*ENPC - Cours de **Géomécanique et Géotechnique Avancée***
Récapitulatif des formules essentielles
R5

Viscoplasticité

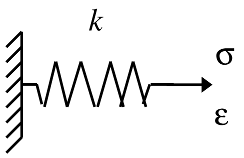
● Partage de la déformation en une partie élastique et une partie viscoplastique :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{e} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}$$

Elasticité : $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{e}$

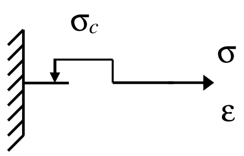
Loi de fluage : $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\sigma})$

● Eléments rhéologiques de base :



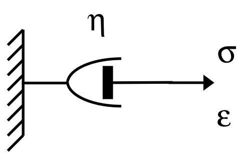
$$\sigma = k\,\varepsilon$$

Elastique



$$|\sigma| \le \sigma_c$$

Plastique



$$\sigma = \eta\,\dot{\varepsilon}$$

Visqueux

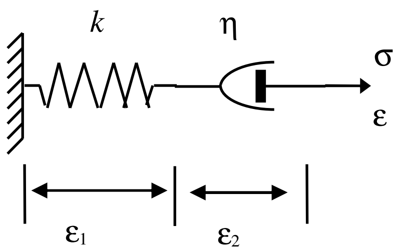
● Modèles analogiques

Matériau de Maxwell
(non linéaire)

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{k} + \frac{\sigma^{n}}{\eta s_0^{n-1}}$$

Relaxation (cas n=1)

$$t \ge t_0\ ; \qquad \sigma(t) = k\varepsilon_0 e^{-(t-t_0)/\tau}$$



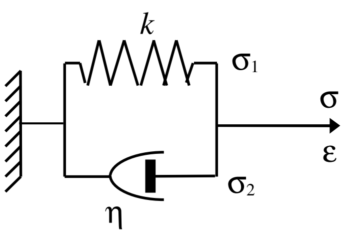
Matériau de Kelvin

$$\sigma = k\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}$$

Fluage :

$$t \ge t_0\ ; \qquad \varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{k}\left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau}\right)$$

Temps caractéristique : $\tau = \dfrac{\eta}{k}$

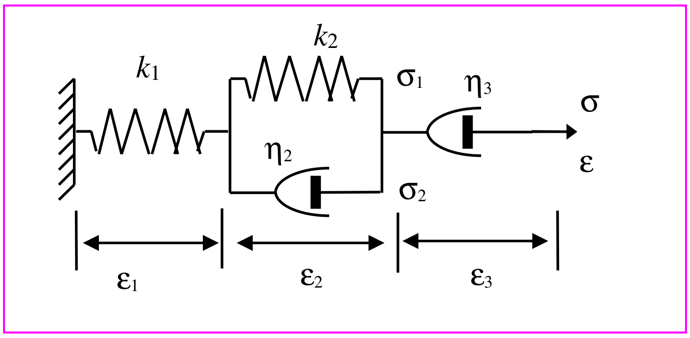


Matériau de Burger

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = \dfrac{\dot{\sigma}}{k_1} + \dfrac{\sigma - k_2\varepsilon_2}{\eta_2} + \dfrac{\sigma}{\eta_3} \\ \dot{\varepsilon}_2 = \dfrac{\sigma - k_2\varepsilon_2}{\eta_2} \end{cases}$$

Variable interne ε_2

Temps caractéristique du fluage primaire : $\tau = \dfrac{\eta_2}{k_2}$



● Modèle de Norton-Hoff

Fluage uniaxiale : $\dot{\varepsilon}^{vp} = a\sigma^n$, ou $\dot{\varepsilon}^{vp} = \sigma^n / (\eta s_0^{n-1})$, η et s_0 des paramètres constants

Extension 3D à partir de la contrainte équivalente de Mises :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{3}{2\eta}\left(\frac{\sigma_e}{s_0}\right)^{n-1} \boldsymbol{S}$$

avec $\boldsymbol{S}$ le déviateur des contraintes et $\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{S}:\boldsymbol{S}}$ contrainte équivalent de Mises.

● Modèle de Lemaître :

Fluage uniaxiale : $\varepsilon^{vp}(t) = a\,\sigma^n t^\alpha$

Variable interne : $\xi = \left|\varepsilon^{vp}\right|^{1/\alpha}$, $\dot{\varepsilon}^{vp} = \alpha\,\xi^{\alpha-1}$, $\dot{\xi} = \left(a\sigma^m\right)^{1/\alpha}$

Extension 3D à partir de la contrainte équivalente de Mises :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{3\alpha}{2\sigma_e}\xi^{\alpha-1}\boldsymbol{S}, \qquad \dot{\xi} = \left(a\sigma_e^m\right)^{1/\alpha}$$