

(II)

IDENTIFICATION DES PARAMETRES DU MODELE DE FLUAGE

Introduction

Les données expérimentales et le modèle rhéologique adopté ont été présentés dans le chapitre précédent. Ce modèle est défini par les relations suivantes:

$$\epsilon(t) = A + B (1 - e^{-\beta t}) + C t \quad (1)$$

$$A(\sigma, T) = a \sigma^k e^{-\frac{K_a}{T}} \quad (2)$$

$$B(\sigma, T) = b \sigma^p e^{-\frac{K_p}{T}} \quad (3)$$

$$C(\sigma, T) = c \sigma^n e^{-\frac{K_s}{T}} \quad (4)$$

L'objectif des calculs qui vont suivre est d'identifier les paramètres β , b , c , a , p , n , k , K_p , K_s et K_a à partir des données expérimentales. Cette identification se fait en deux étapes:

- Ajustement individuel des courbes pour déterminer A , B , C et β par la formule (1).
- Ajustement global pour relier les constantes A, B, C à la contrainte et la température par les formules (2), (3) et (4).

1) Ajustement individuel

Pour une courbe de fluage donnée, formée d'un ensemble de points (t_i, ϵ_i) où t_i représente un instant de mesure et, ϵ_i la déformation mesurée à cet instant, on définit l'écart quadratique suivant:

$$S(A, B, C, \beta) = \sum_i p_i \left[A + B (1 - e^{-\beta t_i}) + C t_i - \epsilon_i \right]^2 \quad (5)$$

Les instants de mesure t_i ne sont pas équidistants, et donc, à chaque point (t_i, ϵ_i) il faut affecter un poids p_i différent, proportionnel à l'intervalle de temps qu'il représente.

On cherche les valeurs de A, B, C et de β qui minimisent S .

La valeur de A peut, éventuellement, être fixée à celle de ϵ_i mesurée immédiatement après la mise en charge. Cette valeur est légèrement différente de celle obtenue par la minimisation de S par rapport à A. Mais l'une et l'autre de ces deux valeurs se prêtent mal à la modélisation: elles ne peuvent être bien ajustées ni par l'expression (2) ni d'autres expressions (voir chapitre précédent). Ceci confirme que ce terme contient des déformations "parasites".

La méthode de calcul des constantes, en supposant A variable, est la suivante: en annulant les dérivées $\partial S / \partial A$, $\partial S / \partial B$ et $\partial S / \partial C$, on obtient trois équations linéaires explicites en A, B et C, ce qui permet de calculer explicitement ces trois paramètres en fonction de l'inconnue β et des données t_i , y_i et p_i . On détermine alors β par la minimisation numérique (pas à pas) de la fonction à une variable $S(A(\beta), B(\beta), C(\beta), \beta)$.

Si la courbe de fluage comporte plusieurs paliers, on calcule, séparément pour chaque palier, un ensemble de valeurs (A, B', C et β) en comptant chaque fois les temps t_i à partir de l'instant du début du palier, et les déformations ϵ_i à partir de celle mesurée juste avant le changement de palier.

Les valeurs de C que l'on obtient de cette façon, peuvent être reliées directement au (a, T) du palier correspondant par la formule (3), car, la vitesse de fluage stationnaire ne dépend, par hypothèse, que de la contrainte et de la température actuelles. Mais aux valeurs de B' il faut ajouter la déformation transitoire accumulée lors des paliers précédents. Si on note cette déformation par ϵ'_i , c'est la valeur de $B = B' + \epsilon'_i$ qui doit être reliée au (a, T) du palier par la relation (3).

Dans la suite nous distinguerons les données "monopalier" et "multipaliers". Les premières comprennent les données des essais monopalier et du premier palier des essais multipalier, soit au total 34 courbes simples décrites dans le tableau (A1.1).

Les secondes comprennent uniquement les données des 7 essais multipaliers décrits dans le tableau (A1.2).

Le motif de cette distinction est le suivant: identifier les paramètres du modèle adopté par des trajets de chargement simples (monopalier) et vérifier si la loi ainsi obtenue rend compte des trajets plus compliqués (multipaliers).

D'un autre côté, pour une raison qui sera expliquée plus loin (§4.2), nous tronquons, lors de l'ajustement individuel, toutes les courbes monopalier dont la durée excède 750h à une durée d'environ 750h, et nous éliminons toutes celles (les 4 courbes n° 13, 27, 28 et 31) dont la durée est nettement inférieure à cette valeur. L'ajustement individuel sera donc fait sur des courbes de durée plus ou moins identique.

