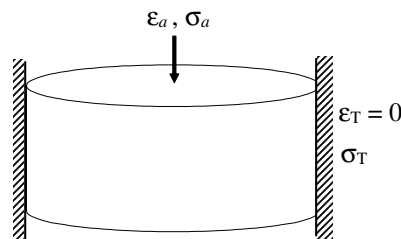


Exercice : Essai œdométrique en régimes drainé et non drainé

On réalise un essai œdométrique (déformation latérale bloquée) sur une éprouvette cylindrique d'un matériau poroélastique. On note E le module d'Young, ν le coefficient de Poisson, b le coefficient de Biot, M le module de Biot, K le module de compression drainé et K^u le module de compression non drainé du matériau. On note σ_a et ε_a la contrainte et la déformation axiales, σ_T la contrainte latérale et p la pression de fluide.

On prendra pour valeur numériques, $E=15\,000\text{ MPa}$, $\nu=0,2$, $M = 10000\text{ MPa}$ et $b = 0,6$.



- Ecrire la forme générale des tenseurs de déformation et de contrainte totale dans un repère dont l'axe x_3 est l'axe de l'éprouvette.
- Dans un premier temps on suppose que l'essai est réalisé en conditions drainé ($p=0$). Par les relations de l'élasticité linéaire et des conditions imposées, calculer les contraintes (σ_a , σ_T) pour une déformation axiale $\varepsilon_a=-0,05$.
- On suppose ensuite que l'essai est réalisé en conditions non drainé. Calculer la déformation volumique en fonction ε_a et en déduire la contrainte moyenne totale σ_m en fonction de ε_a , K^u , M et b .
- Calculer le coefficient de Skempton et en déduire la pression engendrée par le chargement non drainé ci-dessus.
- Exprimer la condition de déformation latérale nulle exprimée en terme de contraintes effectives.
- Montrer que le rapport entre les contraintes effectives latérale et axiale est la même que dans le cas drainé et non draine.
- A partir de ce rapport et les résultats de la question précédente, déterminer les contraintes totales (σ_a , σ_T) pour la cas non drainé en fonction de σ_m et p .

Corrigé

• Expression des tenseurs :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_a \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_T & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_T & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_a \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_T = \frac{\sigma_T}{E} - \frac{\nu(\sigma_a + \sigma_T)}{E} = 0 \rightarrow \sigma_T = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_a$$

• Drainé :

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} - \frac{2\nu\sigma_T}{E} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{\sigma_a}{E} \rightarrow$$

$$\sigma_a = H\varepsilon_a, \quad H = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} E, \quad \sigma_T = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_a$$

• Non drainé :

$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_a + 2\varepsilon_T = \varepsilon_a$$

$$\sigma_m = K^u \varepsilon_{vol} = K^u \varepsilon_a$$

$$p = -Mb \varepsilon_{vol} = -Mb \varepsilon_a$$

• Non drainé :

$$\varepsilon_T = \frac{\sigma'_T}{E} - \frac{\nu(\sigma'_a + \sigma'_T)}{E} = 0 \rightarrow \sigma'_T = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_a$$

Soit pour les contraintes totales :

$$\sigma_T + bp = \frac{\nu}{1-\nu} (\sigma_a + bp)$$

Nous avons par ailleurs :

$$\sigma_a + 2\sigma_T = 3\sigma_m$$

De ces deux dernières relations on déduit :

$$\sigma_T + bp = \frac{\nu}{1-\nu} (3\sigma_m - 2\sigma_T + bp), \quad \text{soit} \quad \sigma_T = \frac{3\nu}{1+\nu} \sigma_m - \frac{1-2\nu}{1+\nu} bp$$

Et ensuite :

$$\sigma_a = 3\sigma_m - 2\sigma_T = \frac{3(1-\nu)}{1+\nu} \sigma_m + \frac{2(1-2\nu)}{1+\nu} bp$$

$$\sigma_T = \frac{\nu^u E^u}{(1+\nu^u)(1-2\nu^u)} \varepsilon_a$$