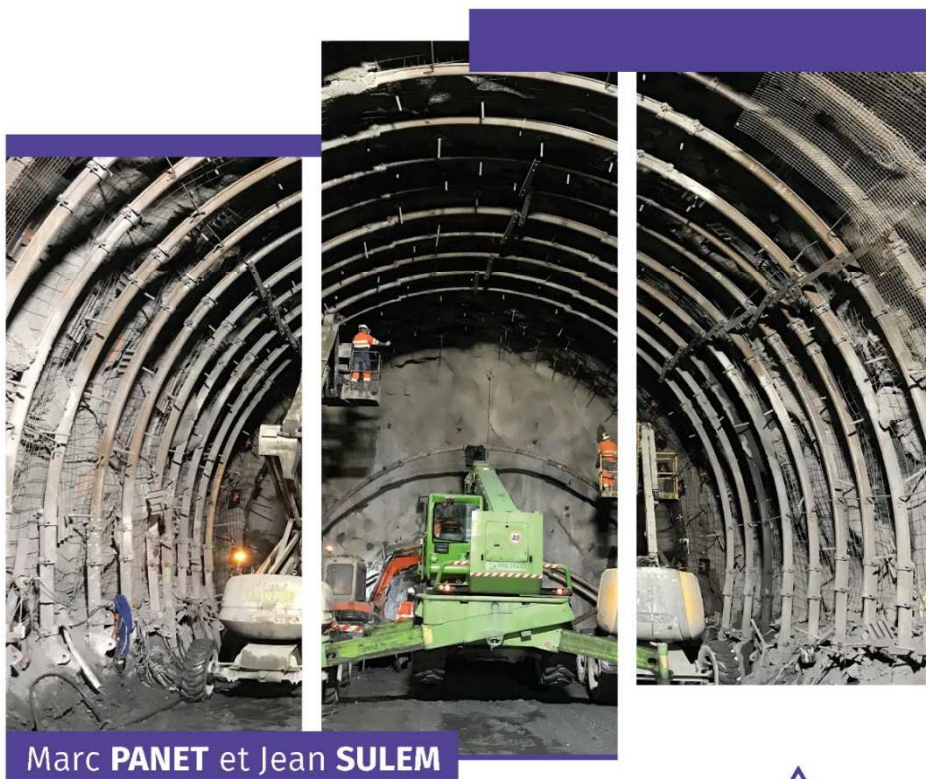


Géomécanique et Géotechnique avancée

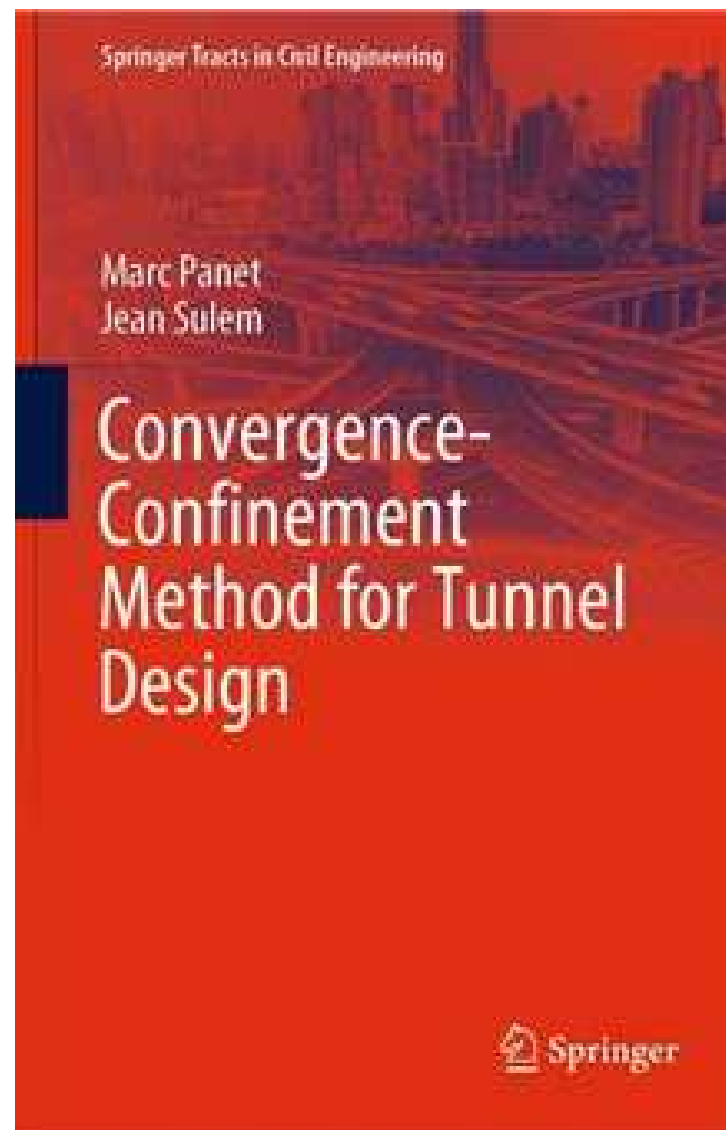
## Ouvrages souterrains

Jean Sulem  
Laboratoire Navier  
Ecole Nationale des Ponts et Chaussées  
[jean.sulem@enpc.fr](mailto:jean.sulem@enpc.fr)

# LE CALCUL DES TUNNELS par la méthode convergence-confinement



**Presses des Ponts**  
**ISBN : 9 78-2-85978-534-5, 2021**



