

Acoustique
Matériaux absorbants
Cours 3

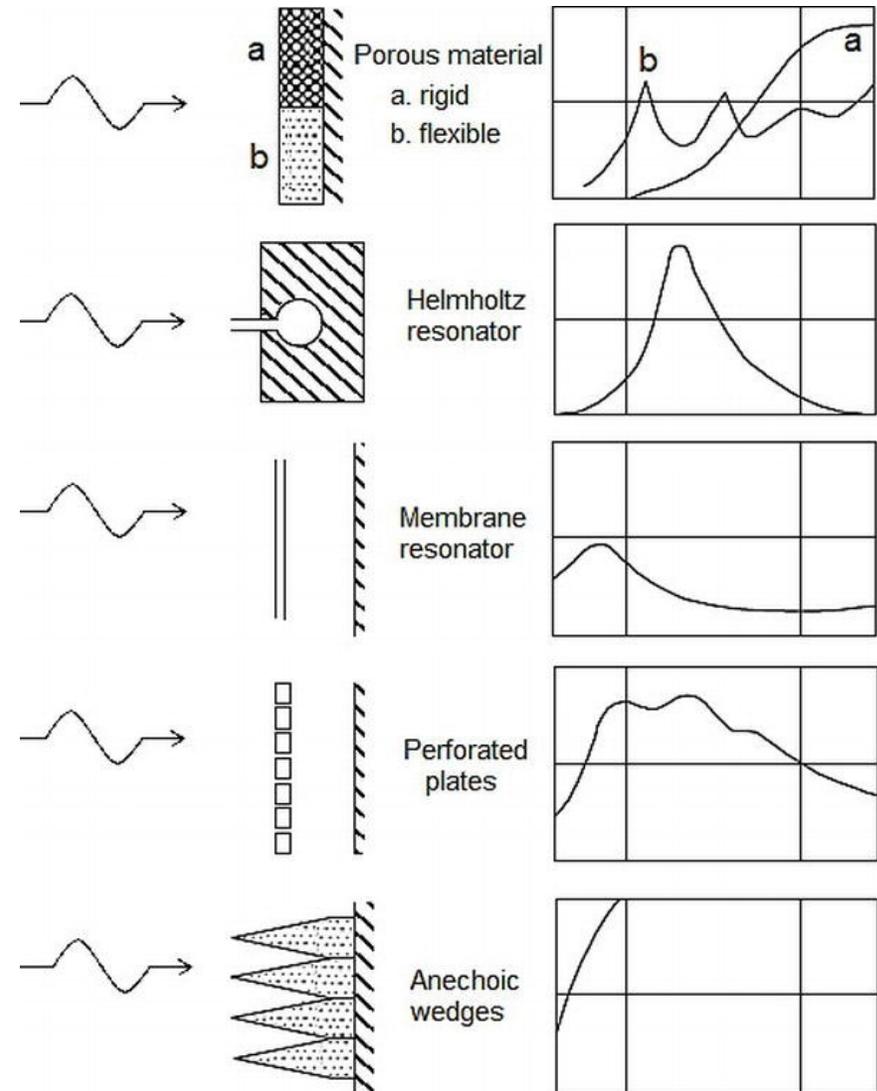
D. Duhamel

Plan

1. Matériaux poreux et fibreux
2. Résonateurs de Helmholtz
3. Panneaux perforés
4. Membranes
5. Guides d'onde
6. Tube de Kundt
7. Métamatériaux

Trois types de matériaux absorbants

- Matériaux poreux et fibreux
(absorption en fréquences aiguës)
- Résonateurs et matériaux perforés
(absorption dans les mediums)
- Membranes
(absorption dans les basses)



1. Matériaux poreux et fibreux

Principe de l'absorption

Propagation du son dans

- Matériaux poreux

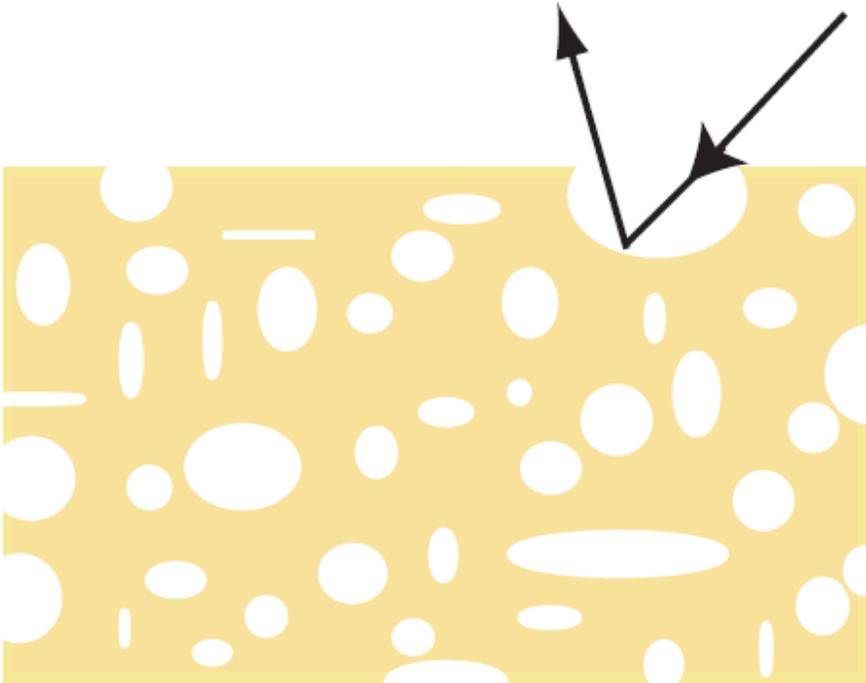
- Matériaux fibreux

- Forte proportion d'air

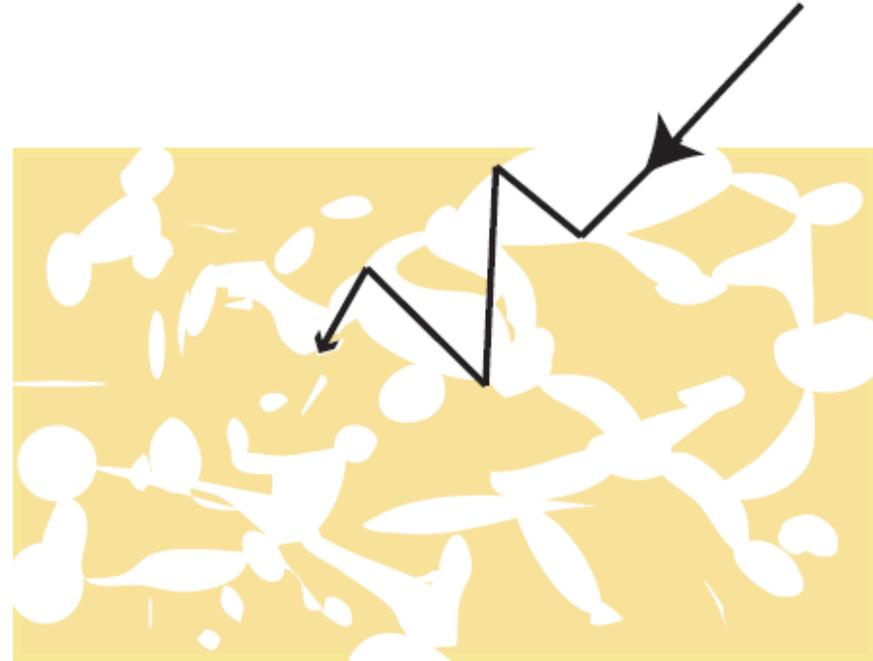
- Conversion de l'énergie mécanique en chaleur

- Couche limite dissipative

Porosités ouverte et fermée



Porosité fermée



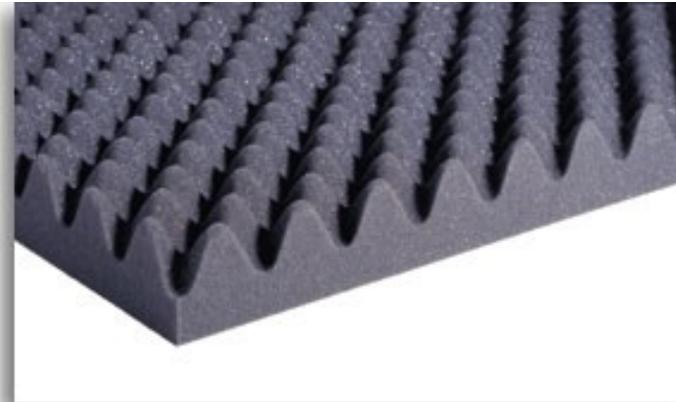
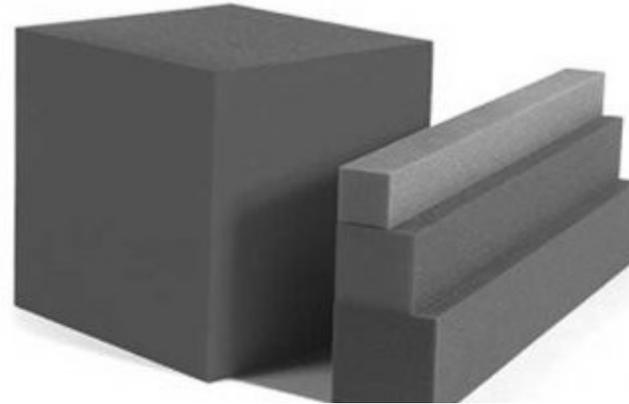
Porosité ouverte

