



Flexion transversale des caissons monocellulaires

ENPC – MSGCE – Projet d'ouvrage d'art 2024
Mathieu MULS

Analyse des caissons monocellulaires

- Méthode de travail: hourdis sup (partie 1)
puis structure cellulaire (partie 2)
- Analyse des branches pendantes et dalles
- Analyse du caisson
- Conclusion

- Documents de référence:
- analyse structurale des tabliers de ponts (Presse des Ponts et Chaussées)
- Analyse des poutres à parois minces (Hermés)
- Concrete Box-Girder Bridges (SED – IABSE – 1982)

Place de l'analyse du hourdis supérieur dans l'étude du projet

- Cette partie traite du prédimensionnement du hourdis supérieur;
- Elle correspond dans l'étude du cours de projet de pont à la partie « étude simplifiée de la flexion transversale »;
- Sa conclusion permet de calculer les caractéristiques de section pour l'analyse de la flexion longitudinale;
- L'étude de la flexion longitudinale permettra de fixer les épaisseurs des âmes et du hourdis inférieur
- L'étude transversale détaillée du caisson pourra alors être faite

PREAMBULE

1. 2 types de sections seront analysées pour la partie « flexion transversale simplifiée »
2. l'étude globale du caisson sera effectuée sur une structure régulière à 2 âmes

Partie 1-Flexion transversale simplifiée

- L'approche est simplificatrice
- Elle s'appuie sur des méthodes de calcul éprouvées, souvent plus rapides à mettre en œuvre que des analyses aux ELFI
- Elle permet de déterminer un coffrage (épaisseurs des éléments) à 5% près.
- Elle continue à être utilisée en projet dans le monde entier pour des raisons d'économie lors du dimensionnement.
- La conception des ponts caisson retient 2 types particuliers d'ouvrages



Type 1

Type 2



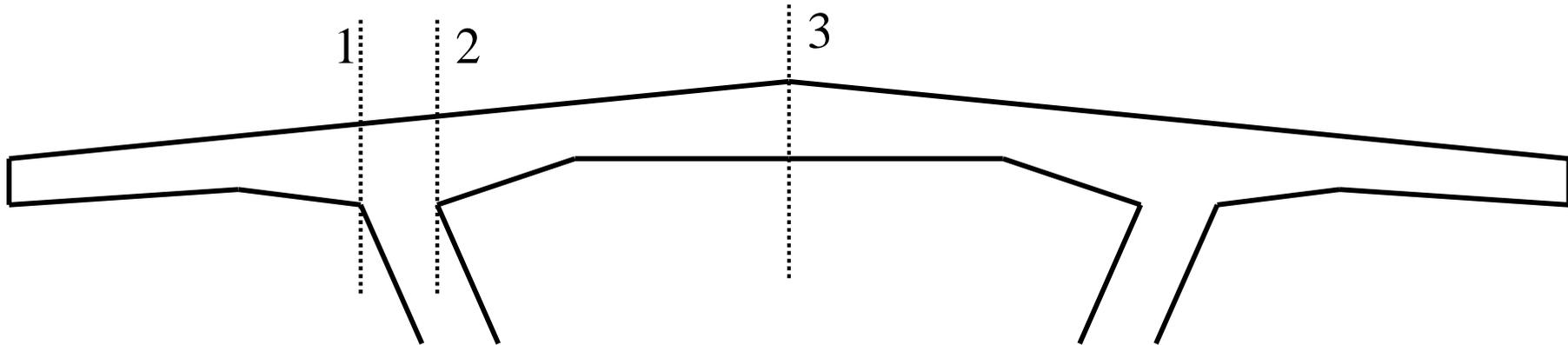
Flexion transversale - box girder

Etude locale des hourdis pour les caissons classiques de type 1

- I - Sections de calcul
- II - Charges permanentes
- III - Charges routières

Type 1

- I - Sections de calcul



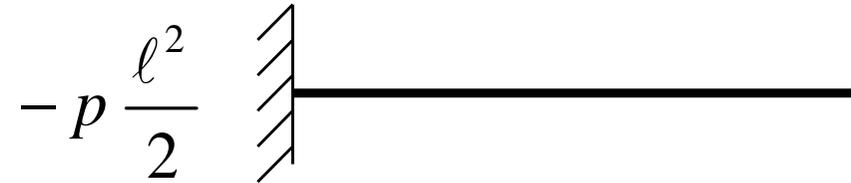
- 1 encorbellement
- 2 dalle centrale - côté âme
- 3 dalle centrale - milieu

- On suppose que le hourdis est encastéré parfaitement sur les âmes
- On suppose qu'il n'y a pas de redistribution dans cette partie de l'analyse
- Les méthodes d'analyse des poutres et dalles sont applicables

II - Charges permanentes = charges linéiques ou surfaciques dans le sens longitudinal

– encorbellement

- console classique (h=cte)



– dalle centrale

- ouvrage classique de largeur modérée telle que

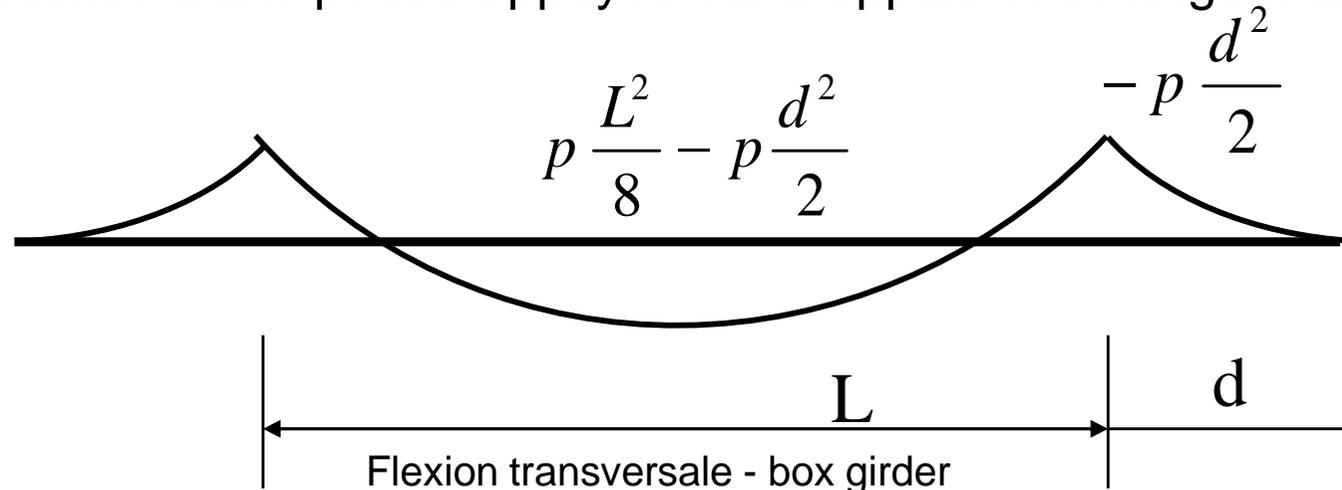
Longueur \gg largeur (a \gg b)

☞ **caisson en B.P. à deux âmes :**

assimilé à une poutre encastree sur appuis (âmes) et de largeur unitaire

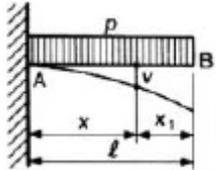
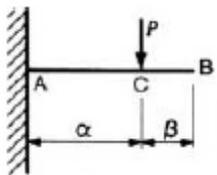
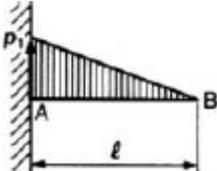
PM ☞ pont mixte bipoutre : (à ne pas appliquer sur caisson en BP)

assimilé à une poutre appuyée sur 2 appuis et de largeur unitaire



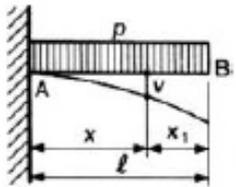
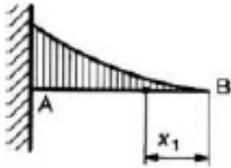
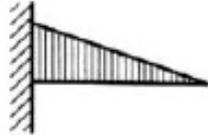
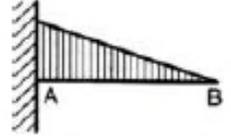
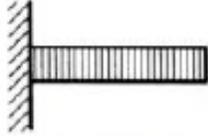
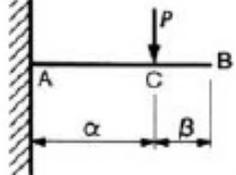
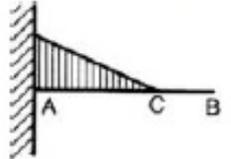
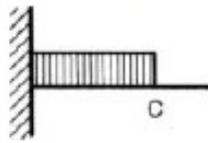
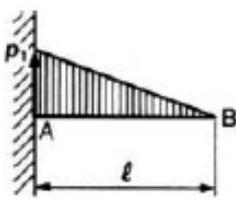
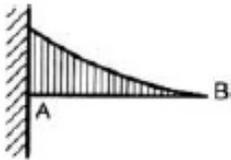
II - Charges permanentes

