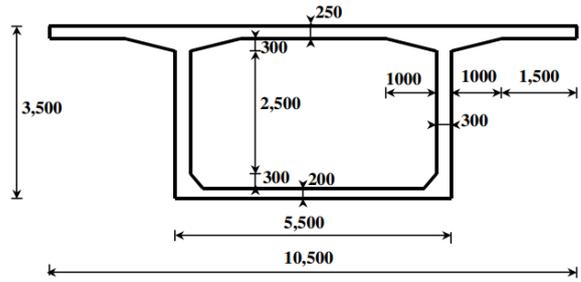


## CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES

### Caisson - Dimensions

Point	[m]	Contour extérieur		Contour intérieur	
Point 1	[m]	-5.25	3.50	-2.45	2.95
Point 2	[m]	5.25	3.50	-1.45	3.25
Point 3	[m <sup>2</sup> ]	5.25	3.25	1.45	3.25
Point 4	[m]	3.75	3.25	2.45	2.95
Point 5	[m]	2.75	2.95	2.45	0.5
Point 6	[m]	2.75	0.00	2.15	0.2
Point 7	[m <sup>2</sup> ]	-2.75	0.00	-2.15	0.2
Point 8	[m]	-2.75	2.95	-2.45	0.50
Point 9	[m]	-3.75	3.25	-2.45	2.95
Point 10	[m]	-5.25	3.25		
Point 11	[m <sup>2</sup> ]	-5.25	3.50		



L_poutre	[m]	40.00	70.00	40.00
----------	-----	-------	-------	-------

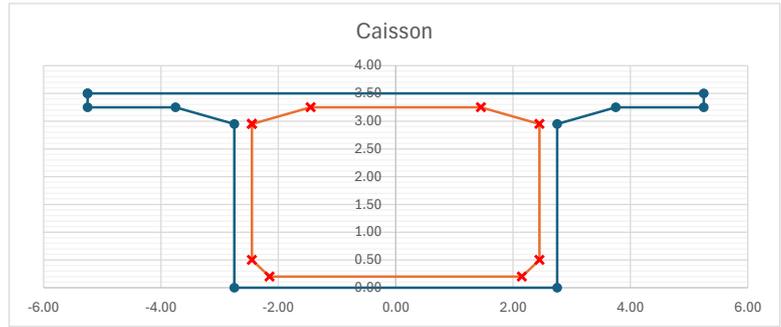
A_section	[m <sup>2</sup> ]	6.15
h_cdg	[m]	2.24
v	[m]	1.27
v'	[m]	2.24

$$Y_G = \frac{\sum_{i=1}^n (S_i \cdot y_{G_i})}{S}$$

I_section/cdg	[m <sup>4</sup> ]	11.110
---------------	-------------------	--------

I/v	[m <sup>3</sup> ]	8.783
I/v'	[m <sup>3</sup> ]	4.971

$\rho$	[-]	0.639	$\rho = \frac{I_c}{A_c \cdot v \cdot v'}$ (Rendement géométrique)
--------	-----	-------	---



## DIMENSIONNEMENT DE LA PRECONTRAINTE DE CONTINUITÉ

La précontrainte de continuité est constituée de :

- Câbles éclisses intérieurs au béton
- Câbles filants extérieurs au béton

La répartition dépend de plusieurs facteurs :

- Economie
- Encombrement
- Réduction d'effort tranchant
- ....

Pour prédimensionner nous devons faire un choix de répartition :

- P<sub>1</sub> = Force de la précontrainte intérieure éclisse (en travée)
- P<sub>2</sub> = Force de la précontrainte extérieure de continuité

On prédimensionne par rapport aux sections critiques :

- En travée, en fibre inf.
- Sur Pile, en fibre sup.