Les matériaux absorbants en acoustique sont à porosité ouverte

Laine de verre
Laine de roche



Mousses



Enrobés drainants

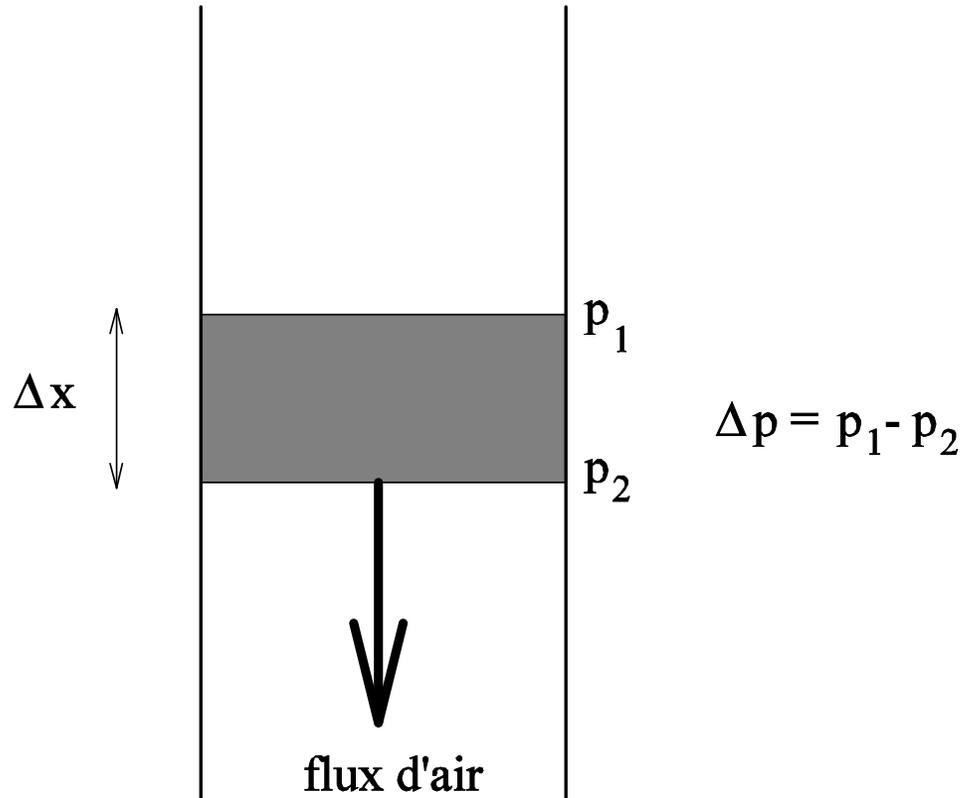


Explication des propriétés acoustiques

Paramètres du matériau

- Épaisseur
- Résistance à l'écoulement de l'air
- Porosité
- Tortuosité
- ...

Résistance à l'écoulement de l'air



$$\sigma = \frac{\Delta p}{v \Delta x}$$

Modèle de Delany et Bazley (convention $e^{i\omega t}$)

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} \left[1 + 0,0978 \left(\frac{\sigma}{\rho_0 f} \right)^{0,700} - i 0,189 \left(\frac{\sigma}{\rho_0 f} \right)^{0,595} \right]$$
$$Z(\omega) = \rho_0 c \left[1 + 0,0571 \left(\frac{\sigma}{\rho_0 f} \right)^{0,754} - i 0,087 \left(\frac{\sigma}{\rho_0 f} \right)^{0,732} \right]$$

$k(\omega)$: nombre d'onde complexe

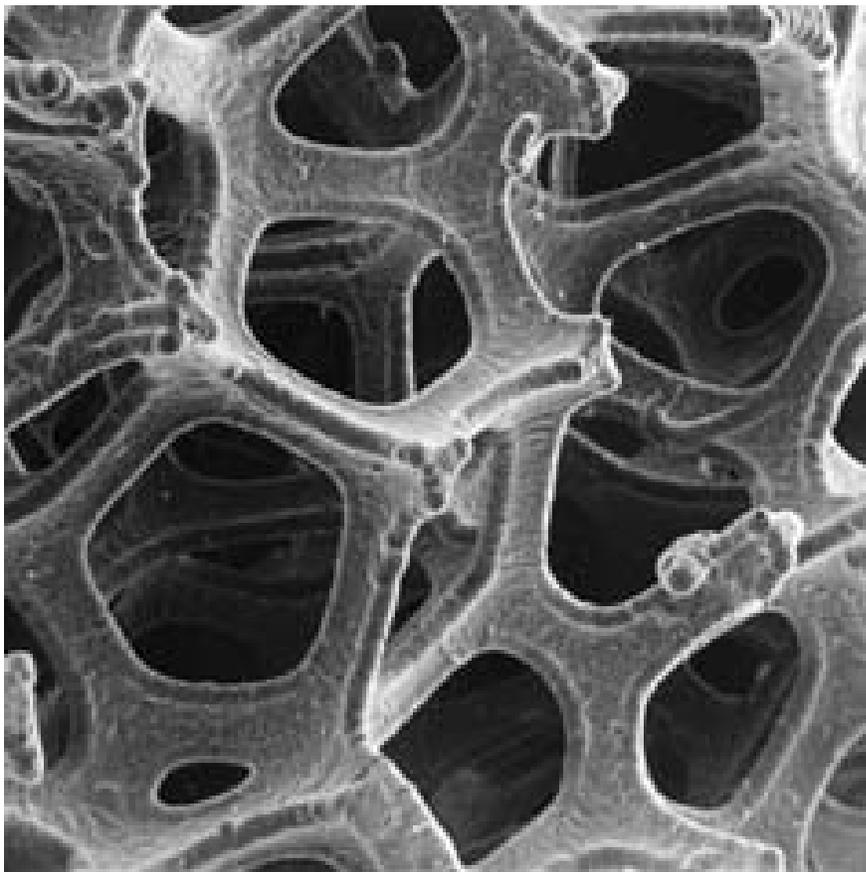
$Z(\omega)$: impédance complexe

f : fréquence

σ : résistance à l'écoulement de l'air

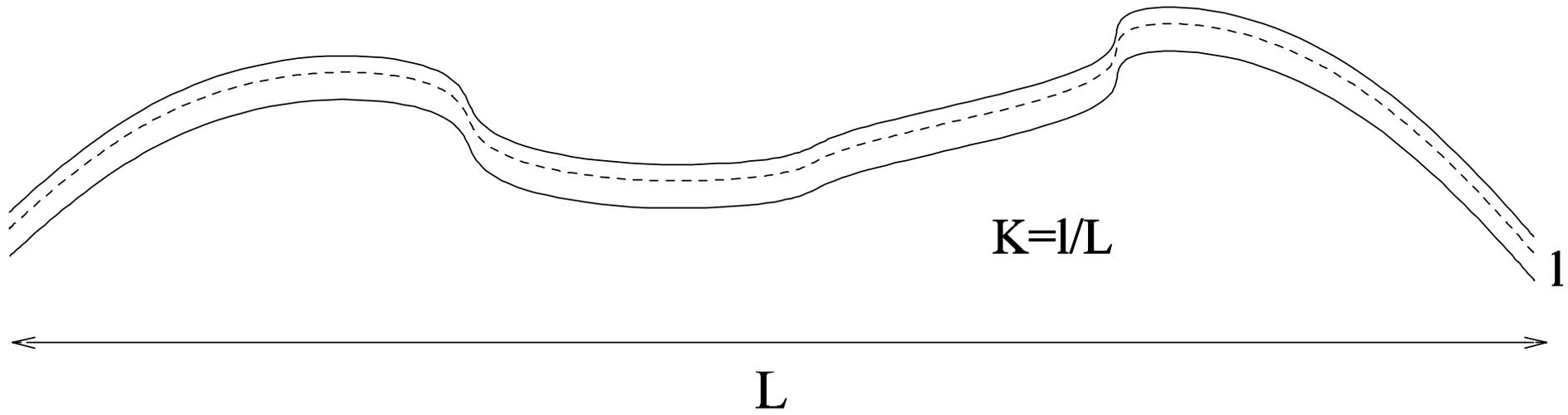
ρ_0 : masse volumique de l'air

Porosité



$$\Omega = \frac{\textit{Volume des vides}}{\textit{Volume total}}$$

Tortuosité



Modèle de Hamet-Bérengier

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{K \gamma} \sqrt{1 - i \frac{f_{\mu}}{f}} \sqrt{1 - (1 - \frac{1}{\gamma}) / (1 - i \frac{f_t}{f})}$$

$$Z(\omega) = \frac{\rho_0 c}{\Omega} \sqrt{\frac{K}{\gamma}} \sqrt{1 - i \frac{f_{\mu}}{f}} \left(\sqrt{1 - (1 - \frac{1}{\gamma}) / (1 - i \frac{f_t}{f})} \right)^{-1}$$

f_{μ}	$=$	$\frac{\sigma \Omega}{2 \pi \rho_0 K}$	$k(\omega)$: nombre d'onde complexe
f_t	$=$	$\frac{\sigma}{2 \pi \rho_0 N_{pr}}$	$Z(\omega)$: impédance complexe
γ	$=$	1.4	f : fréquence
N_{pr}	$=$	0,71	σ : résistance à l'écoulement de l'air
			ρ_0 : masse volumique de l'air
			K : Tortuosité
			Ω : Porosité

Autres modèles

- Attenborough (4 paramètres)
- Johnson-Champoux-Allard (5 paramètres)

$$\rho(\omega) = \frac{\rho_0 K}{\Omega} \left(1 - i \frac{\sigma \Omega}{\omega \rho_0 K} \sqrt{1 + i \frac{4 \omega \rho_0 K^2 \eta}{\sigma^2 \Omega^2 \Lambda^2}} \right)$$

$$K(\omega) = \frac{\gamma P_0 / \Omega}{\gamma - (\gamma - 1) \left(1 - i \frac{\Omega \eta}{\omega \rho_0 P_r k'_0} \sqrt{1 + i \frac{4 \omega \rho_0 P_r k'^2_0}{\Omega^2 \eta \Lambda'^2}} \right)^{-1}}$$

k'_0 perméabilité thermique

Λ dimension caractéristique de viscosité

Λ' dimension caractéristique thermique

η viscosité de l'air

Difficulté de déterminer tous ces paramètres

Coefficient d'absorption

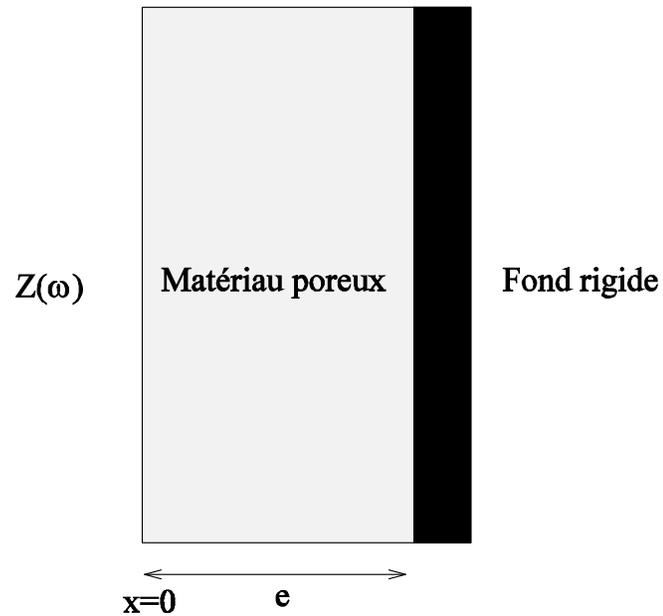
- Fraction de l'énergie absorbée pour une onde incidente sur le matériau

$$\alpha = \frac{E_A}{E_I}$$

E_A *énergie absorbée*
 E_I *énergie incidente*

- Variable avec la fréquence
- Variable avec la direction d'incidence de l'onde
- Dans la littérature donné pour des champs diffus
- Pour une paroi de surface S l'absorption équivalente est $A = \alpha S$