– Console (h=cte)

Caractéristiques		Déformations	
Type	Charges	Ligne élastique. Flèches	Rotation des sections
Type	Charges	Équations	Équations
I		$v = -\frac{px^2}{24EI} (6l^2 - 4lx + x^2)$ $v_A = 0$ $v_B = -\frac{p\ell^4}{8EI}$	$\omega = -\frac{px}{6EI} (3l^2 - 3lx + x^2)$ $\omega_A = 0$ $\omega_B = -\frac{p\ell^3}{6EI}$
		$v = -\frac{P}{6EI} x^2(3l - x)$ $v_A = 0$ $v_B = -\frac{P\ell^3}{3EI}$	$\omega = -\frac{P}{2EI} x(2l - x)$ $\omega_A = 0$ $\omega_B = -\frac{P\ell^2}{2EI}$
		$A \text{ à } C: v = -\frac{P}{6EI} x^2(3\alpha - x)$ $C \text{ à } B: v = -\frac{P}{6EI} x^2(3x - \alpha)$ $v_B = -\frac{P}{6EI} \alpha^2(3l - \alpha)$	$A \text{ à } C: \omega = -\frac{P}{2EI} x(2\alpha - x)$ $\omega_A = 0$ $C \text{ à } B: \omega = -\frac{P}{2EI} \alpha^2$ $\omega_B = -\frac{P\alpha^2}{2EI}$
		$v = -\frac{p_1 \ell^4}{120EI} \left[4 - 5\frac{x_1}{\ell} + \left(\frac{x_1}{\ell}\right)^5 \right]$ $v_B = -\frac{p_1 \ell^4}{30EI}$	$\omega = -\frac{p_1 \ell^3}{24EI} \left[1 - \left(\frac{x_1}{\ell}\right)^4 \right]$ $\omega_A = 0$ $\omega_B = -\frac{p_1 \ell^3}{24EI}$

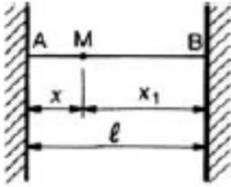
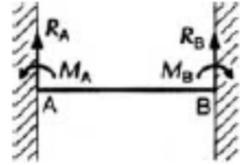
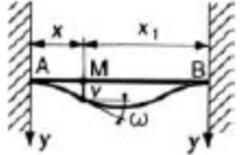
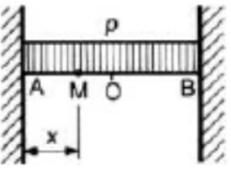
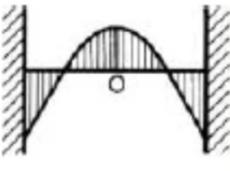
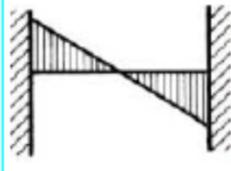
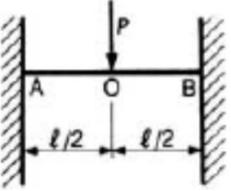
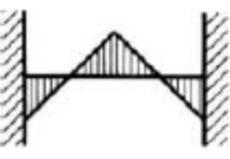
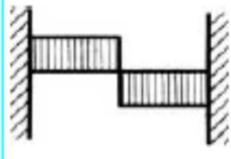
II - Charges permanentes

- Console (h=cte)

Caractéristiques		Réactions	Moment		Effort tranchant	
Type	Charges		Diagramme	Équations	Diagramme	Équations
I		$R_A = p\ell$		$M = -\frac{p x_1^2}{2}$ $M_B = 0$ $M_A = -\frac{p\ell^2}{2}$		$T = p x_1$
		$R_A = P$		$M = -P x_1$ $M_B = 0$ $M_A = -P\ell$		$T = P$
		$R_A = P$		$\text{B à C: } M = 0$ $\text{C à A: } M = P(x - \alpha)$ $M_C = 0$ $M_A = -P\alpha$		$\text{B à C: } T = 0$ $\text{C à A: } T = P$
		$R_A = \frac{p_1 \ell}{2}$		$M = -\frac{p_1 x_1^3}{6\ell}$ $M_B = 0$ $M_A = -\frac{p_1 \ell^2}{6}$		$T = \frac{p_1 x_1^2}{2\ell}$

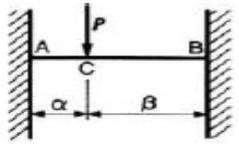
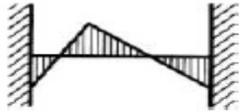
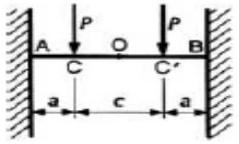
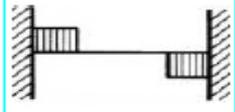
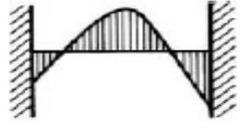
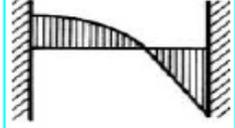
II - Charges permanentes

- Hourdis central (h=cte)

Poutre encastree des deux cotes		IV				
Caractéristiques		Réactions	Moment		Effort tranchant	
Type	Charges		Diagramme	Équations	Diagramme	Équations
		$R_A = R_B = \frac{p\ell}{2}$		$M = \frac{1}{2} px(\ell - x) - \frac{1}{12} p\ell^2$ $M_A = M_B = -\frac{p\ell^2}{12}$ $M_O = \frac{p\ell^2}{24}$		$T = p\left(\frac{\ell}{2} - x\right)$
		$R_A = R_B = \frac{P}{2}$		$A \text{ à } O : M = \frac{P\ell}{2} \left(\frac{x}{\ell} - \frac{1}{4} \right)$ $O \text{ à } B : M = \frac{P\ell}{2} \left[\frac{3}{4} - \frac{x}{\ell} \right]$ $M_A = M_B = -\frac{P\ell}{8}$ $M_O = \frac{P\ell}{8}$		$A \text{ à } O : T = \frac{P}{2}$ $O \text{ à } B : T = -\frac{P}{2}$

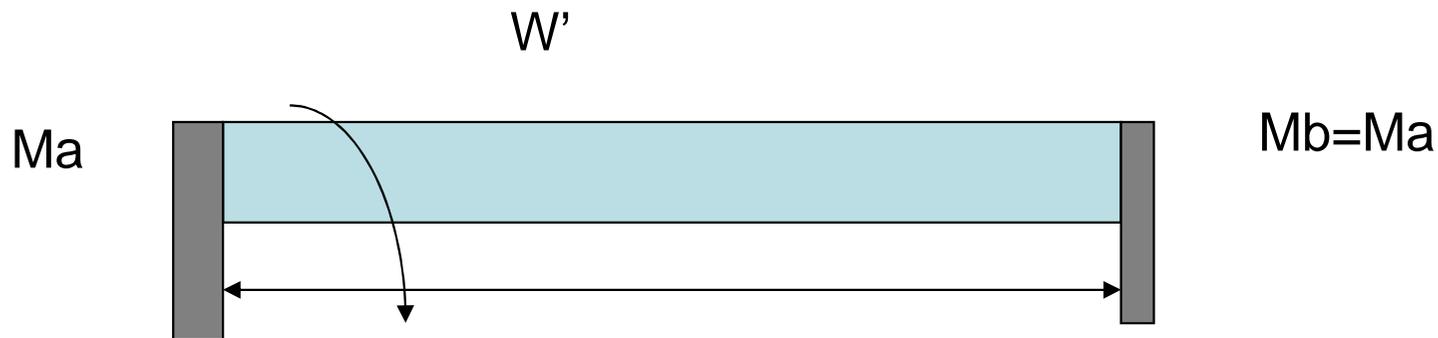
II - Charges permanentes

– Hourdis central (h=cte)