En travée :  $\frac{P_1 + P_2}{A_c} - \frac{P_1 e_{o1} + P_2 e_{o2} + M_{max} + M_{hyper}}{I/v'} \geq \bar{\sigma}_2'$

$$M_{max} = M_{clavage} + M_g + M_q + M_{fluage} + M_0 + \sum M_{hyp1+2}$$

- g' superstructures
- q charges d'exploitation
- 0 gradient thermique
- fluage
- Moments hyper de la prec de continuité

Sur pile :  $\frac{P_{fleau} + P_2}{A_c} - \frac{P_{fleau} e_{ofl} + P_2 e_{o2} + M_{min} + M_{hyper}}{I/v} \geq \bar{\sigma}_1$

Si l'on connaît le tracé des câbles extérieurs et les longueurs moyennes des câbles éclisses on peut écrire M<sub>hyper</sub> en fonction linéaire de P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub>.

$$M_{hyper} = K_1 \cdot P_1 + K_2 \cdot P_2$$

$$M_{hyper} = K'_1 \cdot P_1 + K'_2 \cdot P_2$$

Dans notre cas (3 travées symétriques), le moment hyperstatique est le même sur pile et en travée.

On fait l'hypothèse simplificatrice :

$$M_{hyper} = -\lambda \cdot M_{iso} (l/2) \quad \text{avec} \quad \lambda = [0.3 \text{ à } 0.5]$$

**Nota :** La précontrainte tend à soulager le poids. On constate généralement que M<sub>hyper</sub> est négatif et compense une partie du moment iso en travée.

A ce stade on considère en plus :

- En travée :  $e_{o1} = e_{o2} = - (v' - d')$  valeur moyenne
- Sur appui :  $e_0 = v - d$  on positionne la précontrainte au plus haut dans le caisson

En travée :  $P_1 + P_2 \geq \frac{M_{max} + M_{hyper} + I/v' \cdot \bar{\sigma}_2}{\rho \cdot v + v' - d'}$

avec  $\rho = \frac{I_c}{A_c \cdot v \cdot v'}$  (Rendement géométrique)

Sur appui :  $P_2 \geq \frac{-M_{min} - M_{hyper} + I/v \cdot \bar{\sigma}_1 - I/v \cdot \sigma_0}{\rho \cdot v' + v - d}$

avec  $\sigma_0 = \frac{P_{fléau}}{A_c} + \frac{P_{fléau} \cdot e_{0fléau}}{I/v}$

La contrainte produite par la précontrainte de fléau sur pile en fibre sup.

**Nota :** On considère parfois que la précontrainte de fléau équilibre exactement le moment de fléau.

Dans ce cas, on peut utiliser une simplification de l'équation :

$$\frac{P_{fléau}}{A_c} + \frac{P_{fléau} \cdot e_{0fléau}}{I/v} = 0$$

$$P_2 \geq \frac{-M_{min} - M_{hyper} + I/v \cdot \bar{\sigma}_1}{\rho \cdot v' + v - d}$$

Mais il n'est pas plus compliqué de prendre en compte l'effet réel de la précontrainte de fléau.

L'équation en travée donne  $P_1 + P_2 \geq \frac{M_{max} + \lambda \cdot (P_1 + P_2) \cdot (v' - d') \square + I/v' \cdot \bar{\sigma}_2}{\rho \cdot v + v' - d'}$

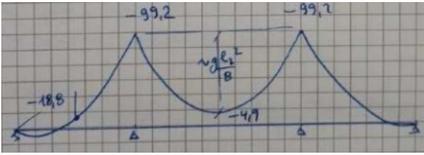
$$P_1 + P_2 \geq \frac{M_{max} + I/v' \cdot \bar{\sigma}_2}{\rho \cdot v + (v' - d') \cdot (1 - \lambda)}$$

On introduit ensuite la valeur trouvée dans l'équation sur pile, pour obtenir la valeur mini de P2.

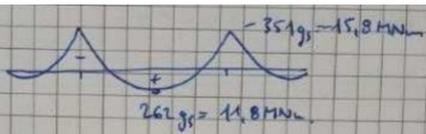
### APPLICATION - SOLLICITATIONS

Poids propre (g)	0.154 MN/ml	
Superstructure (g')	0.045 MN/ml	
TS	0.510 MN	(ψ = 0.60)
UDL	0.034 MN/ml	
Gradient thermique const.	10 °C	
Qconstruction	0.500 MN	
Gradient thermique const.	6 °C	