Les valeurs que l'on trouve pour β lors de cet ajustement sont données dans la première colonne du tableau (A1.3). Les valeurs trouvées pour A, B et C lors de cet ajustement ne seront pas présentées. Elles sont proches de celles données dans les colonnes suivantes de ce tableau mais qui sont obtenues par un ajustement légèrement différent, présenté plus loin (§2.2.1).

2) Ajustement global

2.1) Ajustement de β

Les valeurs trouvées ci-dessus pour β varient entre 0,004 et 0,15 h⁻¹. A chaque température on dispose de plusieurs valeurs de β correspondant à des valeurs différentes de la contrainte. Mais l'analyse de ces valeurs ne montre pas une corrélation particulière entre la valeur de β et celle de la contrainte. On est donc amené à supposer β indépendant de σ .

Nous calculons ensuite la valeur moyenne de β à différentes températures. Voici les valeurs trouvées:

T (° C)	20-25	75	100	150	200
$\beta(\text{h}^{-1})$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$6,4 \cdot 10^{-3}$

(6)

On remarque que β décroît entre 20 et 150° C et croît ensuite entre 150 et 200° C.

Ces valeurs peuvent être introduites sans difficulté dans des codes de calcul numérique d'ouvrages souterrains. Mais on peut également prendre, pour simplification, β constant et égal à la valeur moyenne de $\approx 0,01 \text{ h}^{-1}$.

En ce qui concerne les essais multipaliers, les valeurs trouvées pour β sont comparables à celles données dans l'encadré (6) ci-dessus, et conduisent à une valeur moyenne proche de 0,01 h⁻¹.

2.2) Ajustement de B et C

Etant donné que l'on connaît désormais à chaque température la valeur de β , on obtiendra une loi plus précise si l'on recalcule les valeurs de A, B, C avec ces valeurs fixées de β .

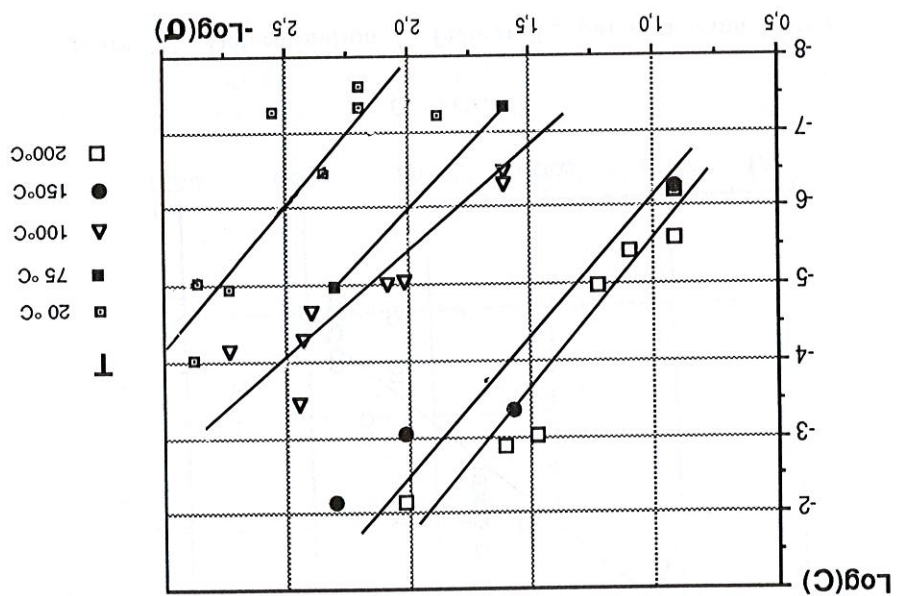
2.2.1) Essais monopulier

En fixant la valeur de β à celles données dans l'encadré (6) on obtient pour les constantes A, B et C les valeurs données dans les colonnes 2,3 et 4 du tableau A1.3.

Il s'agit maintenant de relier ces valeurs aux σ, T par les relations (2) à (4). Cet ajustement se fait de la manière suivante.

En remarquant que dans le tableau (A1.1) on dispose, pour chaque valeur de T, de plusieurs valeurs différentes de σ , on calcule, à chaque température, les exposants de contrainte p et n par la régression linéaire de Log(B) et de Log(C) en fonction de Log(σ) (voir, par exemple, figure 2.1 pour C). Les valeurs trouvées pour ces exposants sont données dans l'encadré (7).