Caractéristiques		Réactions	Moment		Effort tranchant	
Type	Charges		Diagramme	Équations	Diagramme	Équations
IV		$R_A = \frac{P\beta^2}{\ell^3} (\ell + 2\alpha)$ $R_B = \frac{P\alpha^2}{\ell^3} (\ell + 2\beta)$		<p>A à C :</p> $M = -\frac{P(\ell - \alpha)^2}{\ell^3} [\ell\alpha - (\ell + 2\alpha)x]$ $M_A = -\frac{P\alpha(\ell - \alpha)^2}{\ell^2}$ <p>C à B :</p> $M = -\frac{P\alpha^2}{\ell^3} [(3\ell - 2\alpha)x - \ell(2\ell - \alpha)]$ $M_B = -\frac{P\alpha^2(\ell - \alpha)}{\ell^2}$ $M_C = \frac{2P\alpha^2(\ell - \alpha)^2}{\ell^3}$		<p>A à C :</p> $T = \frac{P\beta^2}{\ell^3} (\ell + 2\alpha)$ $T_A = \frac{P\beta^2}{\ell^3} (\ell + 2\alpha)$ <p>C à B :</p> $T = -\frac{P\alpha^2}{\ell^3} (\ell + 2\beta)$ $T_B = -\frac{P\alpha^2}{\ell^3} (\ell + 2\beta)$
		$R_A = R_B = P$		<p>A à C :</p> $M = -\frac{Pa}{\ell} (\ell - a) + Px$ <p>C à C' :</p> $M = \frac{Pa^2}{\ell}$ <p>C' à B :</p> $M = -\frac{Pa}{\ell} (\ell - a) + P(\ell - x)$ $M_O = M_C = M_{C'} = \frac{Pa^2}{\ell}$ $M_A = -\frac{Pa(\ell - a)}{\ell}$		<p>A à C : T = P</p> <p>C à C' : T = 0</p> <p>C' à B : T = -P</p>
		$R_A = \frac{3p_1\ell}{20}$ $R_B = \frac{7p_1\ell}{20}$		$M = -\frac{p_1\ell^2}{60} \left[2 - 9\left(\frac{x}{\ell}\right) + 10\left(\frac{x}{\ell}\right)^3 \right]$ $M_A = -\frac{p_1\ell^2}{30}$ <p>et $M_B = -\frac{p_1\ell^2}{20}$</p> $M_{max} = 0,02144 p_1 \ell^2$ <p>pour $x = \ell \sqrt{\frac{3}{10}}$</p>		$T = \frac{p_1\ell}{20} \left[3 - 10\left(\frac{x}{\ell}\right)^2 \right]$

II - Charges permanentes

- Hourdis central (h=variable)
- Utiliser les formules de la méthode des 3 moments en ne gardant que les termes de la travée
- Exemple de la charge linéique



$$Ma \times \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{dx}{EI(x)} + Mb \times \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} \frac{dx}{EI(x)} = w'$$

III charges roulantes

- Sur la dalle centrale: Abaques de Pücher
- Rappel :

On considère maintenant un prisme (figure 1) limité par deux facettes parallèles aux axes de coordonnées et une facette "oblique" quelconque, de longueur dl . Sur cette facette, on introduit les sollicitations par unité de longueur (V_n, T_n, M_n) . Compte tenu du fait que:

$$dx = dl \cdot \sin\theta \quad \text{et} \quad dy = dl \cdot \cos\theta$$

où θ est l'angle (orienté) de la normale extérieure à la facette "oblique" avec l'axe Ox , et en écrivant les équations d'équilibre du prisme, il vient:

$$\begin{aligned} V_n &= V_x \cdot \cos\theta + V_y \cdot \sin\theta \\ M_n &= M_x \cdot \cos^2\theta + M_y \cdot \sin^2\theta - T_x \cdot \sin 2\theta \\ T_n &= (M_x - M_y) \sin\theta \cos\theta + T_x (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \end{aligned}$$

III charges roulantes sur dalle

- **Abaques de Pücher**

* Les conditions de bord suivent les conventions graphiques suivantes:

----- bord libre

————— bord simplement appuyé

===== bord parfaitement encastré



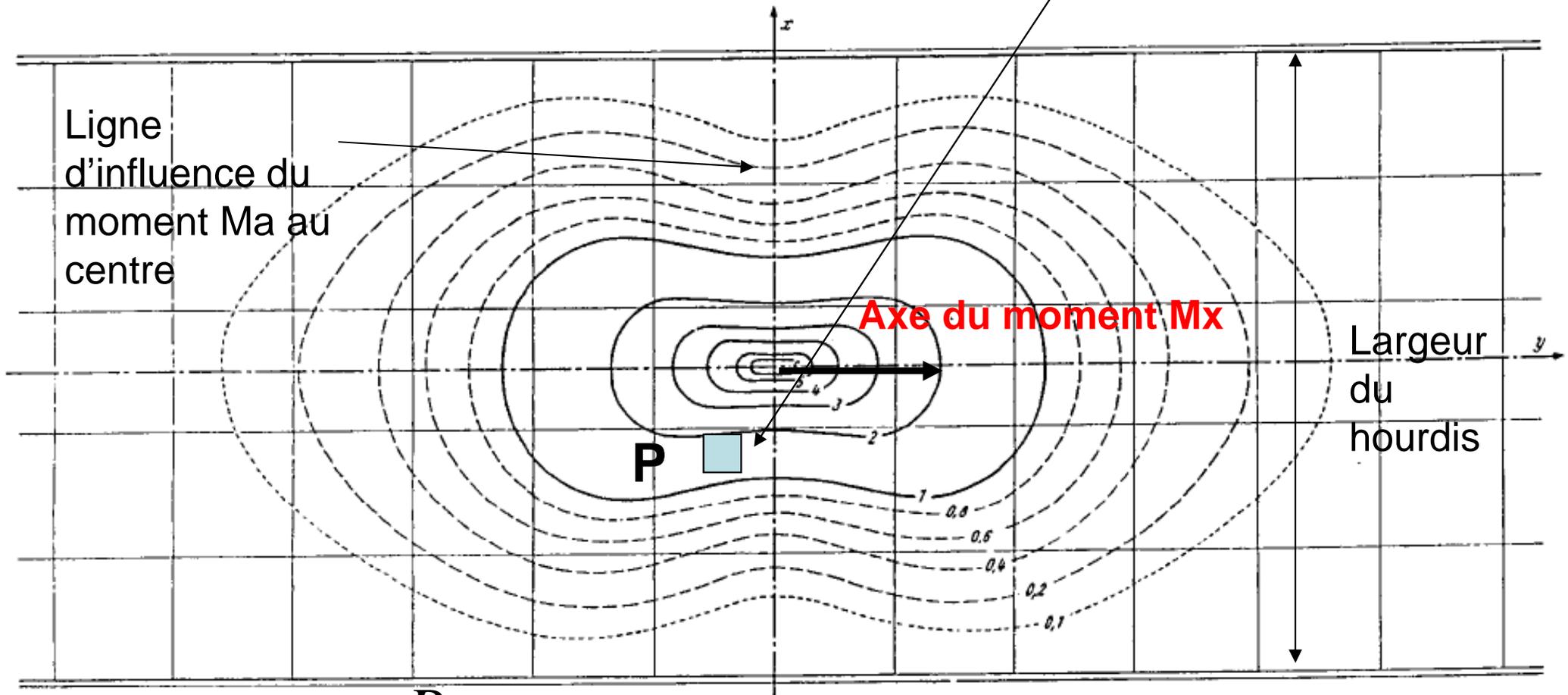
Abaques n° 6 à 8

III charges roulantes sur dalle

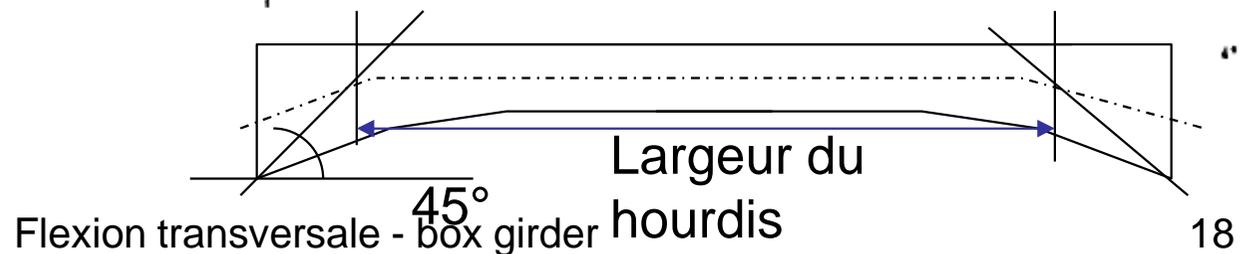
Attention aux orientations des axes , M_x est orthogonal à l'axe des x