**Poids propre phasé (g)** Rappel - Déterminé précédemment



**Superstructures (g')**



**Méthode des 3 moments par la méthode des intégrations paraboliques**

$$a_i = \int_0^{l_i} \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(1 - \frac{x}{l_i}\right)^2 \cdot dx$$

$$b_i = \int_0^{l_i} \frac{1}{E \cdot I} \cdot \frac{x}{l_i} \cdot \left(1 - \frac{x}{l_i}\right)^2 \cdot dx$$

$$c_i = \int_0^{l_i} \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{x}{l_i}\right)^2 \cdot dx$$

Avec une structure symétrique à 3 travées, on a

$$a_2 = L_2 / 3 \cdot EI$$

$$b_2 = L_2 / 6 \cdot EI$$

$$c_1 = L_1 / 3 \cdot EI$$

**Théorème des 3 moments**

$$\begin{cases} b_{i-1} \cdot M_{i-2} + (a_i + c_{i-1}) \cdot M_{i-1} + b_i \cdot M_i = w'_i - 0 \\ b_i \cdot M_{i-1} + (a_{i+1} + c_i) \cdot M_i + b_{i+1} \cdot M_{i+1} = 0 - w''_i \end{cases}$$

En prenant en compte le fait que  $M_0 = 0$

$$c_1 \cdot M_1 + a_2 \cdot M_2 + b_2 \cdot M_2 - w'_2 = 0$$

Avec la symétrie de la structure  $M_1 = M_2$  et en remplaçant les valeurs des coefficients a, b et c :

$$(L_1 / 3 + L_2 / 2) \cdot M_1 = EI \cdot w'_2$$

$$M_1 = EI \cdot w'_2 / (L_1 / 3 + L_2 / 2)$$

avec  $EI \cdot w'_i = \int_0^{l_i} M_{iso} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) dx$

50% de l'aire sous la courbe de moment iso

L'aire sous la parabole du moment iso  $\pi^2/8$  d'une demi travée vaut

$$EI \cdot w' = 1/2 * [2/3 \cdot (\rho L_2^2/8) \cdot L_2] \quad \text{approximation}$$

$$EI \cdot w'' = 1/2 * [2/3 \cdot (\rho L_1^2/8) \cdot L_1]$$

avec

$$g' = 0.045 \text{ MN/ml}$$

$$g' = 0.045 \text{ MN/ml}$$

$$L_2 = 70.00 \text{ m}$$

$$L_1 = 40.00 \text{ m}$$

$$EI \cdot w' = 643.13 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

$$EI \cdot w'' = 120.00 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Calcul exact par l'intégrale de la parabole

$y = -0.0225 x^2 + 27.5625$

intégrale  $[27.5625.x - 0.0225 / 3 * x^3]$

Intégrale entre  $x=0$  et  $x=35$

A = 643.13 MN.m<sup>2</sup>

**Fluage**

Avec le temps et la fissuration sur appui, les moments dus au poids propre phasé vont se rapprochés des moments d'une poutre continue.

Si le système était isostatique, on aurait par fluage un raccourcissement de la membrure comprimée

**La continuité apport un moment positif sur appui.**

On prend forfaitairement une contrainte supplémentaire de -2 Mpa pour déterminer le fluage

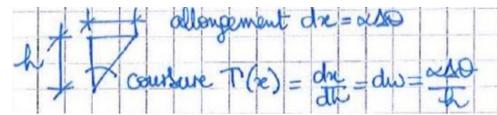
$M / (I \nu') = 2 \text{ Mpa}$

$M = 2 \cdot I \nu' = 2 \cdot 4.971 \cdot 2 = 9.94 \text{ MN.m}$

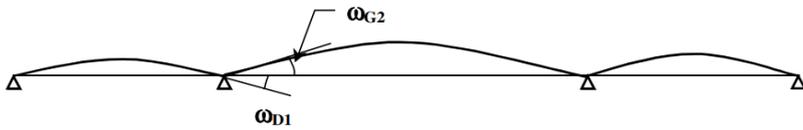


**Gradient thermique +10°C / -6°C**

Le gradient thermique

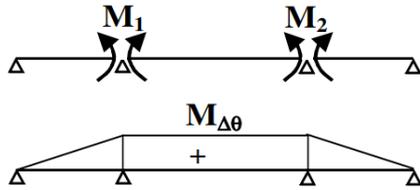


Dans un système isostatique :