# GENERALITES SUR LA CONCEPTION DES OUVRAGES SOUTERRAINS

- **Caractérisation des terrains**
  - Reconnaissances géologiques et géotechniques
  - Caractéristiques géologiques des terrains
  - Propriétés mécaniques de la roche intacte
  - Discontinuités (géométrie, propriétés)
  - Perméabilité
  - Régime hydrogéologique

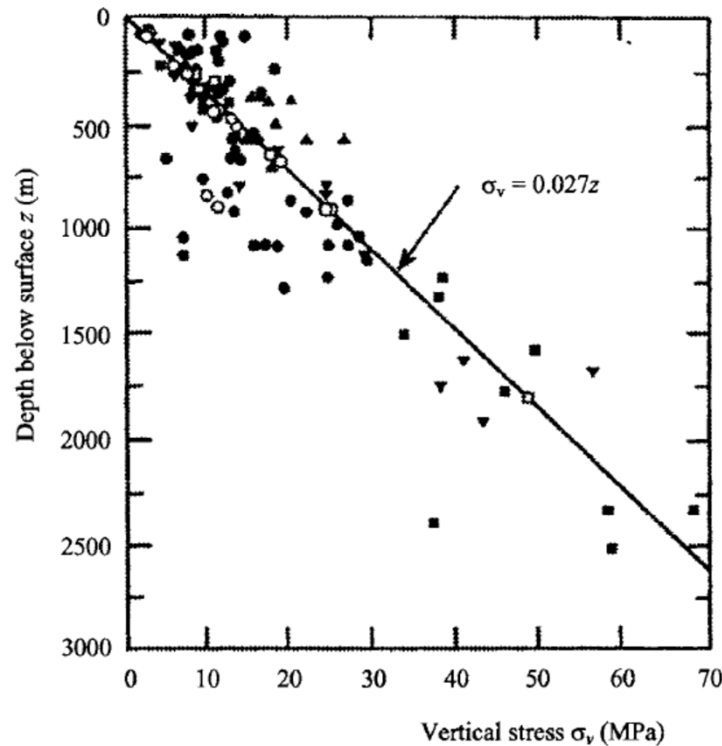
***Complexité des formations géologiques***