Impédance de surface et absorption

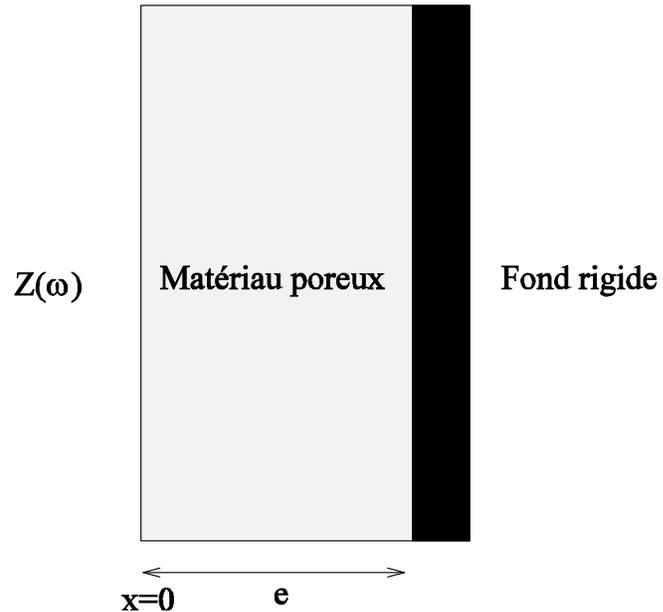


$$p(x) = a e^{ikx} + b e^{-ikx}$$
$$v(x) = -\frac{\nabla p}{i \rho \omega} = -\frac{1}{Z} (a e^{ikx} - b e^{-ikx})$$

$$v(e) = -\frac{1}{Z} (a e^{ike} - b e^{-ike}) = 0$$

$$b = a e^{2ike}$$

Impédance de surface et absorption



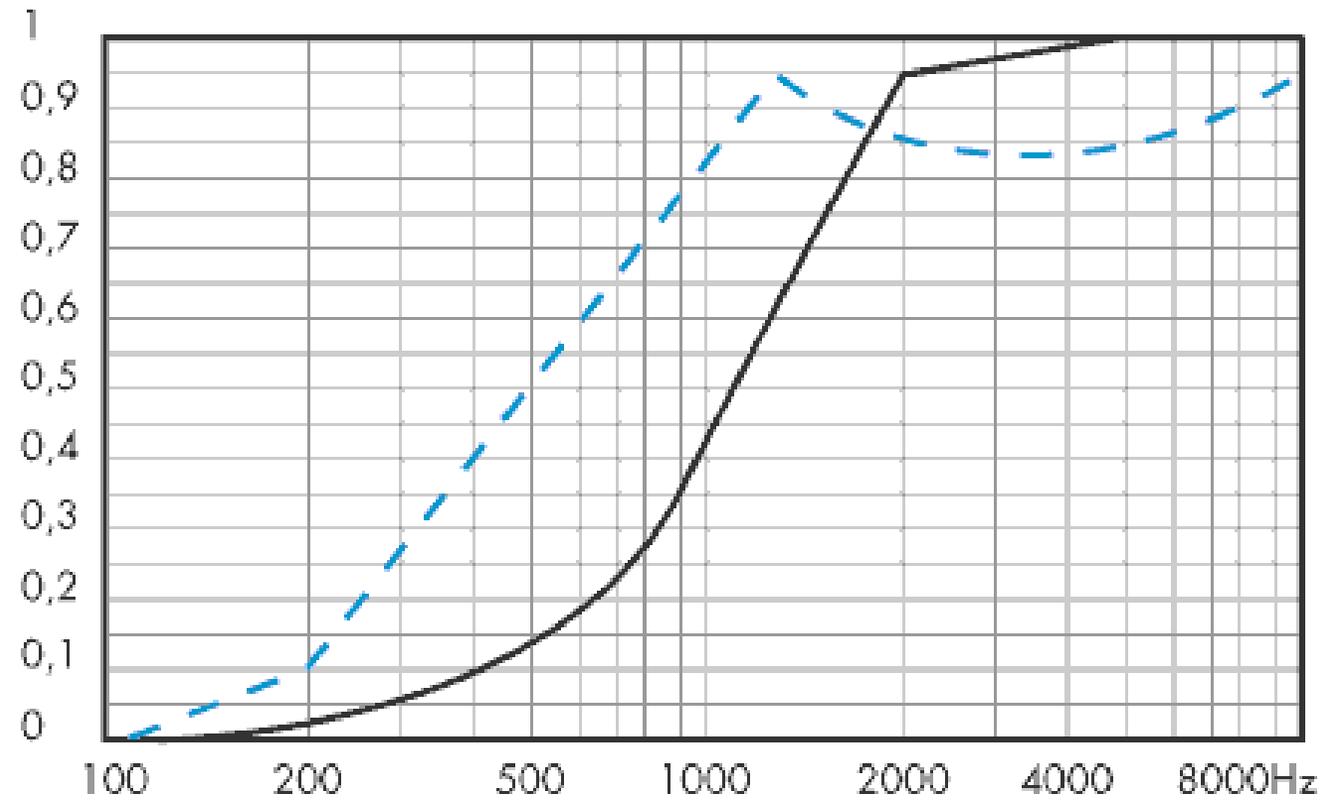
$$p(0) = a(1 + e^{2ike})$$

$$v(0) = -\frac{1}{Z} a(1 - e^{2ike})$$

$$Z_s(\omega) = Z \coth(ike) = -iZ \cotg(ke)$$

$$\alpha(\omega) = 1 - |R|^2 = 1 - \left| \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} \right|^2$$

Coefficient d'absorption



Variation du coefficient d'absorption en fonction de l'épaisseur de la mousse.

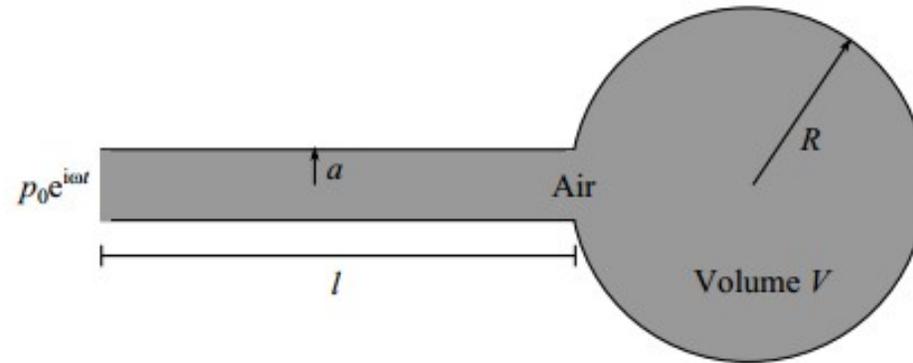
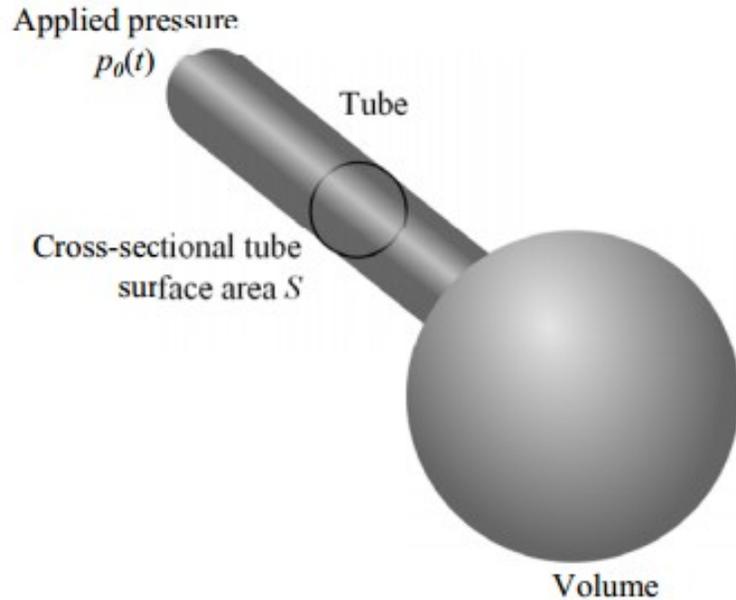
--- 25 mm

— 15 mm

Coefficient d'absorption

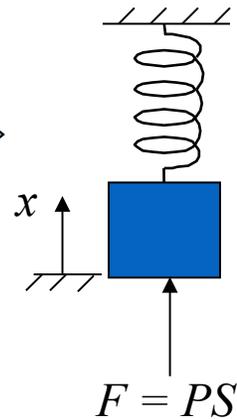
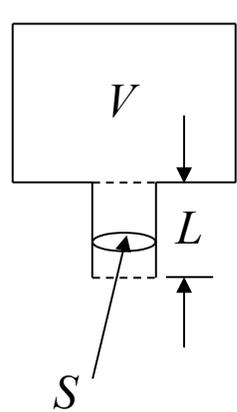
Matériau	coef alfa					
	125	250	500	1k	2k	4k
parquet en lames	0,03	0,04	0,08	0,12	0,12	0,17
moquette épaisseur moyenne avec sous couche	0,14	0,32	0,45	0,45	0,40	0,35
crépi intérieur grossier	0,05	0,07	0,10	0,15	0,22	0,25
verre 3/4 mm	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02
aggloméré de liège	0,15	0,26	0,22	0,22	0,20	0,20
tissu coton tendu	0,04	0,50	0,11	0,18	0,30	0,44
briques brutes	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07
verre 3/4 mm	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02
tissu épais à 10 cm de la paroi	0,09	0,36	0,45	0,52	0,50	0,44
crépi intérieur rugosité moyenne	0,01	0,03	0,04	0,04	0,08	0,17
verre 3/4 mm	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02
laine de verre 50mm revêtement poreux	0,39	0,45	0,56	0,59	0,61	0,55