$\omega_{D1} = -\alpha \cdot \Delta\theta \cdot l_1 / 2 \cdot h$

$\omega_{G2} = \alpha \cdot \Delta\theta \cdot l_2 / 2 \cdot h$



$\omega_{D1} = M_{\Delta\theta} \cdot l_1 / 3EI$

$\omega_{G2} = -M_{\Delta\theta} \cdot l_2 / 2EI$

On obtient donc :  $M_{\Delta\theta} = \frac{\alpha \cdot \Delta\theta \cdot EI}{h} \cdot \frac{l_1 + l_2}{\frac{2}{3}l_1 + l_2}$

E =	34077 Mpa	$\Delta\theta + =$	10 °C
I =	11.11 m <sup>4</sup>	$\Delta\theta - =$	-6 °C
h =	3.5 m	$l_1 =$	40.00 m
a =	0.00001	$l_2 =$	70.00 m

$M_{\Delta\theta +} = 12.31 \text{ MN.m}$   
 $M_{\Delta\theta -} = -7.39 \text{ MN.m}$

**Charge d'exploitation (Valeur Fréquente)**

0,4 UDL + 0,75 TS

$M_{\max}(l_2/2) = 0,4 * 10,7 + 0,75 * 11,4 = 12,8 \text{ MN.m}$

$M_{\min}(\text{pile}) = -0,4 * 12,8 - 0,75 * 7 = -10,4 \text{ MN.m}$

**Effet des charges routières selon l'Eurocode 1-2 (valeurs caractéristiques)**

**UDL** (charge répartie de 33,9 kN/m)

Section	M maxi		M mini	
	Travées chargées	Moment	Travée chargées	Moment
Sur pile	3	0,9 MN.m	1 et 2	-12,8 MN.m
Milieu travée 2	2	10,7 MN.m	1 et 3	-1,9 MN.m

**TS** (représentée par une seule charge égale à la somme des deux charges d'essieux : 1,02 MN)

Section	M maxi		M mini	
	Position de Q	Moment	Position de Q	Moment
Sur pile			0,402 l <sub>2</sub>	-7,0 MN.m
Milieu travée 2	0,5 l <sub>2</sub>	11,4 MN.m		

**Cumul des moments**

Sur Pile  $M_{\min} = \min \begin{cases} -99.2 - 15.8 - 10.4 - 0.5 * 7.4 \\ -99.2 - 15.8 - 0.6 * 7.4 \end{cases}$

$M_{\min/\max} = M_{\text{clavage}} + M_g + M_q + M_{\text{fluage}} + M_0 + \Sigma M_{\text{hyp}1+2}$

- g' superstructures
- q charges d'exploitation
- θ gradient thermique
- fluage
- Moments hyper de la prec de continuité

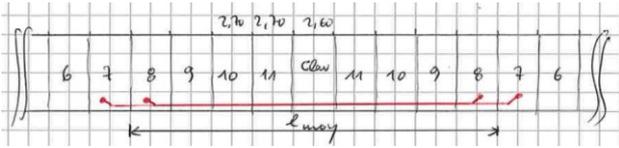
$M_{\min} = -129.1 \text{ MN.m}$

En Travée  $M_{\max} = \max \begin{cases} -4.9 + 11.8 + 9.9 + 12.8 + 0.5 * 12.3 \\ -4.9 + 11.8 + 9.9 + 0.6 * 12.3 \end{cases}$

$M_{\max} = 35.75 \text{ MN.m}$

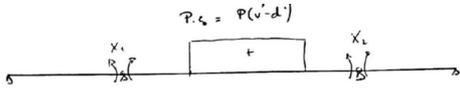
**EFFET HYPERSTATIQUE DE LA PRECONTRAINTE**

**Câbles éclisses intérieures**



$l_{moyen} = 4 * 2.70m + 2.60m = 24.20m$  et  $d' = 0.16 m$

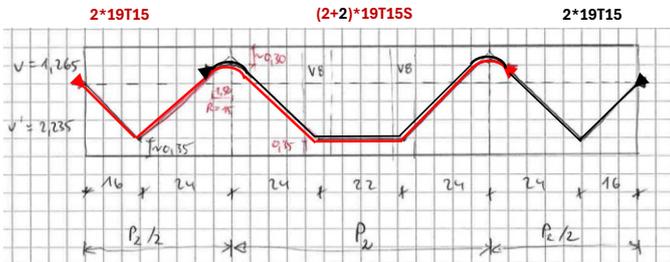
Moment hyperstatique de la précontrainte