Figure 2.1 : Détermination de l'exposant de contrainte du fluage stationnaire par régression logarithmique



On peut calculer les valeurs moyennes suivantes: $p = 3,93$ et $n = 3,07$.
 Les paramètres b , c , K_p et K_s se calculent alors par la régression linéaire de $\text{Log}(B/\sigma^p)$ et de $\text{Log}(C/\sigma^n)$ en fonction de $1/T$ (T en Kelvin). Voir, par exemple, la figure (2.2) en ce qui concerne C .

T (°C)	p	n
20-25	3,51	3,18
75	4,11	3,40
100	4,24	2,35
150	3,69	2,83
200	4,14	3,81

(7)

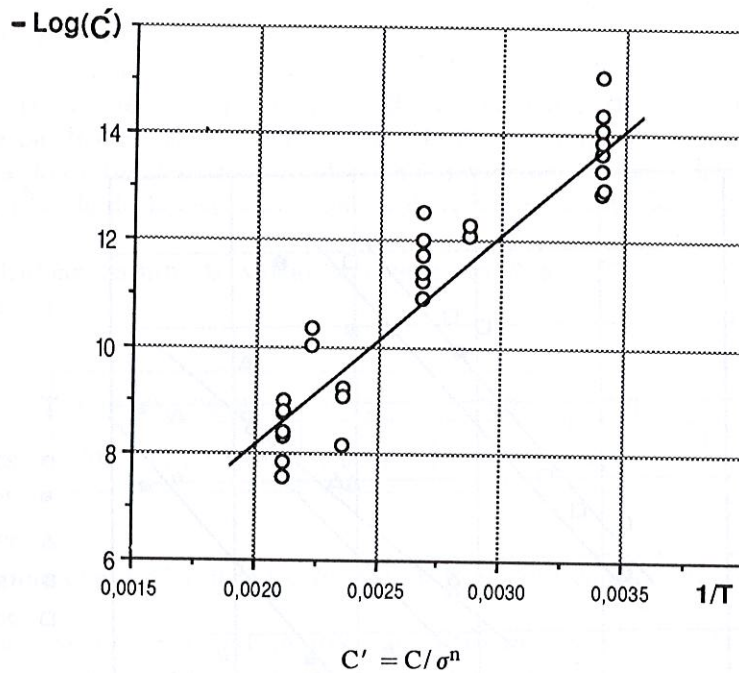


Figure 2.2 : Détermination du facteur K_s par régression linéaire

L'ensemble des paramètres de la loi de fluage "monopulier", que nous notons L1, est ainsi déterminé:

L1	β (h^{-1})	b	p	K_p (K)	c (h^{-1})	n	K_s (K)
	0,01	$7,65 \cdot 10^{-1}$	3,93	4810	$9,86 \cdot 10^{-4}$	3,07	4100

(8)

Le terme A a été ajusté de la même manière que les termes B et C, et l'on trouve: $a = 7,88 \cdot 10^{-3}$, $k = 3,76$ et $K_a = 3230$.

2.2.2) Essais multipaliers

L'ajustement des valeurs de B et C a été fait par une méthode légèrement différente de la précédente, ne faisant pas appel au logarithme des quantités étudiées. Cette méthode, que nous appelons directe est basée sur la minimisation de l'écart quadratique suivant, défini par exemple pour le terme C :

$$D(c, n, K_s) = \sum_j \left\{ c \sigma_j^n e^{-K_s / T_j} - C_j \right\}^2 \quad (9)$$

La sommation porte sur tous les paliers de tous les essais. On détermine c , n et K_s en minimisant D par rapport à ces paramètres.

Les essais multiplicatifs représentent au total 25 paliers. Certains paliers ont du être éliminés à cause de leurs durées trop courtes.

Les nouvelles valeurs trouvées pour les paramètres définissent une nouvelle loi, appelée "multiplicatif" et notée L2 qui est la suivante:

L2	$\beta (h^{-1})$	b	p	$K_p (K)$	$c (h^{-1})$	n	$K_s (K)$
	0,01	5,57	4,40	5914	$2,07 \cdot 10^{-4}$	2,81	3347

Les valeurs des paramètres du terme A sont les suivantes: $a = 2,14 \cdot 10^{-3}$, $k = 1,38$ et $K_a = 692$.