2. Résonateur de Helmholtz



- Réduction du niveau sonore dans un domaine en contact avec le col autour de la fréquence de résonance du résonateur
- Volume V de forme quelconque mais de faible dimension par rapport à λ
- Diamètre du col très petit

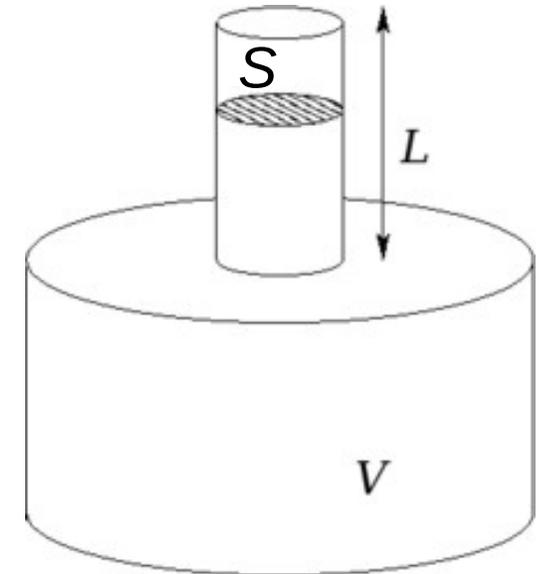
Equivalence avec un système masse ressort



$$K = \frac{\rho_0 c^2 S^2}{V}$$

$$M = \rho_0 S L'$$

L' est la longueur équivalente du col (un peu d'air bouge de chaque côté des extrémités).



$$M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = PS$$

$$\rho_0 S L' \ddot{x} + C \dot{x} + \frac{\rho_0 c^2 S^2}{V} x = PS$$

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = PS$$

$$i \left(\omega M - iC - \frac{K}{\omega} \right) v = PS \quad (\text{avec } v = i \omega x)$$

$$z = \frac{P}{v} = \frac{i}{S} \left(\omega M - iC - \frac{K}{\omega} \right)$$

$$\text{Résonance pour } \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} = c \sqrt{\frac{S}{L'V}}$$

$$K = \frac{\rho_0 c^2 S^2}{V}$$

$$M = \rho_0 S L'$$

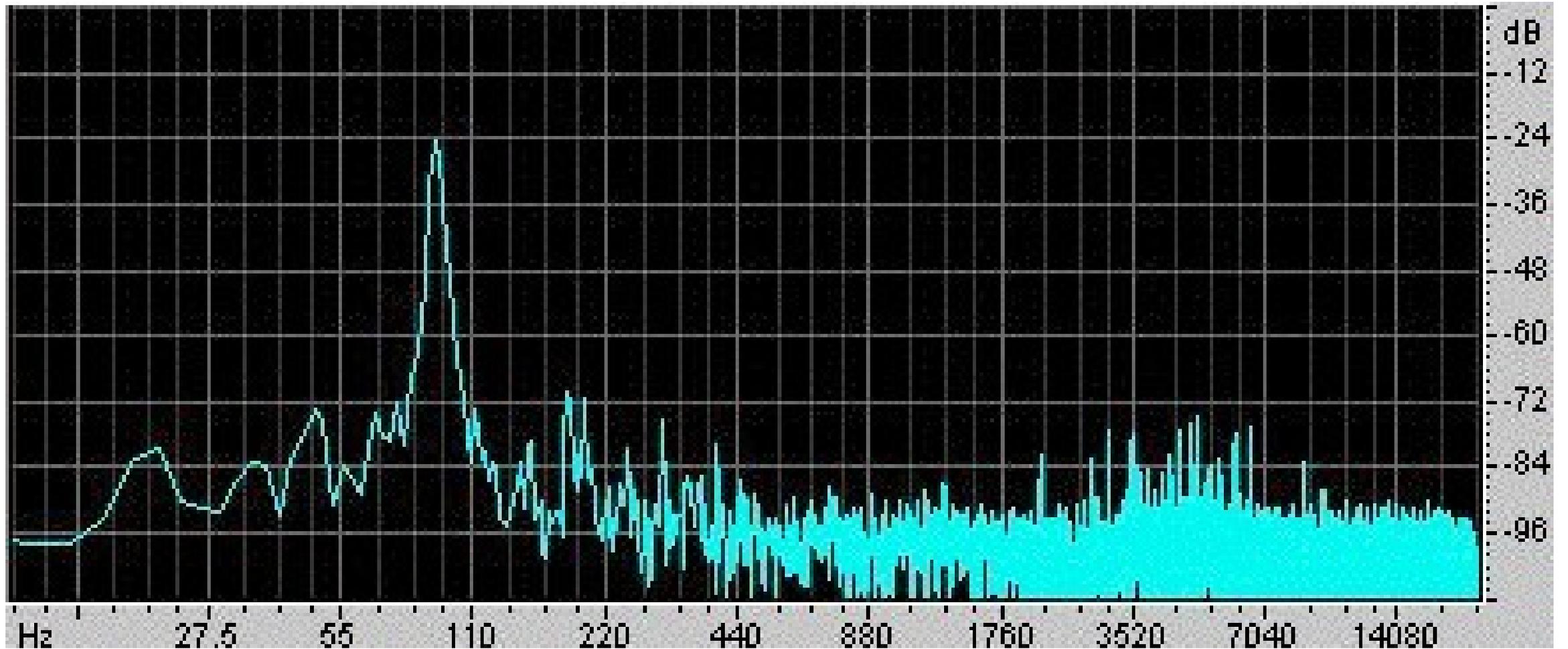
Exemple

Une bouteille (355 ml) a un col de diamètre 2cm et de longueur 8cm.
Sa fréquence de résonance est

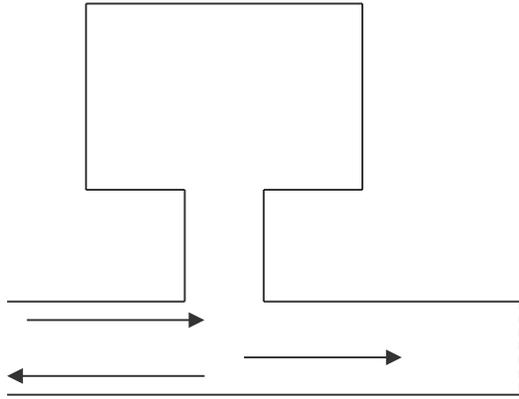
$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{L'V}} \\ &= \frac{340}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi (0.02)^2 / 4}{(0.08)(355 \times 10^{-6})}} \\ &= 180 \text{ Hz} \end{aligned}$$



Atténuation en fonction de la fréquence



Résonateur de Helmholtz latéral sur un guide d'onde



$$TL(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left[1 + \left(\frac{c/2S}{\omega L'/S_B - c^2/\omega V} \right)^2 \right]$$