$EI \cdot w_2 = 1/2 * P \cdot (v' - d') * l_{moyen}$   
 $c_1 \cdot M_1 + a_2 \cdot M_2 + b_2 \cdot M_2 - w_2 = 0$

$M_1 = M_2$  du fait de la symétrie de la structure  
 $(L_1 / 3 + L_2 / 2) \cdot M_1 = EI \cdot w_2$   
 $M_1 = EI \cdot w_2 / (L_1 / 3 + L_2 / 2)$   
 $M_1 = M_{hyper} = (1/2 * P \cdot (v' - d') * l_{moyen}) / (L_1 / 3 + L_2 / 2)$   
 $M_{hyper\_éclisse} = 0.52 \cdot P_{éclisse}$

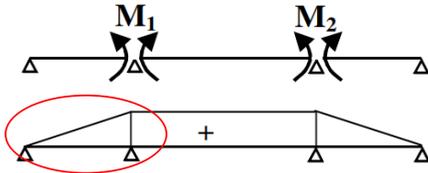
**Câbles de continuité extérieurs**



2 paires en travée centrale :  $P_2$   
 1 paire en travée :  $P_2 / 2$

**Effet de la précontrainte de continuité de la travée de rive**

Explicatif post-cours

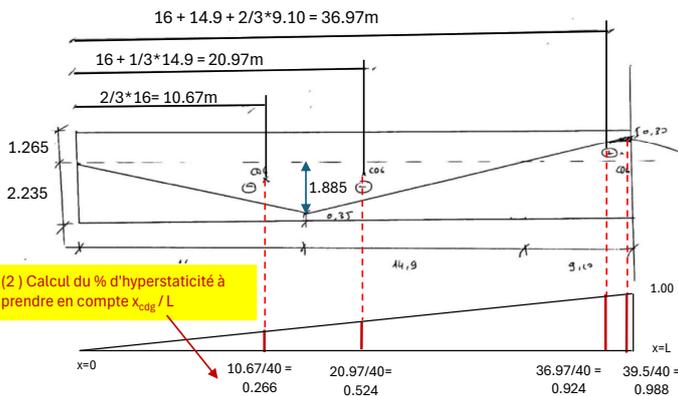


**Intégrale de Mohr - dans la travée de rive** --> Il est nécessaire de prendre en compte "l'apparition" progressive du moment hyperstatique.

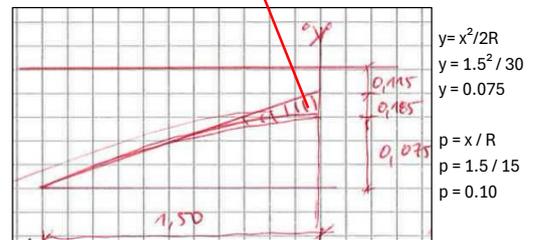
L'aire sous la courbe des moments est à multiplier par la "proportion" de moment hyperstatique à prendre en compte à l'abscisse du cdg de chaque partie de la courbe.

Calculatoirement, on multiplie la fonction  $f(x)$  qui correspond à l'aire sous la courbe des moments par la droite affine qui vaut 0 à  $x=0$  et 1.00 à  $x=L$ .

**(1) Détermination de la position des cdg**



$A^* = 1.50 * ((0.185 + 0.075) / 2 - 2/3 * 0.075)$   
 $A^* = 0.12$



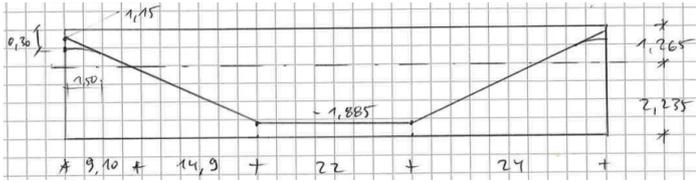
**(2) Calcul du % d'hyperstatiticité à prendre en compte  $x_{cdg} / L$**

$x=0$   $10.67/40 = 0.266$   $20.97/40 = 0.524$   $36.97/40 = 0.924$   $x=L$   $39.5/40 = 0.988$