Tafel 6. m_x —Einflußfeld für die Feldmitte eines Plattenstreifens mit zwei eingespannten Rändern (8π -fach)

$$\mu = 1,5 \approx$$



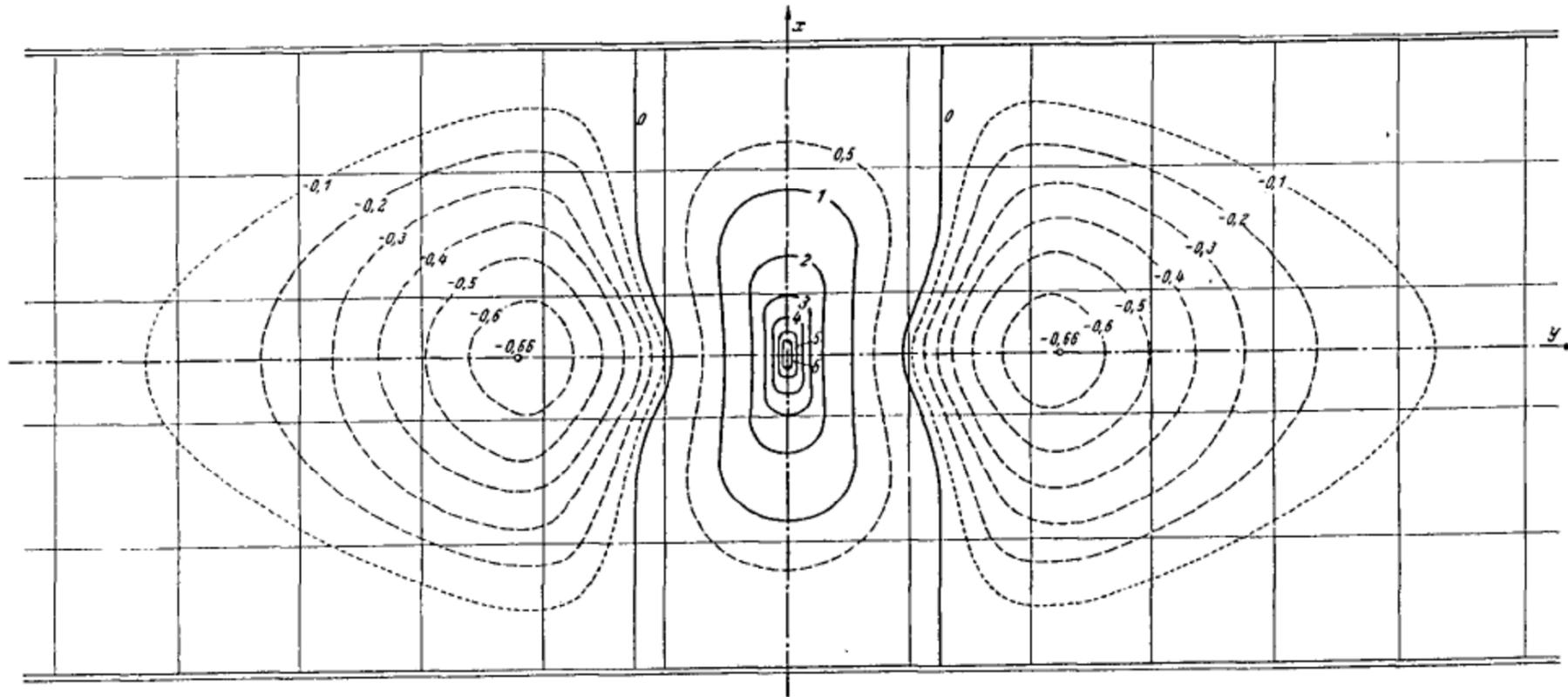
$$M_{xt} = \mu \times \frac{P}{8\pi}$$



III charges roulantes sur dalle

Le moment M_{yt} s'obtient de la même façon

Tafel 7. m_y -Einflussfeld für die Feldmitte eines Plattenstreifens mit zwei eingespannten Rändern (8π -fach)

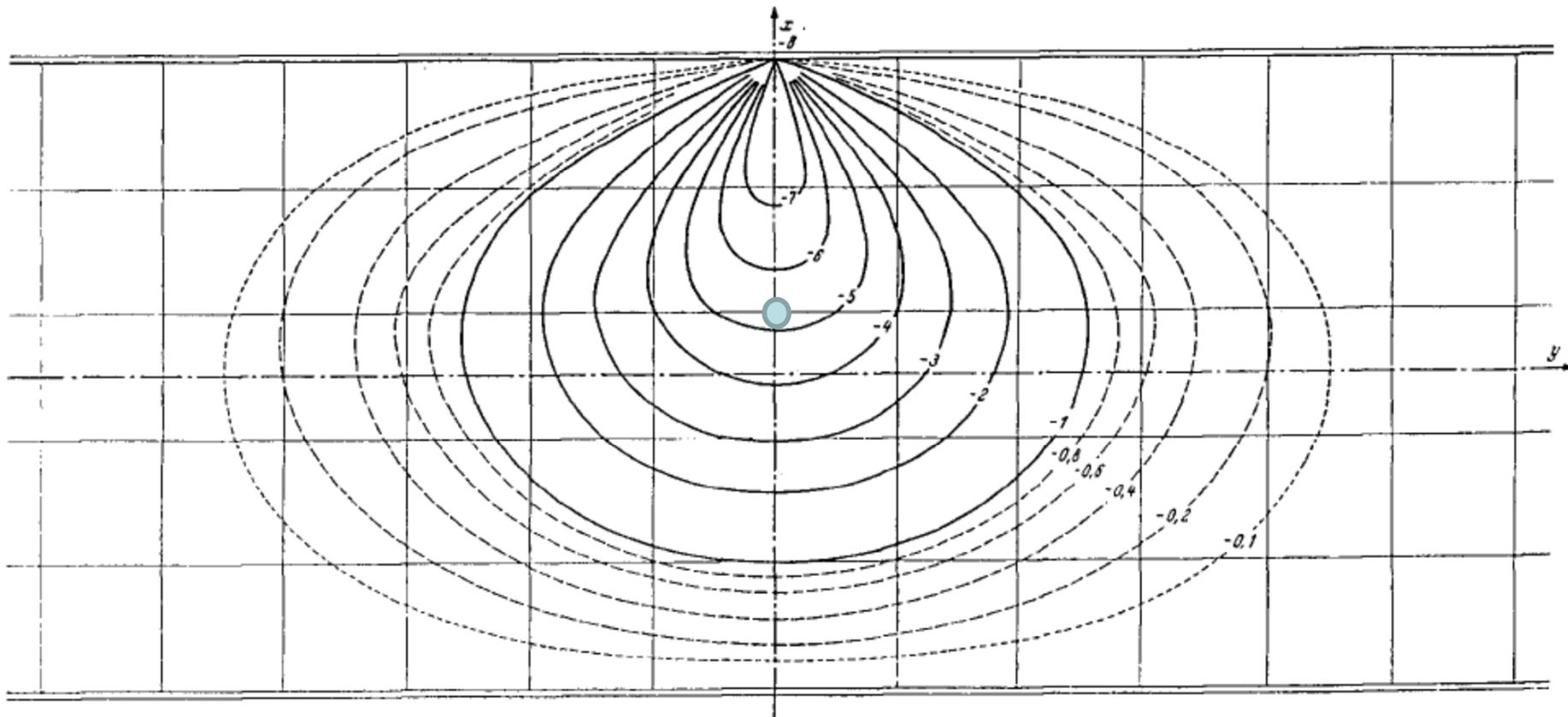


Le moment total M_x vaut: $M_x = M_{xt} + \nu M_{yt}$ avec $\nu = 0,2$

III charges roulantes sur dalle

Le moment à l'encastrement s'obtient aussi de la même façon

Tafel 8. m_x —Stützmoment-Einflussfeld für den Rand eines Plattenstreifens mit zwei eingespannten Rändern (8π -fach)