3) Comparaison avec les courbes expérimentales

La figure (2.3) présente trois exemples de courbes expérimentales de trois essais multiplicatifs. Sur cette figure sont également reportées les courbes théoriques prévues par les deux lois L1 et L2.

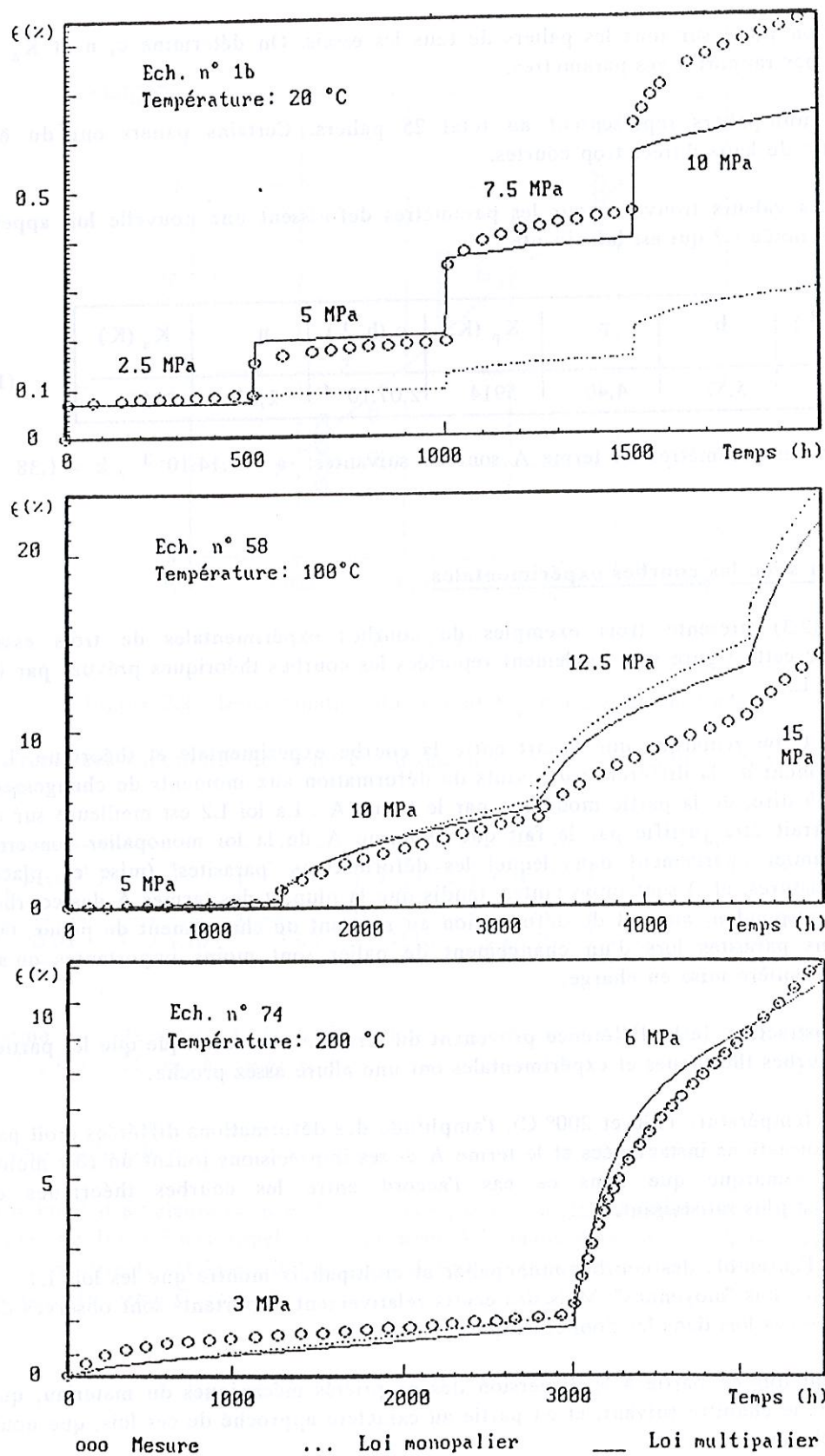
A $T = 20^\circ C$ on remarque que l'écart entre la courbe expérimentale et théorique, L1, vient principalement de la différence des sauts de déformation aux moments de changement de palier, c'est à dire, de la partie modélisée par le terme A. La loi L2 est meilleure sur ce plan. Ceci pourrait être justifié par le fait que le terme A de la loi monopallier concerne toujours le premier chargement dans lequel les déformations "parasites" (mise en place, fermeture des fissures, etc.) sont importantes, tandis que la plupart des termes A des courbes multiplicatifs correspondent au saut de déformation au moment de changement de palier. Or, les déformations parasites lors d'un changement de palier sont moins importantes qu'au moment de la première mise en charge.