Terminaison anéchoïc

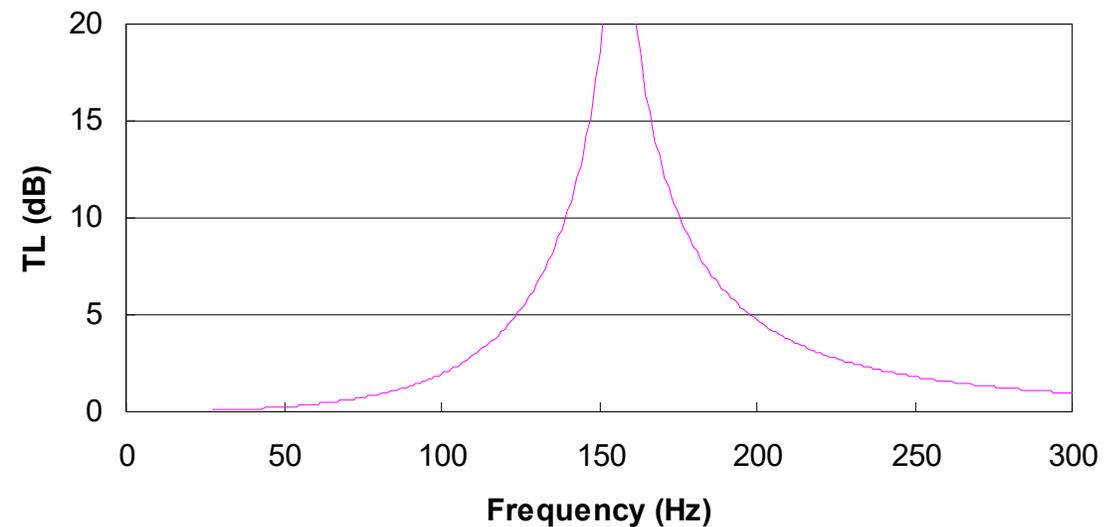
$$V = 0.001 \text{ m}^3$$

$$L = 25 \text{ mm}$$

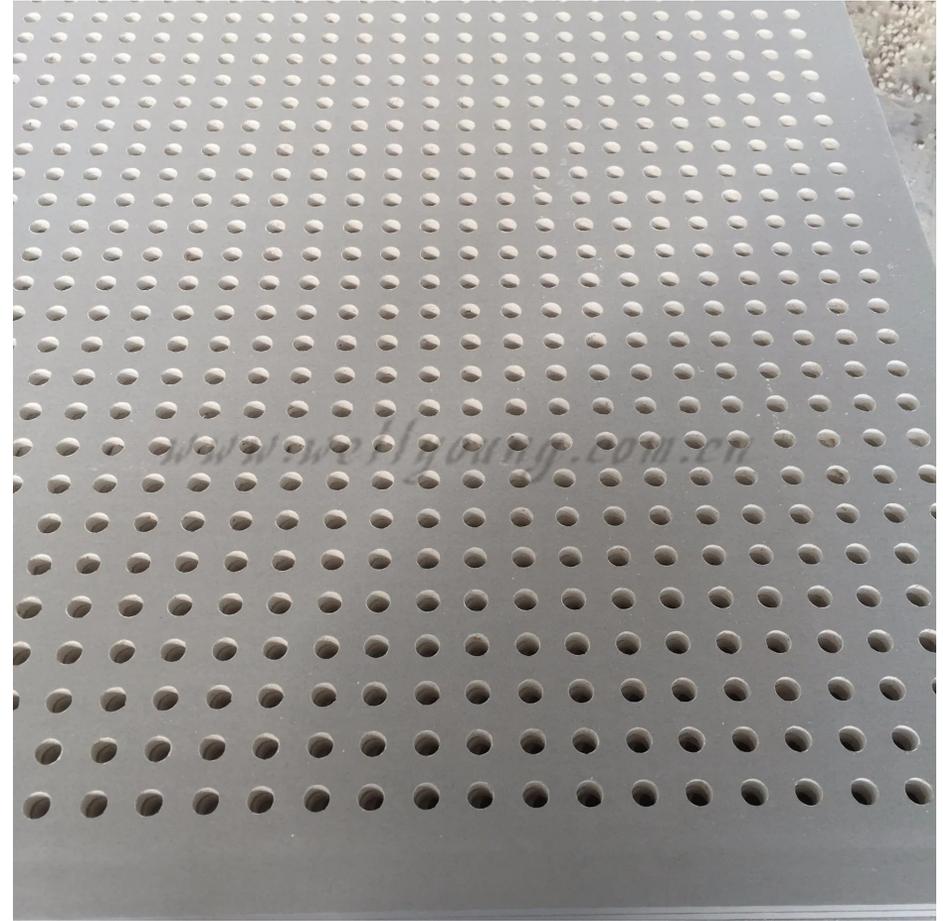
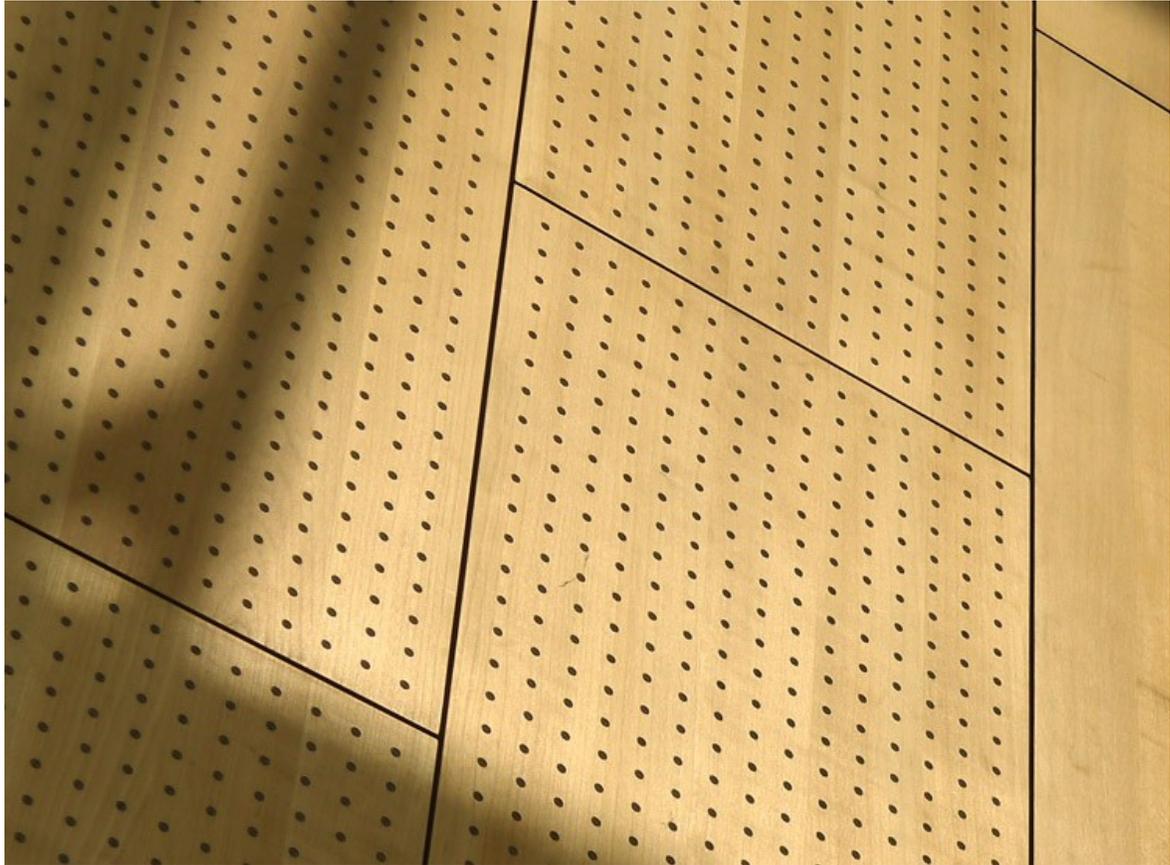
$$S_B = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ (résonateur)}$$

$$S = 8 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ (tube)}$$

$$f_0 = 153 \text{ Hz}$$



3. Panneaux perforés



Impédance de surface



Formule de D.Y. Maa

$$Z_{panneau} = \frac{32 \eta t}{\sigma d^2} \left[\left(1 + \frac{K^2}{32} \right)^{1/2} + \frac{\sqrt{2}}{32} K \frac{d}{t} \right] + i \frac{\rho \omega t}{\sigma} \left[1 + \left(9 + \frac{K^2}{2} \right)^{-1/2} + 0.85 \frac{\sigma}{t} \right]$$

$$K = d \sqrt{\omega \rho_0 / 4 \eta}$$

η coefficient de viscosité ($18.5 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$)

t épaisseur du panneau

d diamètre des trous

σ taux de perforation

$$\alpha(\omega) = 1 - \left| \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} \right|^2$$



Impédance de la cavité en incidence normale

$$p(0) = a(1 + e^{2ikD})$$

$$v(0) = -\frac{1}{Z_{air}} a(1 - e^{2ikD})$$

$$Z_{cavité}(\omega) = Z_{air} \coth(ikD) = -i Z_{air} \cotg(kD)$$

Impédance totale $Z_t = Z_{cavité} + Z_{panneau}$

$$p_{sup} - p_{inf} = Z_{panneau} v$$

$$p_{inf} = Z_{cavité} v$$

$$p_{sup} = (Z_{panneau} + Z_{cavité}) v$$

Coefficient d'absorption $\alpha(\omega) = 1 - |R|^2 = 1 - \left| \frac{Z_t - Z_0}{Z_t + Z_0} \right|^2$

Coefficient d'absorption $\alpha(\omega) = 1 - |R|^2 = 1 - \left| \frac{Z_t - Z_0}{Z_t + Z_0} \right|^2$

$$Z_t = \rho_0 c (r + i(m\omega - \cotg(kD))) \quad \text{si} \quad Z_{\text{panneau}} = \rho_0 c (r + im\omega)$$

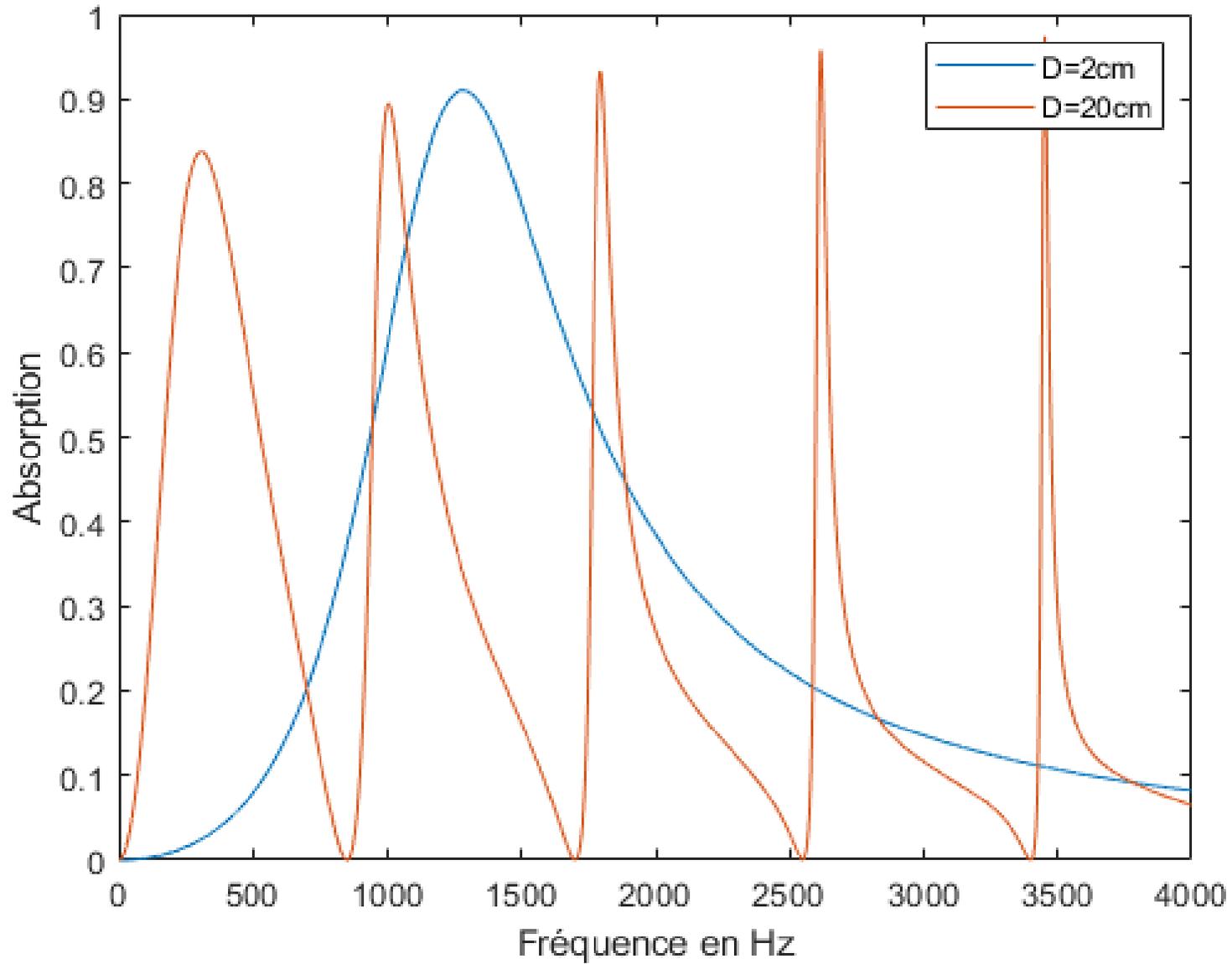
Le maximum d'absorption vaut (en négligeant la variation de m avec ω)