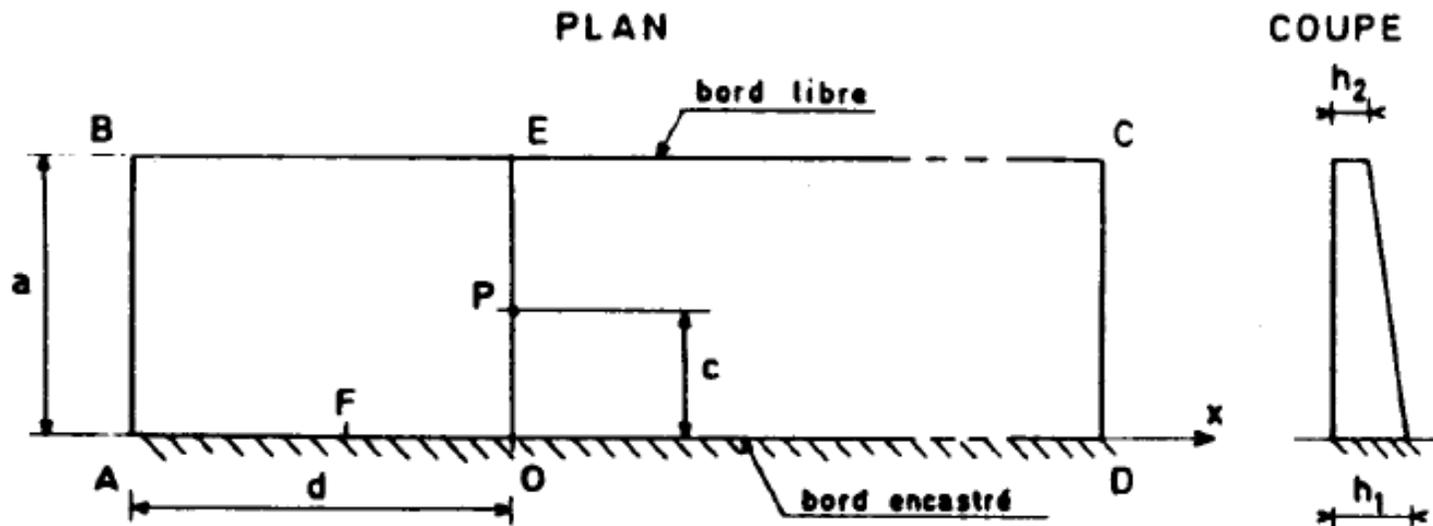


Le moment transversal est nul

III charges roulantes sur la console

Méthode analytique fascicule 62 titre I section II règles BPEL, indépendante du règlement, applicable aussi avec l'EC2

- a , portée de la dalle-console ;
- c , distance OP du point P au bord encasté ;
- d , distance OA du point P au côté AB *supposé le plus voisin* de la charge parmi les côtés AB et CD ;
- $x_1 = \overline{OF}$, abscisse d'un point F du bord encasté (mesurée sur l'axe Ox) ;
- $x_2 = \overline{AF} = x_1 + d$, ($x_2 \geq 0$) ;
- $\frac{h_1}{h_2} \geq 1$, rapport des épaisseurs de la dalle-console.



III charges roulantes sur la console

Méthode analytique

$$M_a(F) = - \frac{P\lambda}{\pi} [p + \mu q] \pm 10 \%$$

$$\lambda = \frac{\pi}{20} \left(1 + \frac{c}{a} \right) \left(4 + \frac{h_1}{h_2} \right)$$

$$\mu = \left(1 + \frac{c}{a} \right) \left(1 - \frac{d}{8a} \right)$$

$$p = \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{\lambda x_1}{c}\right)}, \text{ où } \operatorname{ch}(u) = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$$

$$q = q_1 \frac{x_2/a}{2} \text{ où } q_1 = \frac{1}{10} \frac{c}{a} \max \left[\left(1 - \frac{d}{a} \right)^3, \frac{3}{100} \right]$$

(rappel : $x_2 = x_1 + d$). M_b varie approximativement entre $-M_a(0)/5$ et $M_a(0)/10$.