En faisant abstraction de la différence provenant du terme A, on remarque que les parties différencées des courbes théoriques et expérimentales ont une allure assez proche.

A plus haute température (100 et $200^\circ C$), l'amplitude des déformations différencées croît par rapport aux déformations instantanées et le terme A et ses imprécisions jouent un rôle moins important. On remarque que dans ce cas l'accord entre les courbes théoriques et expérimentales est plus satisfaisant.

L'examen de l'ensemble des courbes monopallier et multiplicatifs montre que les lois L1 et L2 sont de bonnes lois "moyennes". Mais des écarts relativement importants sont observés de part et d'autre de ces lois dans les données expérimentales.

Ces écarts sont dus en partie à la dispersion des propriétés mécaniques du matériau, qui sera étudiée dans le chapitre suivant, et en partie au caractère approché de ces lois, que nous allons discuter ci-dessous.



Déformation axiale ϵ en fonction du temps t
Figure 2.3 : Comparaison des courbes de fluage expérimentales et théoriques

4) Discussions

Si on compare les paramètres des deux lois L1 et L2 on remarque des différences a priori non négligeables entre elles. Une différence, par exemple, de $\Delta n \approx 0,3$ entre les exposants de contrainte du fluage stationnaire, conduit, pour une contrainte $\sigma \approx 10$ MPa, à un facteur d'environ 2 entre les termes de σ^n ($10^{0,3} \approx 2$). La différence des autres paramètres est également importante.

Diverses études menées sur les sels de Bresse et des MDPA nous ont montré que dès que l'on change des données expérimentales (concernant une même variété de sel) ou de méthode de dépouillement, on obtient des valeurs sensiblement différentes pour les paramètres.

Les données expérimentales peuvent être différentes, soit à cause des échantillons étudiés, soit à cause de la procédure expérimentale qui est caractérisée, en particulier, par les facteurs suivants: traitements préalables des éprouvettes, leur géométrie, conditions de contact, humidité relative de l'air ambiant, trajet de chargement, durée d'essai, etc. L'importance de ces facteurs et leur influence sur les résultats de fluage ont été soulignées par beaucoup d'auteurs (Wawersik & Preece 1981, Senseny 1981, Horseman 1984, ...)

Par contre, l'importance de la méthode de dépouillement et son influence sur les paramètres de fluage n'ont pas toujours été bien mises en évidence.

Nous allons étudier ci-dessous quelques uns des facteurs dont dépendent les paramètres du modèle de fluage, pour préciser, autant que possible, le degré de fiabilité des lois obtenues ci-dessus.

4.1) Influence de la géométrie des éprouvettes

Les éprouvettes que nous avons testées ont toutes à peu près les mêmes dimensions et l'influence éventuelle de la géométrie sur les paramètres du modèle ne peut être étudiée.

Nous rappelons cependant que Senseny (1981) a réalisé une série d'essais de fluage identiques sur deux groupes d'éprouvettes cylindriques de diamètres différents: $\phi = 50$ mm pour le premier et $\phi = 100$ mm pour le second groupe. L'élanacement (rapport H/ϕ) est égal à 2 pour les deux groupes. Il modélise le fluage transitoire de ces éprouvettes sous la forme $\epsilon(t) = b \sigma^p T^q$ et trouve des valeurs des paramètres différentes pour les deux groupes. Il trouve par exemple $p = 3,09 \pm 0,06$ pour le premier groupe et $p = 2,76 \pm 0,06$ pour le second. Il modélise ensuite la partie stationnaire du fluage sous la forme $\dot{\epsilon}_s = c \sigma^n e^{(-K_s/T)}$. Il est intéressant de noter qu'il trouve dans ce cas des valeurs plus ou moins identiques pour les deux groupes. Il trouve par exemple $n = 3,80 \pm 1$ pour le premier groupe et $n = 3,87 \pm 1,3$ pour le second, valeurs qui sont proches compte tenu de l'erreur qui les caractérise. Cela laisse penser que les paramètres du fluage stationnaire sont peu sensibles à la géométrie de l'éprouvette.