***Nombre limité de données de terrain***

***Incertitudes sur les données géologiques***

- **Etat initial du massif**

Le creusement perturbe l'état de contraintes initial



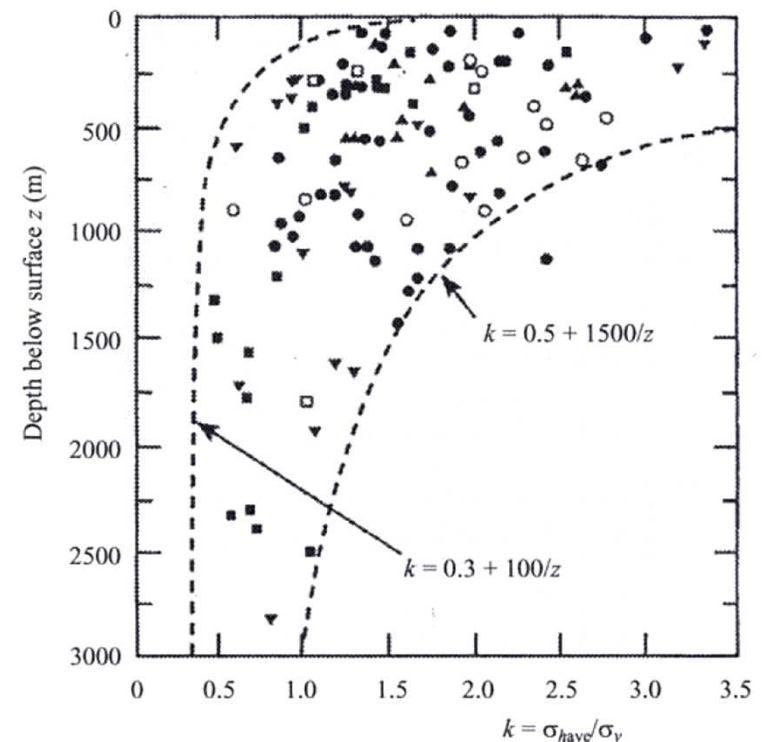
Contrainte verticale

$$\sigma_v = \gamma \cdot z \quad ; \quad \sigma_h = K_0 \sigma_v$$

$\gamma$  : poids unitaire de la roche de recouvrement

$z$  : profondeur

D'après Hoek and Brown (1980)



Contrainte horizontale moyenne



- **Choix des méthodes de creusement et de soutènement**
  - Technique d'excavation (explosifs, machine de forage, tunnelier)
  - Nature des soutènements (provisoires, définitifs)
  - Phases de creusement et de pose du soutènement



Figure 1.1. Abattage à l'explosif en pleine section – Jumbo de foration (Atlas Copco)