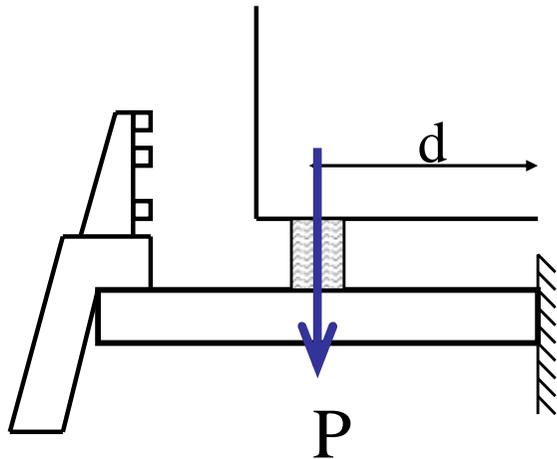
III charges roulantes sur la console

- Les charges peuvent aussi être analysées par une méthode simplifiée

– Méthode simplifiée



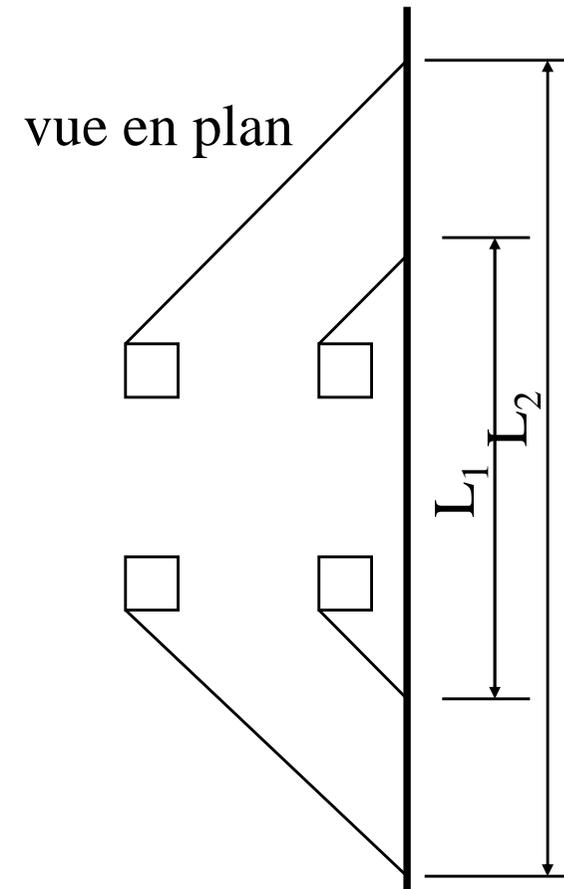
diffusion à 45 °



$$M = \frac{\sum M_i}{L_{moy}}$$

avec

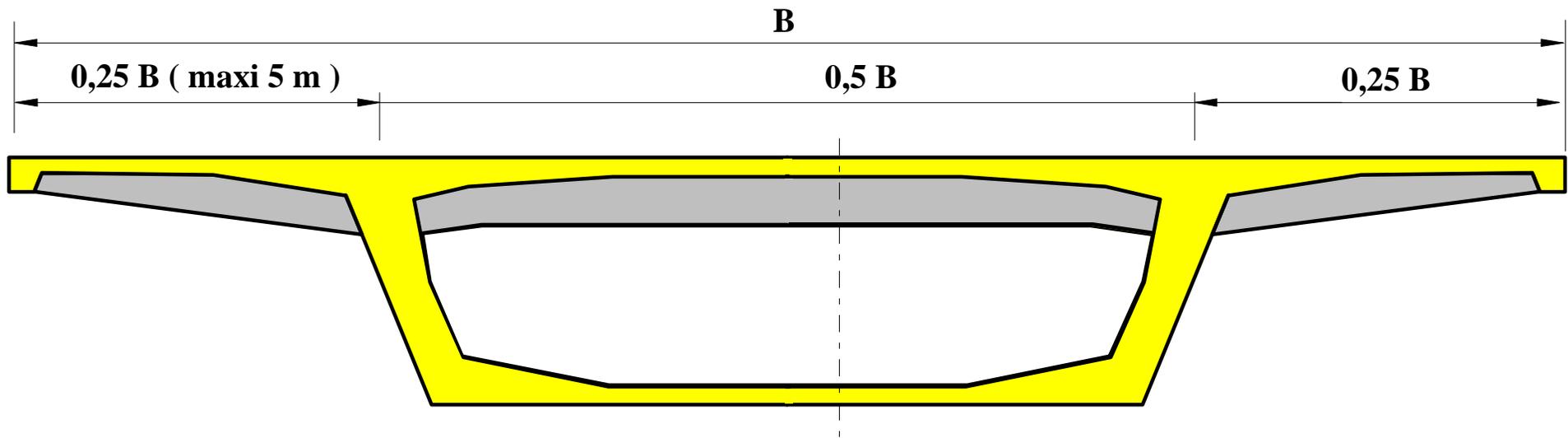
$$L_{moy} = \frac{L_1 + L_2}{2}$$



Etude locale des hourdis pour les caissons classiques de type 2

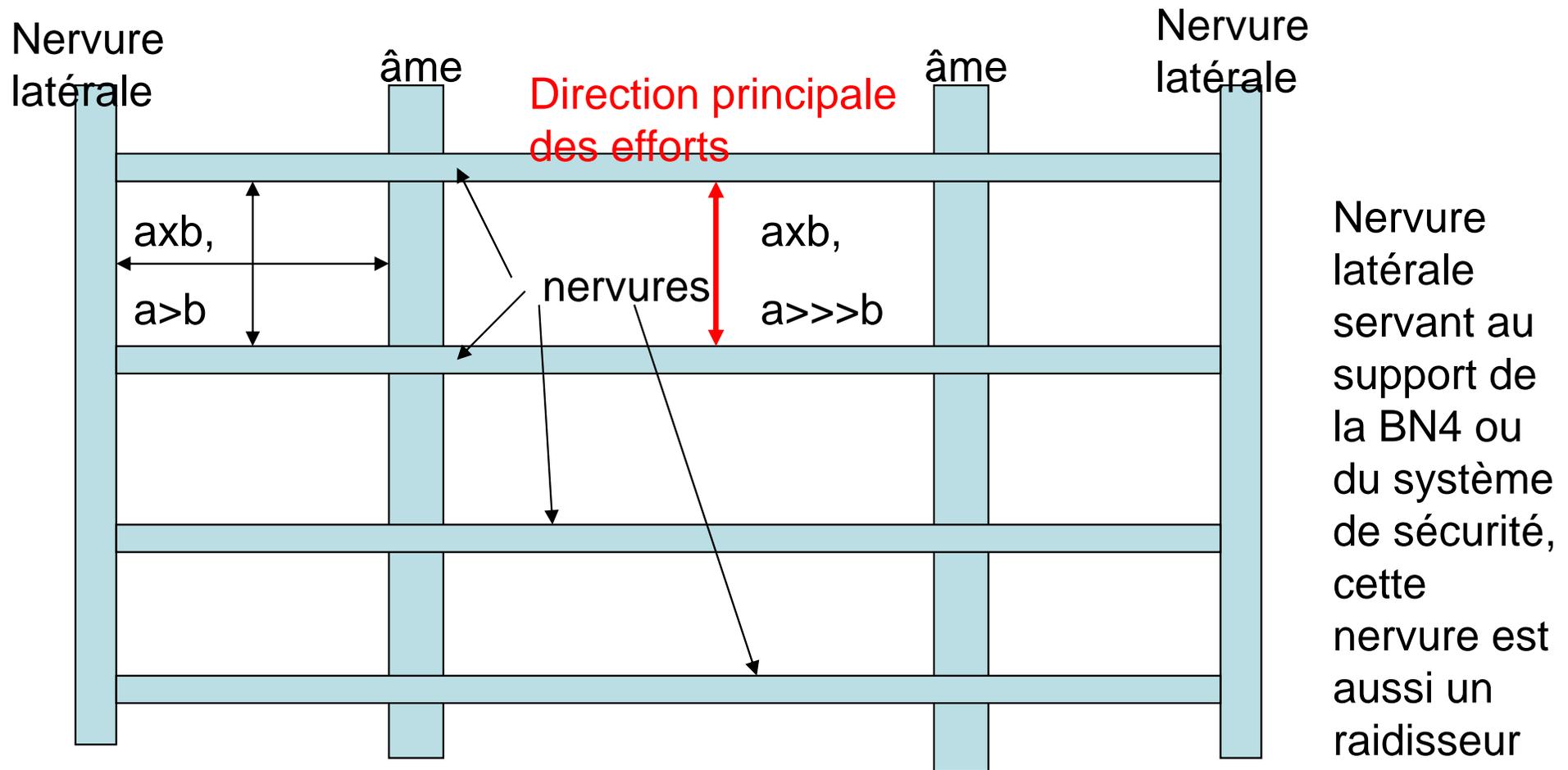
- I - Sections de calcul
- II - Charges permanentes
- III - Charges routières

Type 2



Type 2

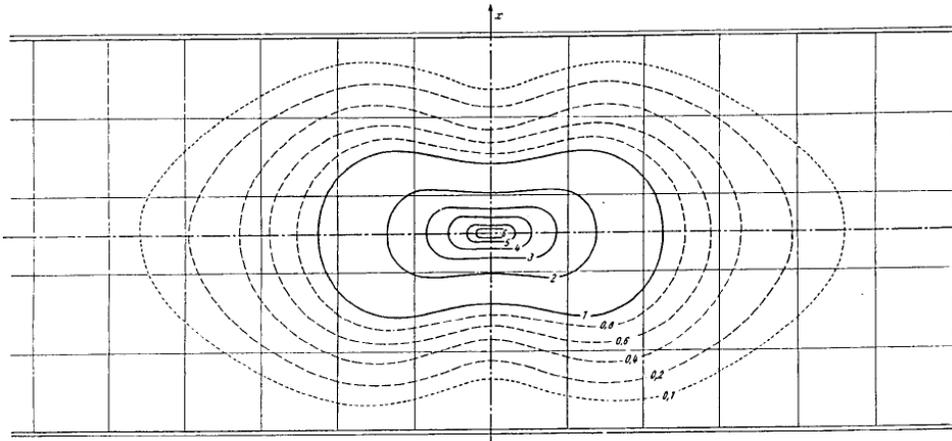
- Sections de calcul: typologie



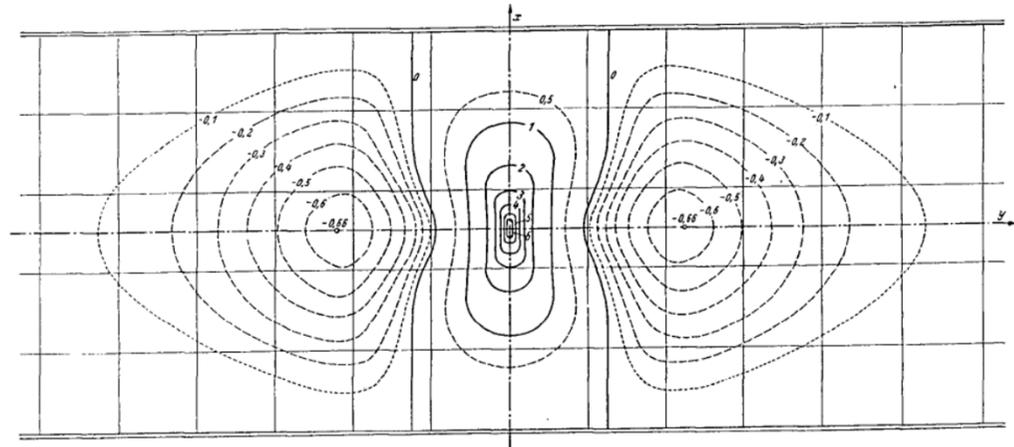
Type 2

- Méthode:
 - Analyser les dalles – charges locales – utilisation des abaques de Pücher
 - Dalle entre âmes abaques

Tafel 6. m_x -Einflussfeld für die Feldmitte eines Plattenstreifens mit zwei eingespannten Rändern (8x-fach)



Tafel 7. m_x -Einflussfeld für die Feldmitte eines Plattenstreifens mit zwei eingespannten Rändern (8x-fach)

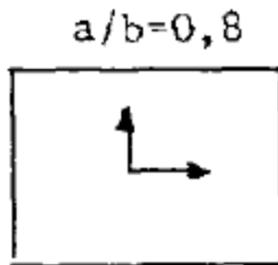


Type 2 (nota)

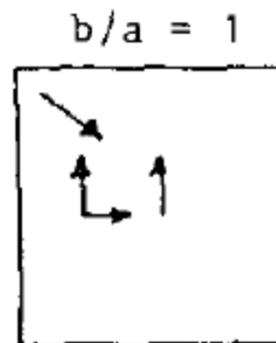
- Pour les dalles centrales la direction principale de flexion est dans le sens de la contrainte normale principale longitudinale du tablier
- Intégrer l'état de contrainte global à cet état local de flexion

