Corrigé du TD 5

Exercice 1

La formule de Sabine donne

$$T = 0.16\frac{V}{\alpha S} \tag{1}$$

donc

$$\alpha = 0.16\frac{V}{ST} \tag{2}$$

L'application numérique donne $S = 600m^2$ et

$$\alpha = 0.16\frac{V}{ST} = 0.22 \tag{3}$$

Exercice 2

La puissance acoustique de la source vérifie

$$P = \frac{\overline{\alpha}S}{4\rho_0 c}p^2 \tag{4}$$

d'où

$$p^2 = \frac{4\rho_0 cP}{\overline{\alpha}S} \tag{5}$$

Appliquant ceci pour les deux configurations, nous avons

$$\frac{p_1^2}{p_2^2} = \frac{\alpha_{sol}S_{sol} + \alpha S_{autre}}{\alpha S} \tag{6}$$

puis

$$\begin{aligned}
L_1 - L_2 &= 10\log_{10}\frac{\alpha_{sol}S_{sol} + \alpha S_{autre}}{\alpha S} \\
10^{(L_1-L_2)/10} &= \frac{\alpha_{sol}S_{sol} + \alpha S_{autre}}{\alpha S} \\
\alpha_{sol}S_{sol} + \alpha S_{autre} &= 10^{(L_1-L_2)/10}\alpha S \\
\alpha_{sol} &= \frac{1}{S_{sol}}\left(10^{(L_1-L_2)/10}\alpha S - \alpha S_{autre}\right) \qquad (7)
\end{aligned}$$

L'application numérique donne

$$\alpha_{sol} = 0.39 \tag{8}$$

Exercice 3

1. On a

$$10^{-6} = e^{-T/\tau} \tag{9}$$

donc

$$\tau = \frac{T}{\log 10^6} \tag{10}$$

L'application numérique donne

$$\tau = 109ms \tag{11}$$

2. Par définition, nous avons

$$\begin{aligned} C_p &= 10\log_{10}\frac{\int_0^p e^{-t/\tau}dt}{\int_p^\infty e^{-t/\tau}dt} \\ &= 10\log_{10}\frac{[e^{-t/\tau}]_0^p}{[e^{-t/\tau}]_p^\infty} \\ &= 10\log_{10}\frac{1-e^{-p/\tau}}{e^{-p/\tau}} \\ &= 10\log_{10}(e^{p/\tau}-1) \end{aligned} \tag{12}$$

On en déduit

$$\begin{aligned} C_{50} &= -2.4dB \\ C_{80} &= 0.3dB \end{aligned} \tag{13}$$

Exercice 4
La formule de Sabine donne

$$T = 0.16\frac{V}{\overline{\alpha}S} \tag{14}$$

avec $V = 3750m^3$ et $S = 1550m^2$ On a donc

1. Lorsque l'auditorium est vide $T = 5.5s$.

2. Lorsque l'auditorium a la moitié des sièges occupés

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{S}(\alpha(S - S_{sol}/2) + \alpha_a S_{sol}/2) \tag{15}$$

ce qui donne avec $S_{sol} = 375m^2$

$$\overline{\alpha} = 0.18 \tag{16}$$

et

$$T = 2.2s \tag{17}$$

3. Lorsque tous les sièges sont occupés

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{S}(\alpha(S - S_{sol}) + \alpha_a S_{sol}) \tag{18}$$

ce qui donne

$$\overline{\alpha} = 0.28 \tag{19}$$

et

$$T = 1.4s \tag{20}$$

Avec le public, le temps de réverbération est satisfaisant.

Exercice 5

1. Après une réflexion on a

$$E_1 = (1 - \alpha)E_0 \tag{21}$$

et après n réflexions

$$E_n = (1 - \alpha)^n E_0 \tag{22}$$

2. Le temps entre deux réflexions est donc

$$dt = \frac{4V}{Sc} \tag{23}$$

3. Le temps T pour décroitre de 60dB est donc

$$(1 - \alpha)^{TSc/(4V)} = 10^{-6} \tag{24}$$

4. On en déduit

$$T = -\frac{6}{\log_{10}(1 - \alpha)} \frac{4V}{Sc} \tag{25}$$

Pour α petit, on a

$$T = 6\log(10)\frac{4V}{\alpha Sc} = 0.16\frac{V}{\alpha Sc} \tag{26}$$

et on retrouve la formule de Sabine.

Exercice 6

1. Pour une source ponctuelle le champ de pression et la puissance rayonnée sont donnés par

$$\begin{aligned} p(r) &= \frac{Ae^{ikr}}{4\pi r} \\ P &= \frac{4\pi r^2}{2} Re(p_1^* v_1) \\ &= \frac{|A|^2}{8\pi\rho_0 c} \end{aligned} \tag{27}$$

2. Nous avons

$$\begin{aligned}\overline{p^2}(t) &= \frac{1}{T}\int_0^T p^2(t)dt \\ &= \frac{|A|^2}{2(4\pi r)^2}\end{aligned} \tag{28}$$

et par conséquent

$$\overline{p^2}(t) = \frac{8\pi\rho_0 cP}{2(4\pi r)^2} = \frac{\rho_0 cP}{4\pi r^2} \tag{29}$$

3. Pour un champ diffus, la pression vérifie

$$p^2 = \frac{4\rho_0 c}{\alpha S}P \tag{30}$$

4. Les deux niveaux de pression sont égaux pour

$$\begin{aligned}\frac{4}{\alpha S} &= \frac{1}{4\pi r_c^2} \\ r_c &= \sqrt{\frac{\alpha S}{16\pi}}\end{aligned} \tag{31}$$

5. Soit N le nombre de personnes, nous devons avoir

$$\begin{aligned}\frac{4N/4}{\alpha S} &= \frac{1}{4\pi r_c^2} \\ N &= \frac{\alpha S}{4\pi r_c^2} \\ N &= \frac{0.16V}{4\pi r_c^2 T}\end{aligned} \tag{32}$$

ce qui donne

$$N = 17 \tag{33}$$

Exercice 7

1. Partons de

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\overline{\alpha}Sc}{4V}I \tag{34}$$

Une réflexion pendant dt fait perdre une fraction $\overline{\alpha}$ de l'intensité. Donc pour perdre une fraction $\frac{\overline{\alpha}Sc}{4V}$, il faut $\frac{Sc}{4V}$ réflexions. Finalement

$$\frac{dN}{dt} = \frac{Sc}{4V} \tag{35}$$

2. Comme le son se propage à la vitesse c et que le temps moyen entre deux réflexions est $\frac{4V}{cS}$, la distance moyenne parcourue est

$$l = \frac{4V}{S} \tag{36}$$

Exercice 8

1. La puissance de la source est reliée au niveau de pression par

$$P = \frac{1}{4}\frac{\overline{\alpha}S}{\rho_0 c}p^2 \tag{37}$$

On a donc

$$\alpha S p_1^2 = (\alpha(S - S_f) + S_f)p_2^2 \tag{38}$$

d'où

$$\alpha = \frac{S_f p_2^2}{S p_1^2 - (S - S_f)p_2^2} = \frac{S_f/S}{p_1^2/p_2^2 - (1 - S_f/S)} \tag{39}$$

ce qui donne

$$\alpha = 1.3\% \tag{40}$$

2. On en déduit le temps de réverbération

$$T = 0.16\frac{V}{\alpha S} = 14s \tag{41}$$