**(3) (Aire sous moment) \* (% d'hyperstatiticité)**

$EI \cdot w_1 = \left( -\frac{16 * 1.885}{2} * 0.266 - \frac{14.9 * 1.885}{2} * 0.524 + \frac{9.10 * 1.15}{2} * 0.924 - 0.12 * 0.988 \right) * \frac{P_2}{2}$   
 $EI \cdot w_1 = -6.26 \cdot P_2 / 2$   
 $EI \cdot w_1 = -3.13 \cdot P_2$

### Effet de la précontrainte de continuité de la travée centrale



$$\text{Aire} = \left( \frac{9.10 \cdot 1.15}{2} \cdot 2 - \frac{14.9 \cdot 1.885}{2} \cdot 2 - 2.2 \cdot 1.885 - 2 \cdot 0.12 \right)$$

$$\text{Aire} = -59.33$$

$$EI \cdot w'_2 = -P \frac{1}{2} \cdot (-59.33) = 29.67 \cdot P$$

$$w'_2 - w'_1 = \frac{P}{EI} (29.67 + 3.13) = 32.80 \cdot \frac{P}{EI}$$

Application du théorème des 3 moments

$$c_1 \cdot M_1 + a_2 \cdot M_2 + b_2 \cdot M_2 = w'_2 - w'_1$$

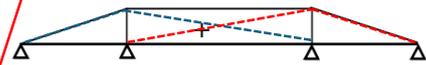
$$\frac{L_1}{3 \cdot EI} \cdot M_1 + \frac{L_2}{3 \cdot EI} \cdot M_1 + \frac{L_2}{6 \cdot EI} \cdot M_2 = 32.80 \cdot \frac{P}{EI}$$

$$\left( \frac{L_1}{3} + \frac{L_2}{2} \right) \cdot M_{\text{hyper}} = 32.80 \cdot P$$

$$M_{\text{hyper, ext}} = 0.68 \cdot P \quad (\text{A comparer à Miso} = 1.885 \cdot P)$$

$$M_{\text{hyper}} = 0.35 \cdot M_{\text{iso}}$$

Dans le cas de la travée centrale, il faut prendre en compte **50% de l'aire également** sous le moment.



--- Moment hyperstatique dû à M1  
 - - - Moment hyperstatique dû à M2

### BILAN - VERIFICATION DES CONTRAINTES

Câbles extérieurs	$P_2 = 2$ Paires 19T15S	$Pu_{\text{ext}} = 2 \cdot 2 \cdot 3.20 \text{ MN} =$	12.80	MN
Câbles éclisses	$P_1 = 2$ paires 12T15S	$Pu_{\text{éclisse}} = 2 \cdot 2 \cdot 1.90 \text{ MN} =$	7.60	MN

$P_{\text{iso}}$ en travée	$-1.885 \cdot P_2 =$	-24.128	MN.m
	$-(2.24 - 0.16) \cdot P_1 =$	-15.808	MN.m
		<u>-39.936</u>	MN.m

$P_{\text{iso}}$ sur Pile	$(1.265 - 0.30) \cdot P_2 / 2 =$	6.176	MN.m
---------------------------	----------------------------------	-------	------

$M_{\text{hyper}}$	0.68 $\cdot P_2 =$	8.704	MN.m
	0.52 $\cdot P_1 =$	3.948	MN.m
		<u>12.652</u>	MN.m

-->  $M_{\text{hyper}} = 0.32 M_{\text{iso}}$  en travée centrale

Vérification en travée	$M = 35.75 - 39.94 + 12.65 =$	8.46	MN.m
	$N =$	20.40	MN
	$\sigma_{\text{inf}} = N/S - M/(I/v') =$	1.62	Mpa OK

Vérification sur pile (sans fléau)	$M = -129.1 + 12.652 + 6.176 =$	-110.27	MN.m
	$N =$	12.80	MN

$P_{\text{fléau}} = 2 \cdot 11 \cdot 1.90 \text{ MN} =$	41.8	MN
$M_{\text{fléau}} = (1.265 - 0.164) \cdot P_{\text{fléau}} =$	46.02	MN.m
$\sigma_{\text{sup}} = N/S + M/(I/v) =$	1.57	Mpa OK