$, $\varepsilon'_2 = \dfrac{\sigma}{k_1} + \dfrac{\sigma}{k_2}$, $\dot{\varepsilon}_3 = \dfrac{\sigma}{\eta_3}$

D'où $k_1 = 4.10^3\, MPa$, $k_2 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon'_2 - \varepsilon_1} = 4.10^3\, MPa$, $\eta_3 = 2.10^6\, MPa.jour$

En ce qui concerne t_c, notons que la droite en question a pour équation :

D : $\varepsilon(t) = \dfrac{\varepsilon_1 + \varepsilon'_2}{2} + \dfrac{\sigma}{\eta_3}t = \dfrac{\sigma}{k_1} + \dfrac{\sigma}{2k_2} + \dfrac{\sigma}{\eta_3}t$

Son intersection avec la courbe de fluage a lieu pour t_c où l'équation de D et la loi de fluage prennent la même valeur, soit :

$$\frac{\sigma}{k_1} + \frac{\sigma}{2k_2} + \frac{\sigma}{\eta_3}t_c = \frac{\sigma}{k_1} + \frac{\sigma}{k_2}\left(1 - e^{-\frac{k_2}{\eta_2}t_c}\right) + \frac{\sigma}{\eta_3}t_c$$

D'où on déduit : $e^{-\frac{k_2}{\eta_2}t_c} = \dfrac{1}{2}$, soit $\dfrac{k_2}{\eta_2}t_c = \ln 2$, $\eta_2 = \dfrac{k_2 t_c}{\ln 2} = 46166\, MPa.jour$

2) On déduit de la loi $\dot{\varepsilon}_3 = a\sigma^n$ que $\ln\dot{\varepsilon}_3 = \ln a + n\ln\sigma$. On a donc une droite dans le plan $(\ln\dot{\varepsilon}_3,\ \ln\sigma)$ d'ordonnée à l'origine ln$a$ et de pente n. On détermine :

$$n = \frac{\ln\dot{\varepsilon}_3^{(2)} - \ln\dot{\varepsilon}_3^{(1)}}{\ln\sigma^{(2)} - \ln\sigma^{(1)}} = 2.96 \quad , \quad \text{et} \quad a = \frac{\dot{\varepsilon}_3^{(1)}}{\left(\sigma^{(1)}\right)^n} = 3.30\ 10^{-8} / (MPa^{2.96}.jour)$$

3) La loi de Norton s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{3}{2\eta}\left(\frac{\sigma_e}{s_0}\right)^{n-1} \boldsymbol{S}$$

Si on considère un essai de fluage en compression uniaxial σ dans la direction 3, et comptant les compressions positives (σ>0) on trouve :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & \sigma \end{bmatrix} \rightarrow \boldsymbol{S} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -\sigma & & \\ & -\sigma & \\ & & 2\sigma \end{bmatrix} \rightarrow \sigma_e = \sigma$$

D'où $\dot{\varepsilon}_{33}^{vp} = \dfrac{3}{2\eta}\left(\dfrac{\sigma_e}{s_0}\right)^{n-1} S_{33} = \dfrac{\sigma}{\eta}\left(\dfrac{\sigma}{s_0}\right)^{n-1} = \dfrac{\sigma^n}{\eta s_0^{n-1}}$.

En comparant avec la question précédente, on identifie $a = \dfrac{1}{\eta s_0^{n-1}}$. On a $n = 2.96$ et, en prenant s_0=1 *MPa*, on trouve η=3.03 10^7 *MPa*.jour

4) On a dans ce cas $\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 3 & & \\ & 3 & \\ & & 13 \end{bmatrix} \rightarrow S_{33} = \dfrac{20}{3} MPa, \quad \sigma_e = 13 - 3 = 10 MPa$

En reportant dans la loi $\dot{\varepsilon}_{33}^{vp} = \dfrac{3}{2\eta}\left(\dfrac{\sigma_e}{s_0}\right)^{n-1} S_{33}$ on trouve : $\dot{\varepsilon}_{33}^{vp} = \dfrac{\sigma^n}{\eta s_0^{n-1}}$=3.01 10^{-5} /jour

La loi de fluage de Norton et sans variation volumique, d'où :

$\dot{\varepsilon}_{11}^{vp} = \dot{\varepsilon}_{22}^{vp} = -\dfrac{\dot{\varepsilon}_{33}^{vp}}{2}$ = -1.5 10^{-5} /jour