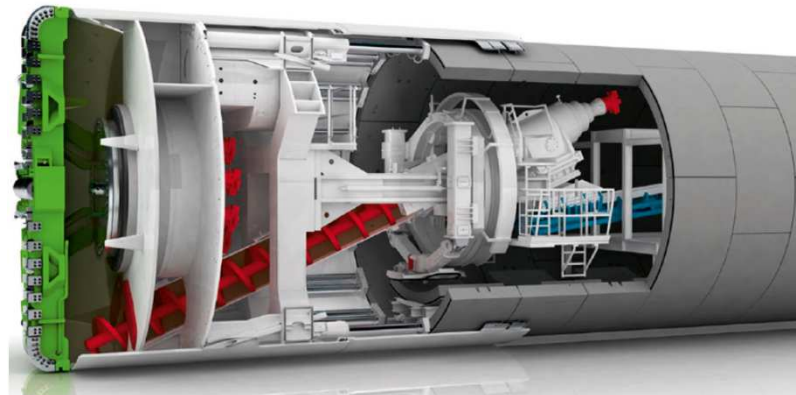


Figure 1.2. Tunnel 186 – Creusement traditionnel en demi-section



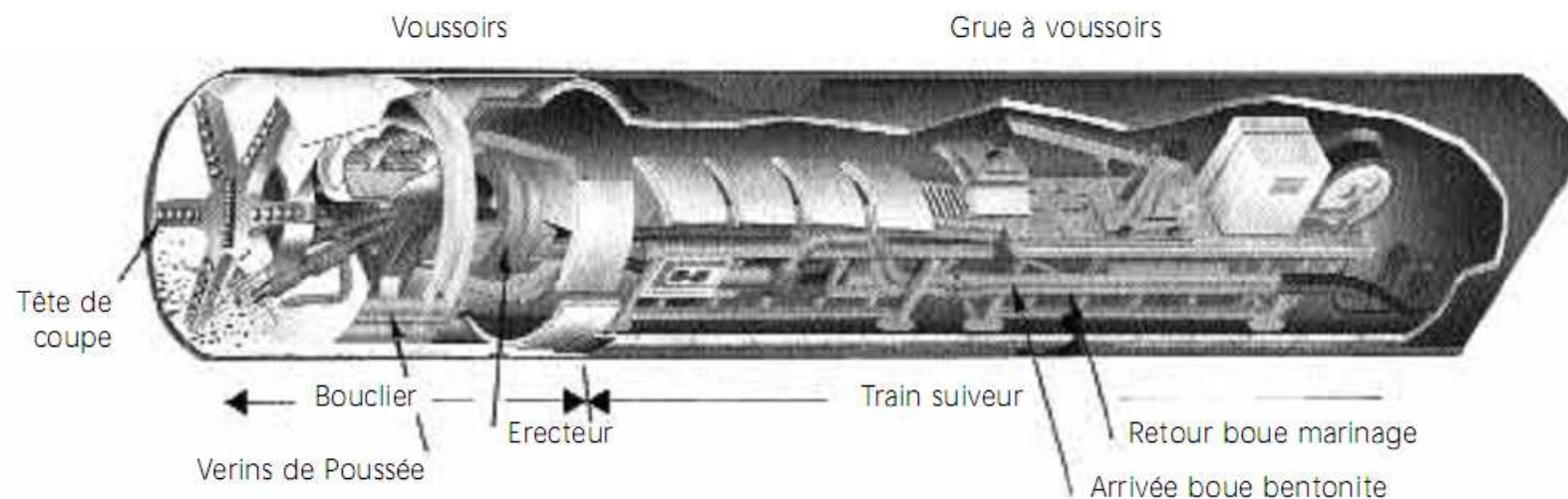
# CREUSEMENT AU TUNNELIER

Un tunnelier est une machine réalisant en continu le creusement d'un tunnel et la mise en place d'un revêtement à faible distance du front de taille.

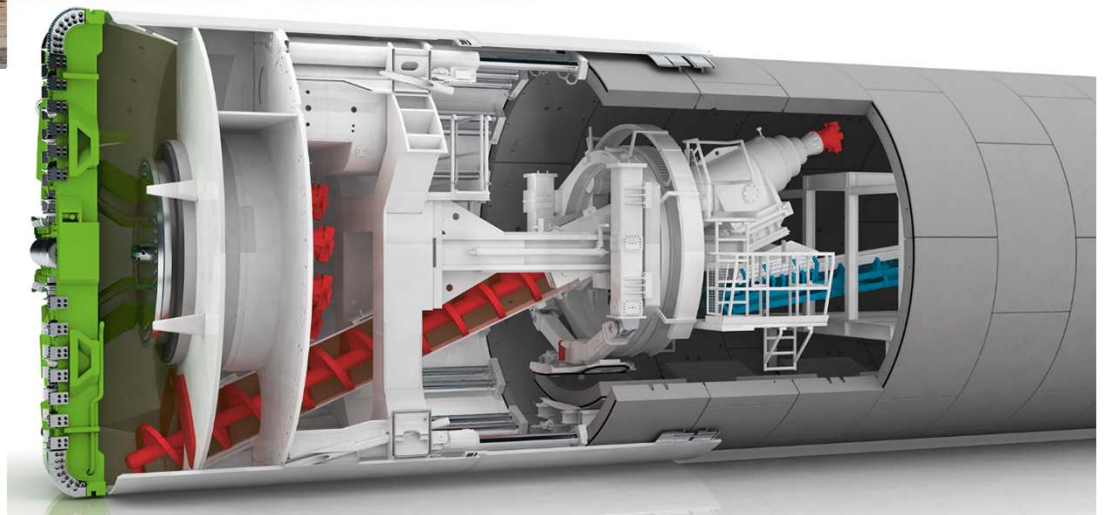
En terrain tendre nécessitant un soutènement important, le tunnelier comporte un bouclier et le front peut être pressurisé (Bouclier à air comprimé, à pression de boue ou à pression de terre).