$$\alpha_{\max} = \frac{4r}{(1+r)^2}$$

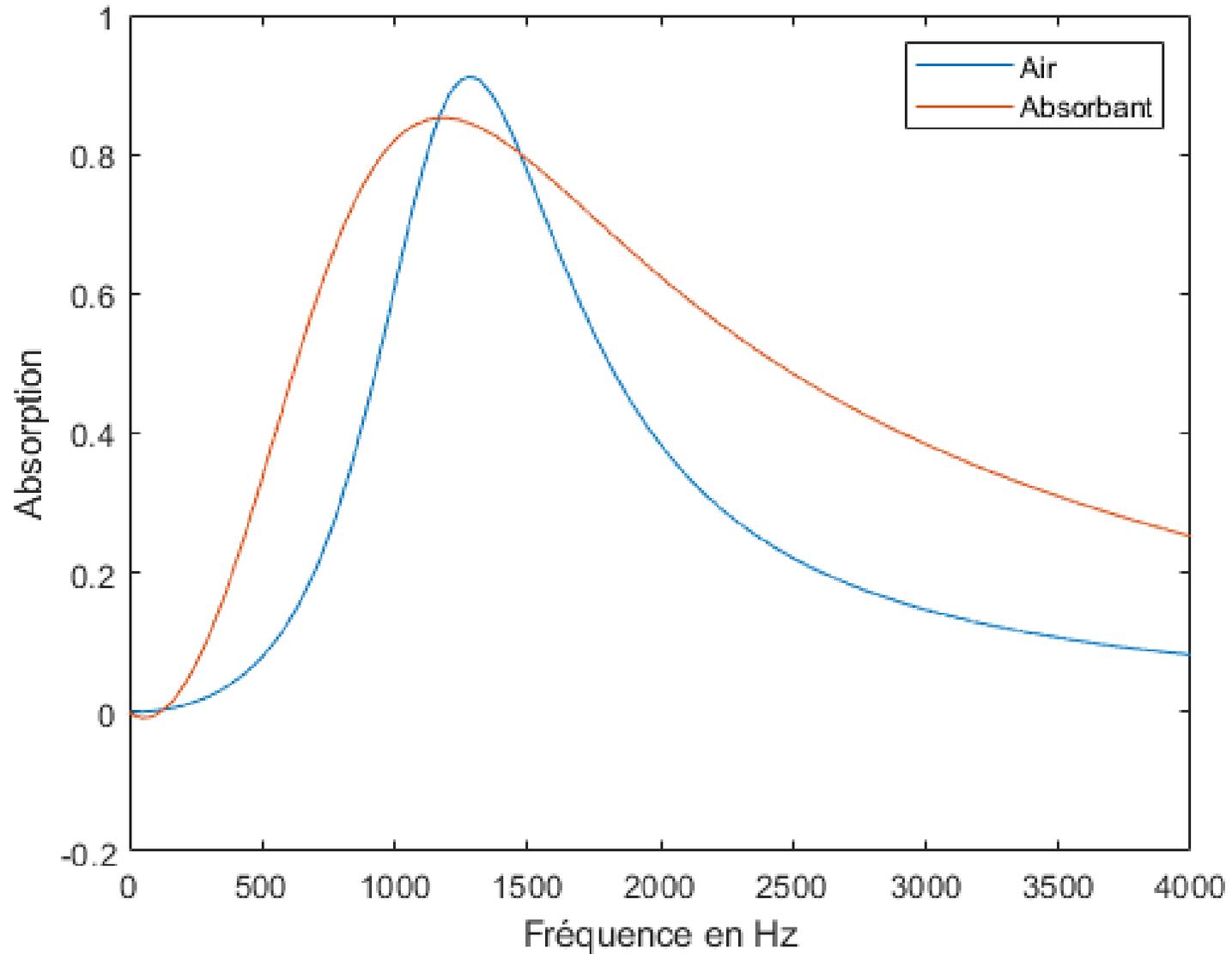
Et est obtenu pour

$$\omega_0 m - \cotg(\omega_0 D / c) = 0$$

$$\omega_0 \approx \sqrt{\frac{c}{mD}}$$



$\eta = 18.5 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
 $t = 0.0004 \text{ m}$
 $d = 0.0004 \text{ m}$
 $s = 0.01 \%$
 $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$
 $c = 340 \text{ m/s}$



Cas d'un absorbant
de type Delany Bazley
sous le panneau avec

$$\sigma = 10^5 \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$$

4. Membranes et diffuseurs

Membrane piston

$$f_0 \approx \frac{60}{\sqrt{md}}$$

Membrane encastrée

m masse surfacique kg/m²

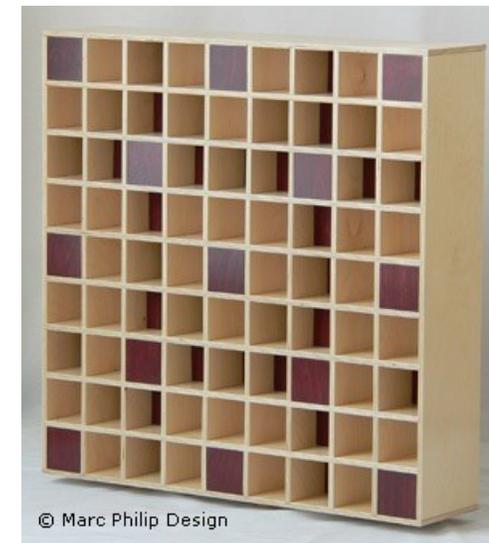
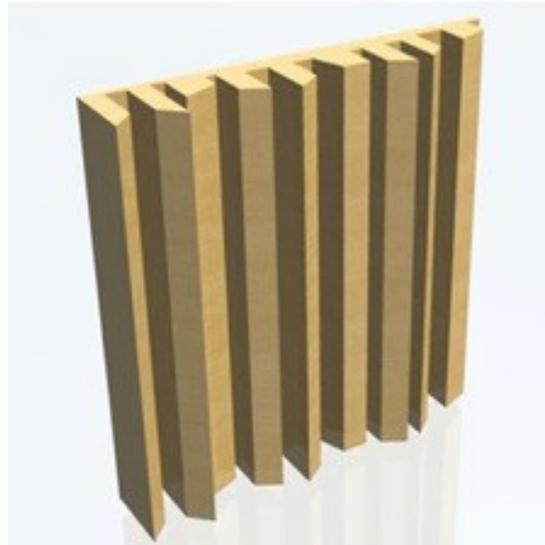
d distance membrane/paroi

Démonstration en TD

Membrane posée

Diffuseurs

- Cavités aléatoires
- Diffuseurs 2D et 3D
- Surfaces courbes

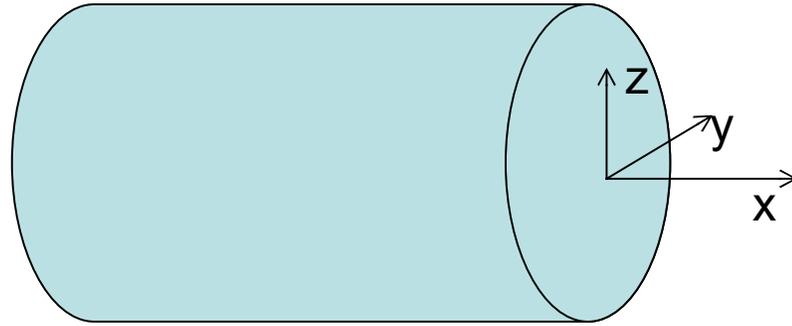


5.Guides d'ondes

Cas où une dimension est beaucoup plus grande que les autres



Problème : décrire la propagation dans le guide



Pour un guide de section uniforme, on cherche une solution de la forme

$$p(x, y, z) = a_n(x) \Psi_n(y, z)$$

p doit vérifier l'équation de Helmholtz

$$\Delta p + k^2 p = 0$$

$$\frac{d^2 a_n}{dx^2} \Psi_n + a_n \left(\frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial z^2} \right) + k^2 a_n \Psi_n = 0$$

$$\frac{d^2 a_n}{dx^2} \Psi_n + a_n \left(\frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial z^2} \right) + k^2 a_n \Psi_n = 0$$

$$\frac{1}{a_n} \frac{d^2 a_n}{dx^2} + \frac{1}{\Psi_n} \left(\frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial z^2} \right) + k^2 = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial z^2} + \alpha_n^2 \Psi_n = 0$$

+ C.L. sur les bords du guide (rigide)

$$\frac{d^2 a_n}{dx^2} + (k^2 - \alpha_n^2) a_n = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial z^2} + \alpha_n^2 \Psi_n = 0$$

+ C.L. sur les bords du guide

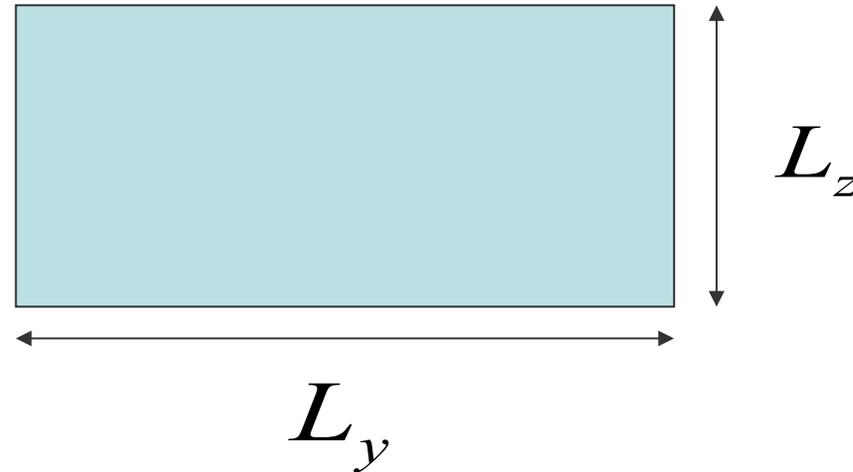
Problème de calcul de valeurs propres et de fonctions propres