Type 2

- Méthode:
 - Dalle entre nervures et poutre latérale sur l'encorbellement



Abaques n°14 et 15

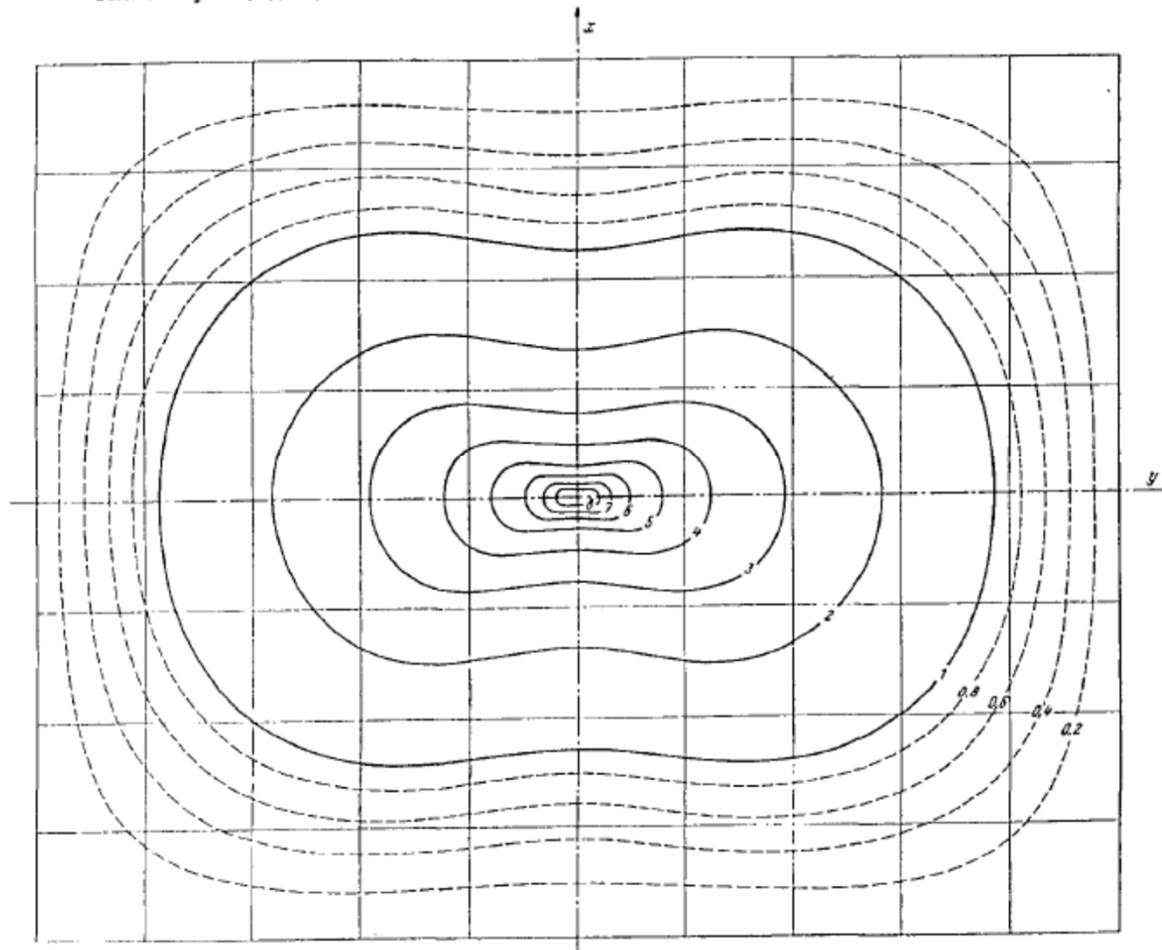


Abaques n°16 à 19

Type 2

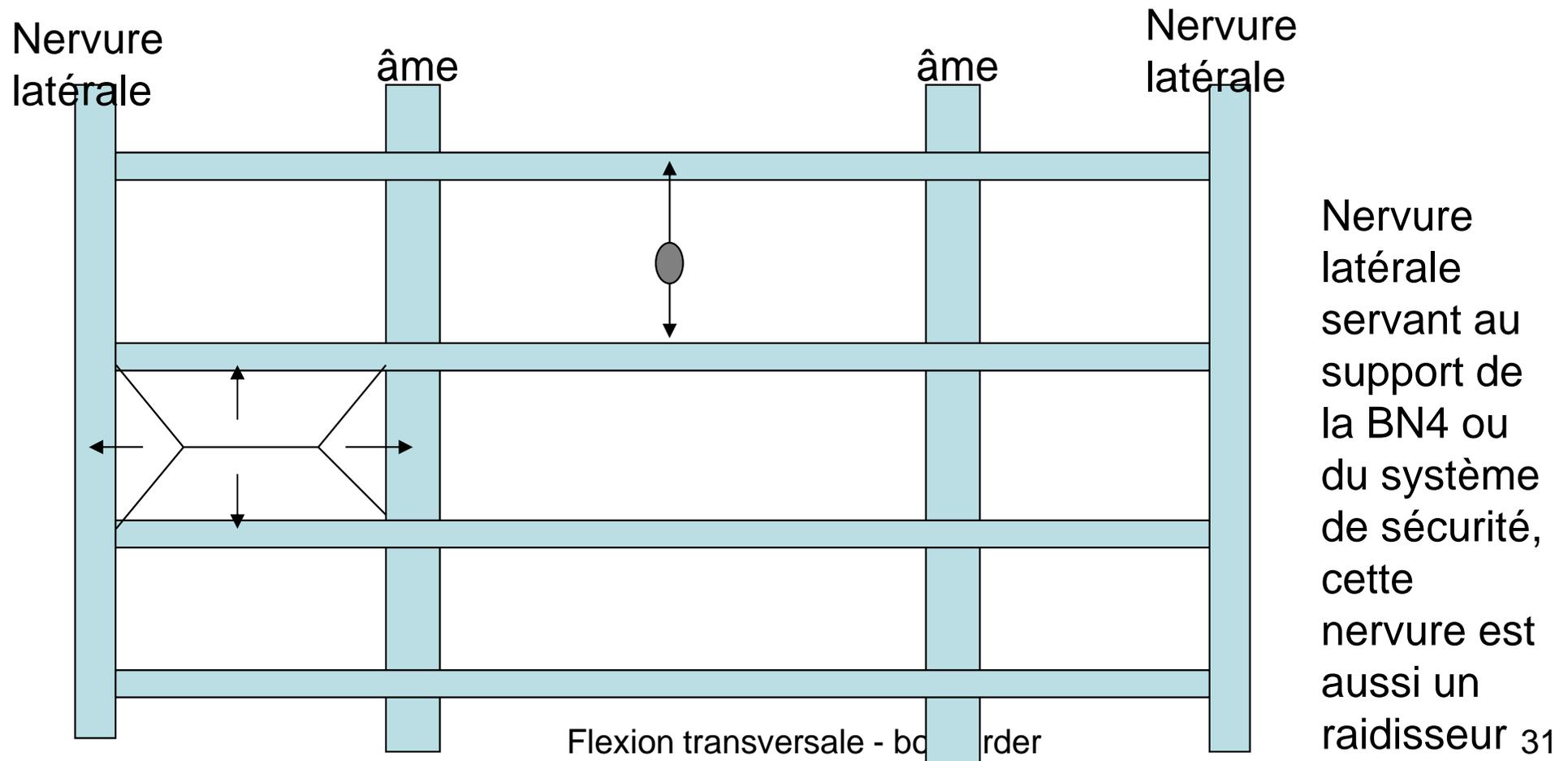
- Dalle sur encorbellement: exemple

Tafel 14. m_z -Einflussfeld für die Feldmitte einer Rechteckplatte mit vier frei aufliegenden Rändern ($a/b = 0,8$, 8 π -fach)



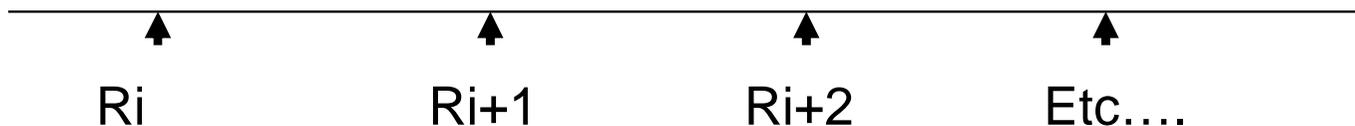
Type 2

- Analyse des poutres latérales
 - Les charges sont rapportées sur les poutres
 - Principe d'analyse des dalles de bâtiments