L'excavation se fait par attaque globale à l'aide d'une roue de coupe à l'avant de la machine avec un procédé de marinage adapté au mode de confinement. La machine progresse en s'appuyant contre le revêtement mis en place au fur et à mesure de l'avancement par l'intermédiaire de vérins.

Le revêtement mis en place est généralement le revêtement définitif.



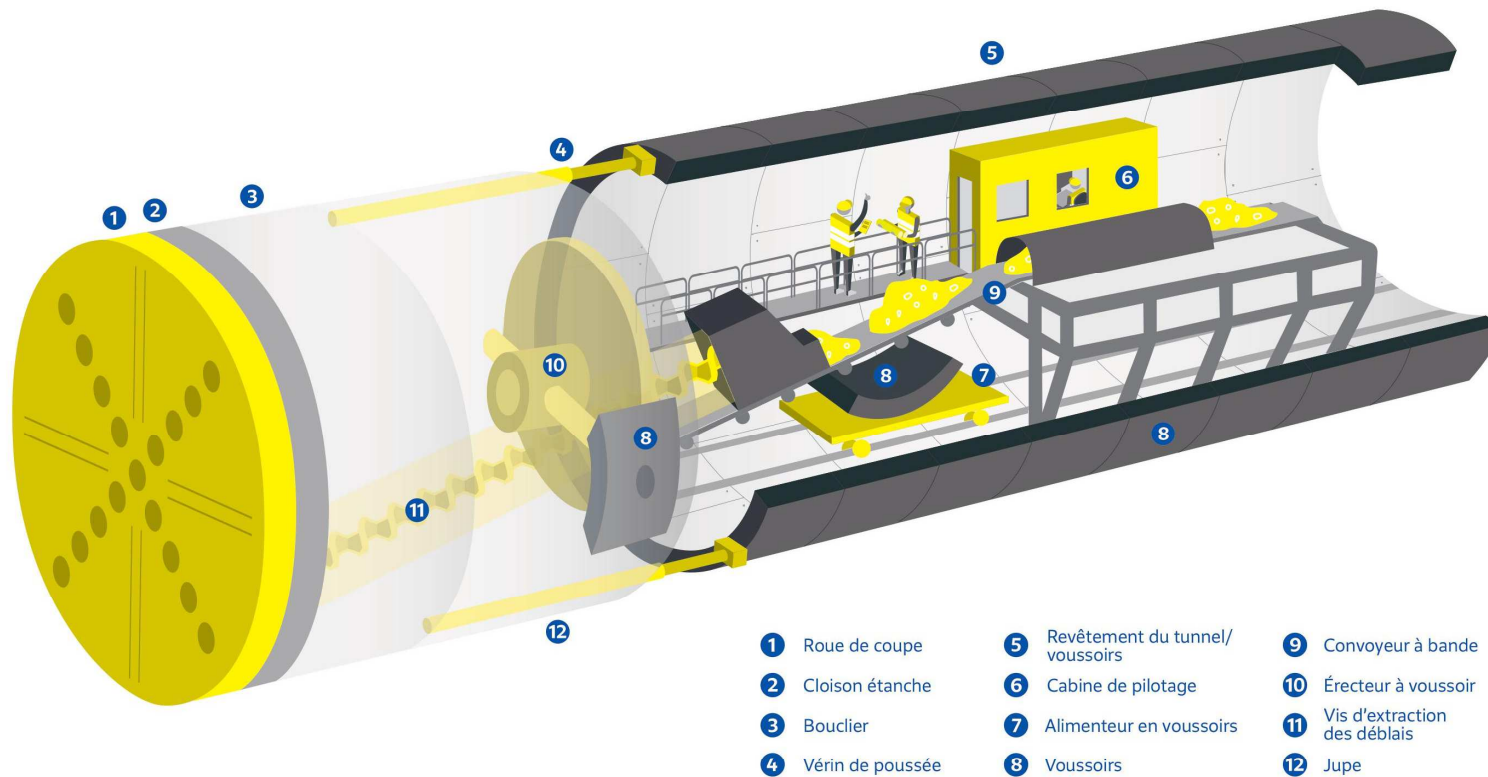
## Exemple de tunnelier utilisé sur les chantiers du Grand Paris