Solution : suite infinie de couples $(\alpha_n, \Psi_n(y, z))$

$$\alpha_n \rightarrow +\infty \quad \frac{1}{S} \iint \Psi_n(y, z) \Psi_m(y, z) dydz = \delta_{nm}$$

orthonormée

Cas d'une section rectangulaire



$$\Psi_{nm}(y, z) = K_{nm} \cos\left(\frac{n\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{m\pi z}{L_z}\right)$$

$$\alpha_{nm}^2 = \pi^2 \left[\left(\frac{n}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_z}\right)^2 \right]$$

Fréquence de coupure

$$\frac{d^2 a_{nm}}{dx^2} + (k^2 - \alpha_{nm}^2) a_{nm} = 0$$

$$a_{nm}(x) = e^{i\beta_{nm}x} \quad \text{si} \quad \alpha_{nm}^2 < k^2$$

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \alpha_{nm}^2}$$

Mode propagatif

$$a_{nm}(x) = e^{-\beta_{nm}x} \quad \text{si} \quad \alpha_{nm}^2 > k^2$$

$$\beta_{nm} = \sqrt{\alpha_{nm}^2 - k^2}$$

Mode évanescent

Seulement un nombre fini de modes propagatifs

Au moins un mode propagatif
si les parois sont rigides

$$\alpha_0 = 0$$
$$\Psi_0 = 1$$

Onde plane

Pour un mode n donné, ce mode
est propagatif si

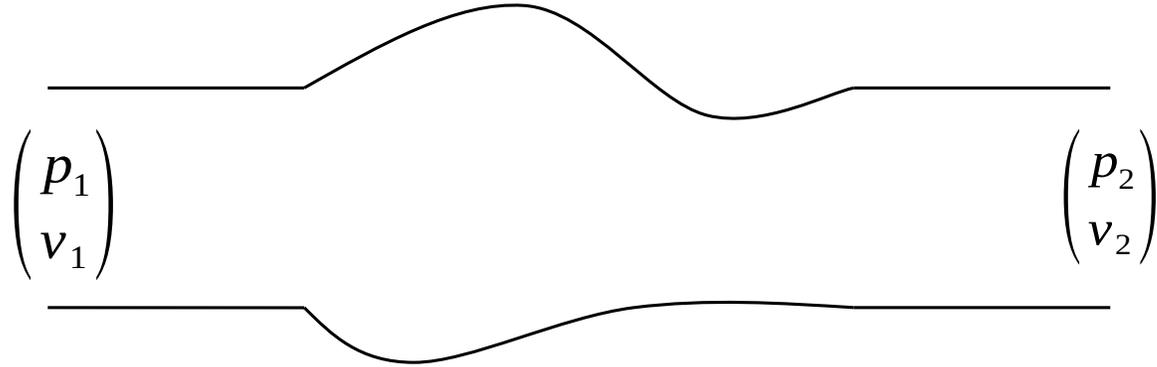
$$\omega > \alpha_{nm} c$$

Il est évanescent sinon

Fréquence de coupure

$$f_{nm} = \frac{1}{2\pi} \alpha_{nm} c$$

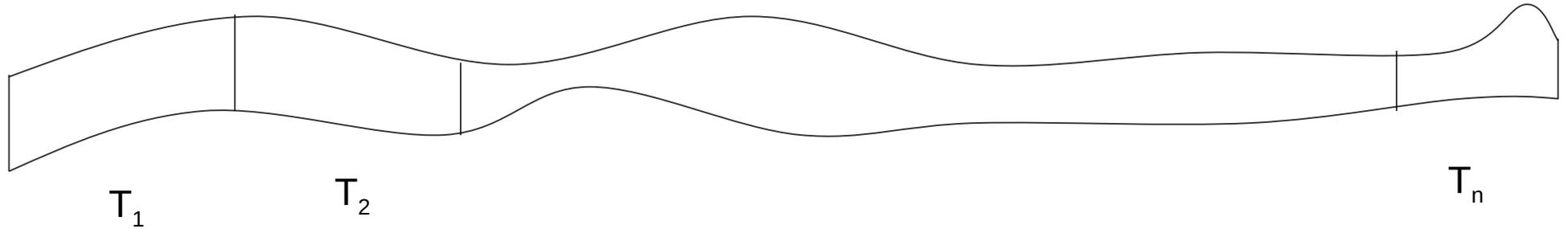
Cas d'une discontinuité



$$\begin{pmatrix} p_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = T_{21} \begin{pmatrix} p_1 \\ v_1 \end{pmatrix}$$

T_{21} matrice de transfert

Cas de guides complexes



$$T = T_n \cdots T_2 T_1$$

$$\begin{pmatrix} p_n \\ v_n \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} p_1 \\ v_1 \end{pmatrix}$$

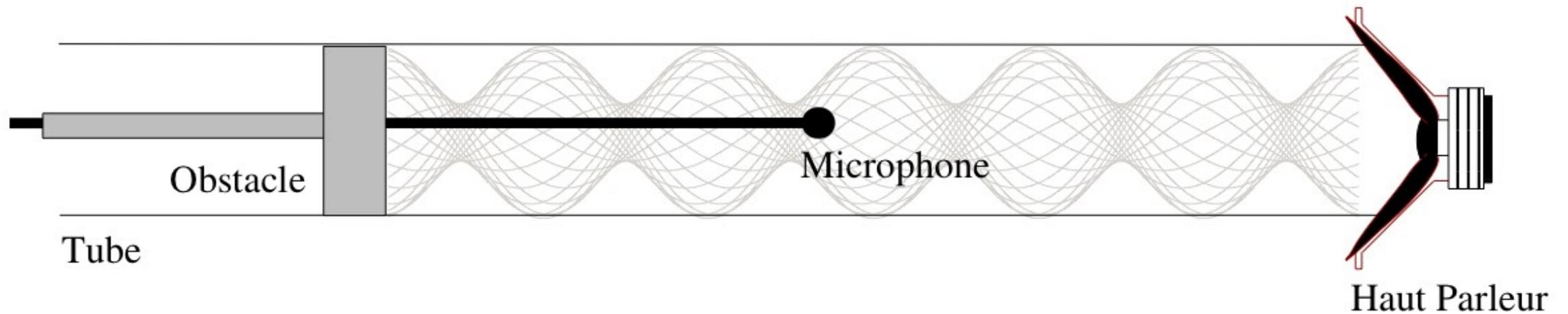
Calcul du comportement de silencieux

Silencieux dissipatifs

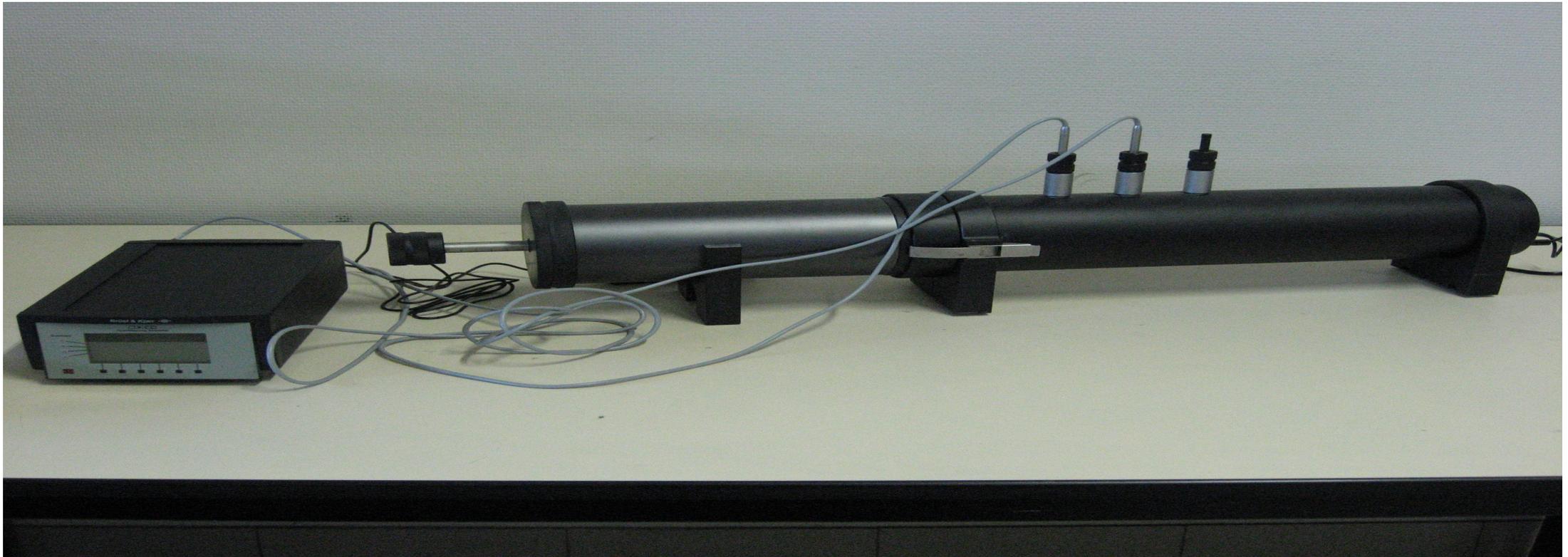


6. Tube de Kundt

Mesure de l'impédance de surface d'un échantillon de matériau



Version avec 2 ou 3 microphones



Pression dans le tube (version 1 microphone)

- Pression incidente du haut-parleur (onde plane seulement)

$$p_i = A \cos(2 \pi f t)$$

- Pression réfléchiée par l'échantillon

$$p_r = B \cos\left(2 \pi f \left(t - \frac{2y}{c}\right) + \varphi\right)$$

- Pression totale

$$p_t = A \cos(2 \pi f t) + B \cos\left(2 \pi f \left(t - \frac{2y}{c}\right) + \varphi\right)$$

Elle varie entre $A + B$ pour $\varphi - \frac{4 \pi f y}{c} = 2 \pi$ et $A - B$ pour $\varphi - \frac{4 \pi f y}{c} = \pi$

La distance entre ces deux points est $\frac{4 \pi f \Delta y}{c} = \pi$ soit $\Delta y = \frac{\lambda}{4}$