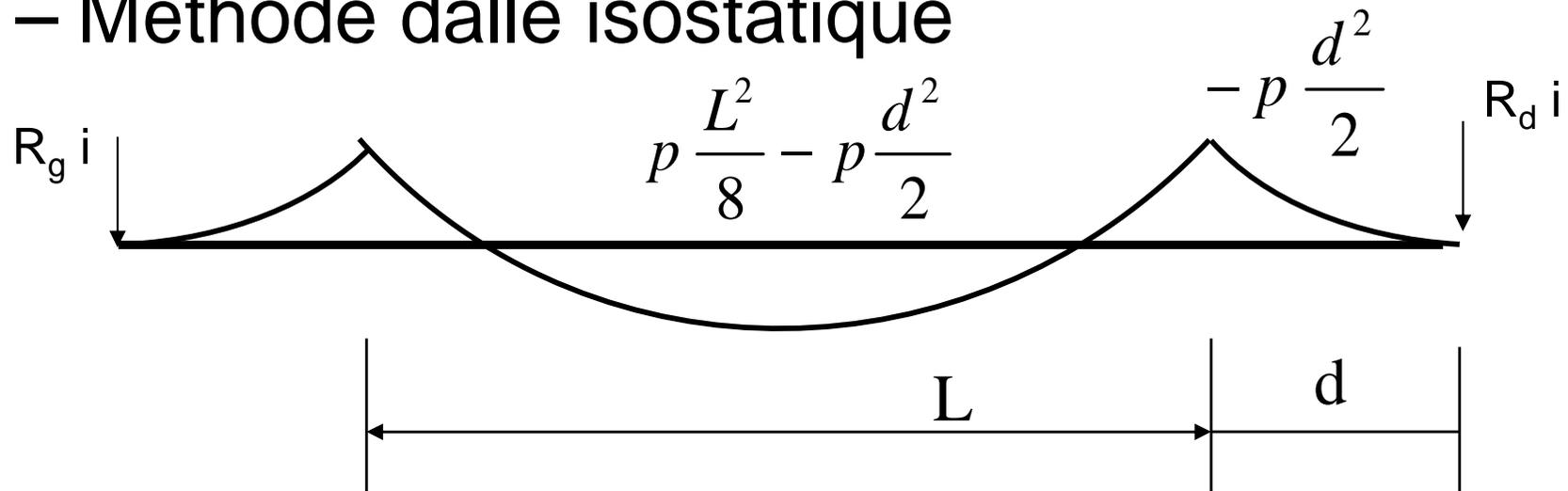
Type 2

- Les poutres latérales sont calculées comme des poutres continues
- 2 méthodes: poutres sur appuis élastiques ou poutres sur appui simples.
- Cette dernière méthode est suffisante, on obtient ainsi les réaction R_i au droit des nervures



Type 2

- Rappporter toutes les charges sur les nervures
- Évaluer les sollicitations dans les poutres
- 2 méthodes:
 - Méthode dalle isostatique



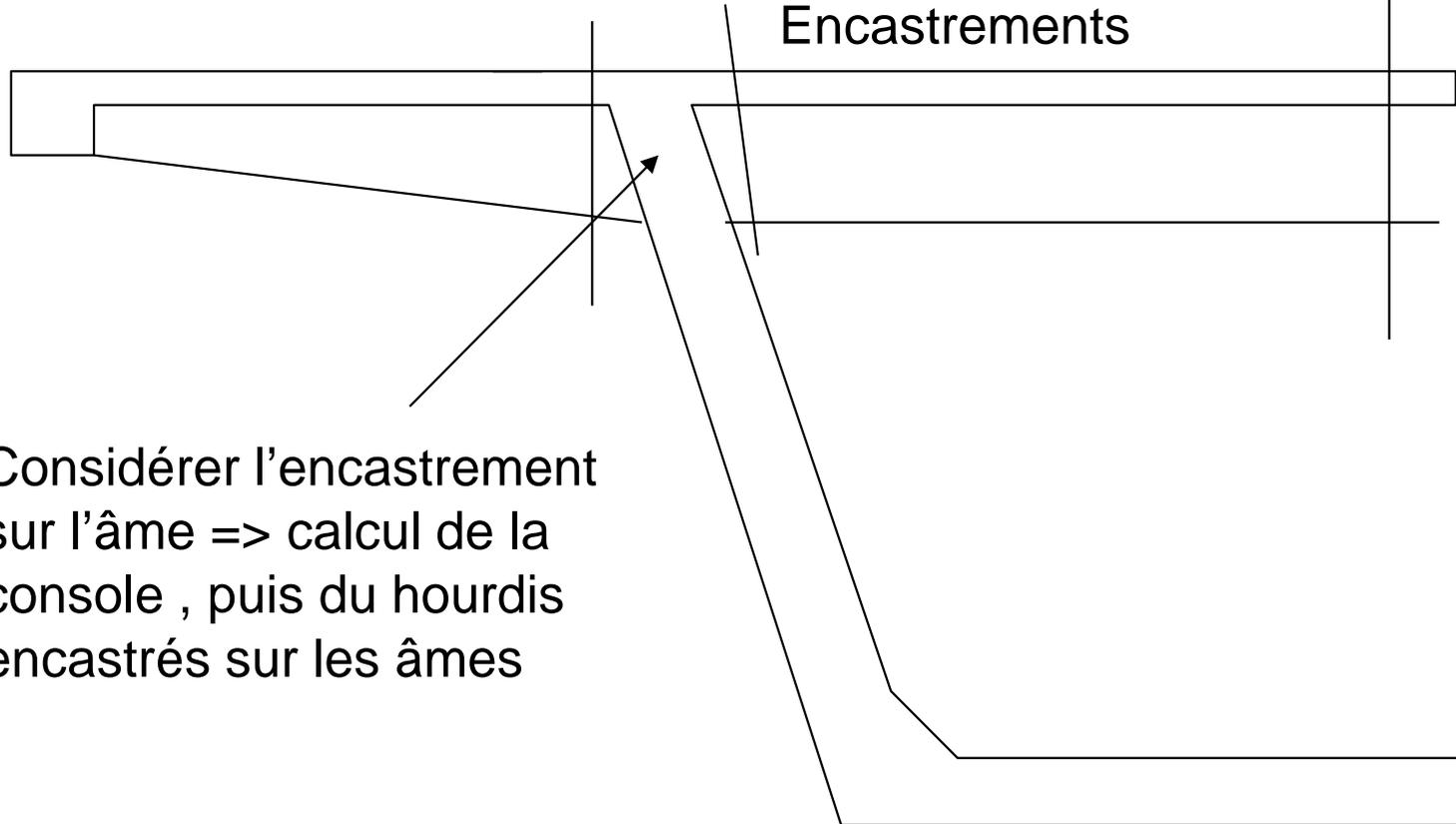
Flexion transversale - box girder

Type 2

– 2^{ème} méthode

Calculs au
niveau des
Encastrements

Milieu de
hourdis



Considérer l'encastrement
sur l'âme => calcul de la
console , puis du hourdis
encastrés sur les âmes

Type 2

- Conception de la nervure => poutre précontrainte
- En général calcul en précontrainte partielle
- Limiter la fissuration, mais dimensionner sous ELS fréquent en non-décompression dans la zone d'enrobage
- Attn: zone d'enrobage EC2 100mm

Type 2

- Positionner la précontrainte suivant le fuseau de passage
- Intégrer les contraintes liées au câblage longitudinal
- Intégrer les contraintes de ferrailage, direction principale
- Conditions d'enrobage à définir (note d'hypothèses)

Condition de ferrailage

- Section d'armatures à vérifier:
 - Retenir environ $A_s = 0,01 \times b$ en m^2 pour $s \leq 0,3mm$ (voir plus bas)
 - En deçà modifier l'épaisseur
 - En dessous la section de béton peut-être réduite.
 - Pour l'évaluation de A_s prendre pour $s \leq 0,3mm$ $\sigma_s \leq 240$ Mpa si HA16 , et pour $s \leq 0,2mm$ $\sigma_s \leq 200$ Mpa si HA16 (voir 7.3.3 de l'EC2 partie 1). Voir table 7.2N

Disposition des charges: EC1

- Voie principale
- Dispositif de sécurité
- Cohérence des dispositions de chargement
- Calage des charges par rapport aux limites de largeur chargeable, par rapport à la zone d'analyse