Mesure du coefficient d'absorption

Le coefficient d'absorption est le rapport entre l'énergie absorbée et l'énergie incidente

$$\alpha = 1 - \left(\frac{B}{A}\right)^2 = 1 - r^2$$

avec $r = \frac{B}{A}$

La mesure permet de connaître le rapport entre la pression maximale et la pression minimale soit

$$n = \frac{A+B}{A-B} = \frac{1+r}{1-r}$$

On en déduit $r = \frac{n-1}{n+1}$

puis $\alpha = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$

Mesure de l'impédance

L'impédance est le rapport entre la pression et la vitesse normale sur la surface de l'échantillon

$$Z = \frac{p_i + p_r}{v_i + v_r} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} p_i &= \rho c v_i \\ p_r &= -\rho c v_r \end{aligned}$$

$$Z = \frac{p_i + p_r}{p_i - p_r} \rho c$$

Les pressions incidente et réfléchie sont liées par $p_r = p_i r e^{i\varphi}$

$$Z = \frac{1 + r e^{i\varphi}}{1 - r e^{i\varphi}} \rho c$$
$$\Re(Z) = \frac{1 - r^2}{1 + r^2 - 2r \cos(\varphi)} \rho c$$
$$\Im(Z) = \frac{2r \sin(\varphi)}{1 + r^2 - 2r \cos(\varphi)} \rho c$$

Détermination de φ

En terme d'amplitude complexe

$$p_i = A$$

$$p_r = B e^{i(\varphi - 2\pi f(2y/c))}$$

La pression totale est minimum pour

$$\frac{4\pi y_1}{\lambda} - \varphi = \pi$$

$$\varphi = \pi \left(\frac{4y_1}{\lambda} - 1 \right)$$

Il faut mesurer cette position y_1 pour avoir φ

7. Métamatériaux

$$M_{eff} = M_0 + \frac{m \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

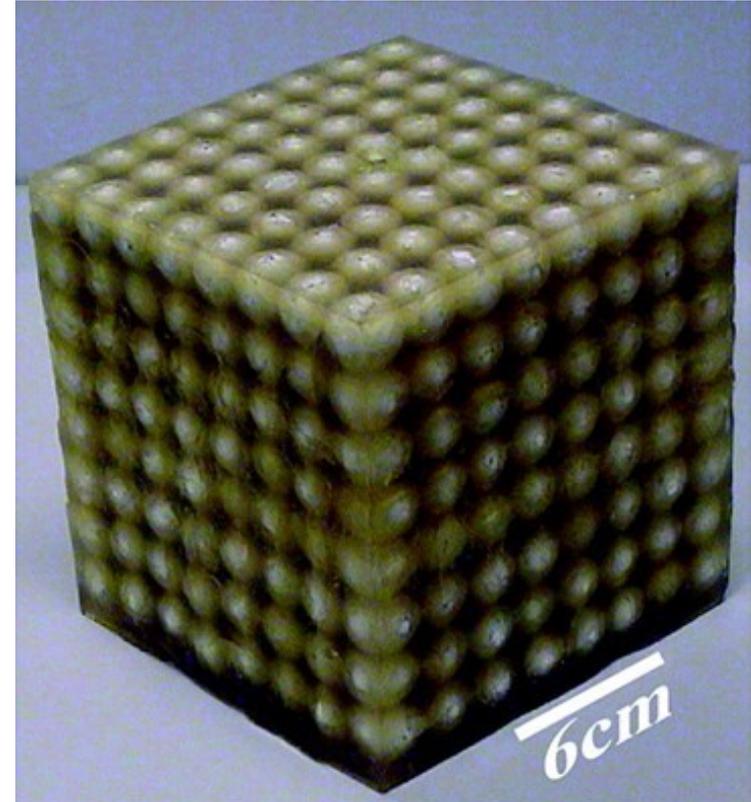
M_{eff} : Masse effective

ω_0 : Fréquence de résonance

ω : Fréquence d'excitation

M_0 : Masse de la matrice

m : Masse de l'inclusion



La masse effective peut être négative à certaines fréquences

Module de rigidité

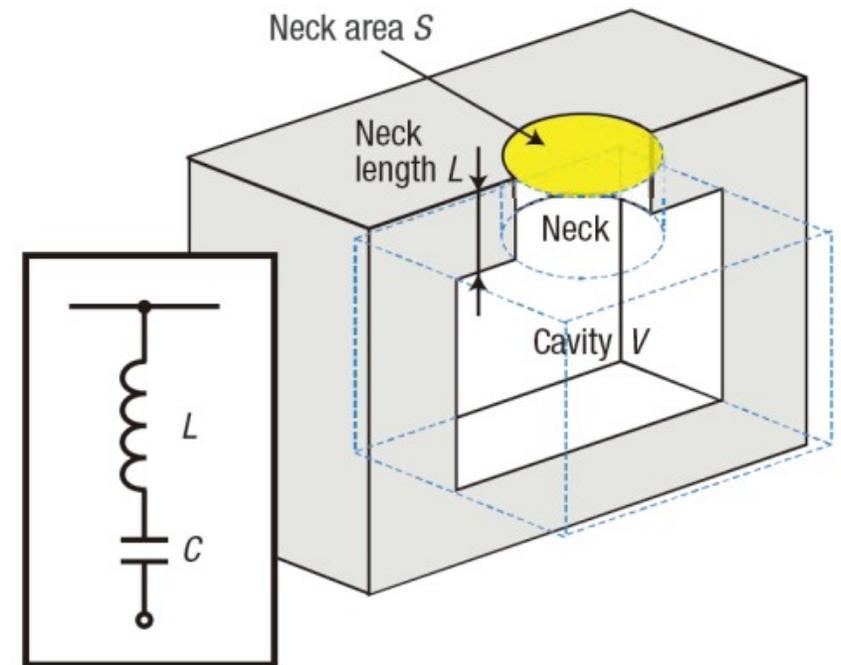
Exemple d'une cavité d'air, résonateur de Helmholtz

$$\frac{1}{B_{eff}} = \frac{1}{B} \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \right)$$

B : Module de compressibilité de l'air

ω_c : Pulsation de coupure du trou

ω : Pulsation d'excitation



La rigidité effective peut être négative à certaines fréquences

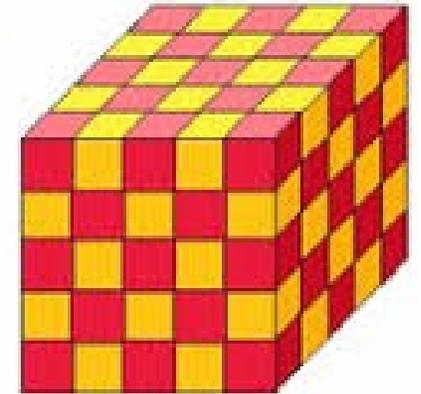
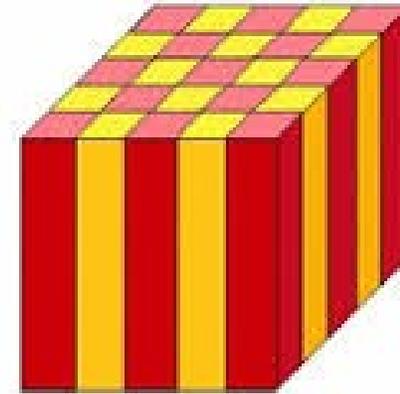
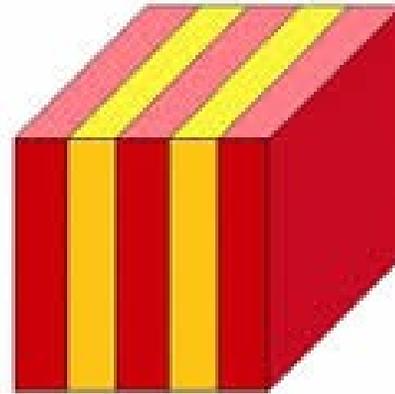
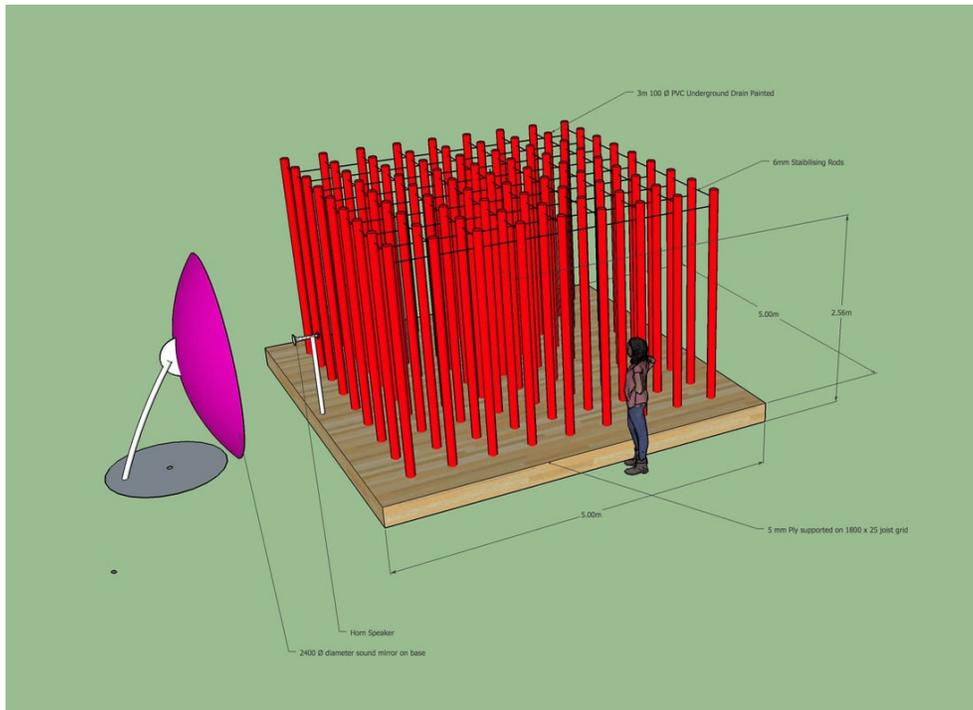
Vitesse effective

$$c_{eff} = \sqrt{\frac{B_{eff} V}{M_{eff}}}$$

V volume du système matrice plus inclusion

La vitesse effective peut être positive avec les masses et rigidités effectives négatives

Cristaux soniques



FIN