Herrenknecht



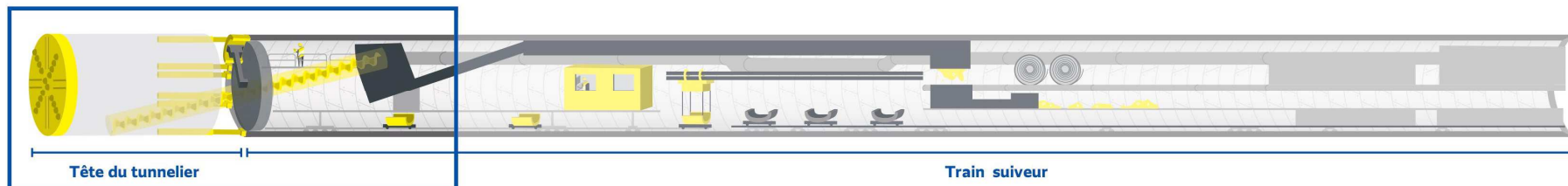
# Exemple de tunnelier utilisé sur les chantiers du Grand Paris



**100**  
mètres  
de long

**10**  
mètres  
de large

**12**  
mètres par jour  
creusés



# SOUTÈNEMENT

Dans un terrain sain, le soutènement est léger: béton projeté + boulons.

Dans un terrain mauvais (fracturé, orientation des plans défavorables, résistance de roche faible, présence d'eau), le soutènement est lourd: béton projeté, cintres métalliques, blindage, remplissage de cintre en béton.

## Béton Projeté:

L'application de béton projeté se fait en plusieurs passes de 5 à 10 cm d'épaisseur. Equipé d'une lance, le robot à béton projette le béton sur les parements et le front du tunnel.



## Boulonnage:

Les boulons mis en place sont à ancrage réparti ou ponctuel. Les longueurs de boulons sont comprises entre 3 et 5 m.



### Pose de cintres:

Des cintres métalliques ou des cintres réticulés sont mis en place.

L'espacement entre 2 cintres varie entre 1,2 et 1,7 m. Le poids d'un cintre est de 1,5 tonnes.

La dernière étape consiste à bloquer le cintre par du béton projeté au plus près du front.



### Blindage:

Le blindage permet de former un coffrage de protection en tôles d'épaisseur 5 mm sur l'intrados des cintres. Du béton est ensuite coulé entre les tôles et la paroi du tunnel, il forme ainsi une coque encaissant les efforts de compression du terrain.





- **Cintres métalliques**

trois ou quatre éléments  
coulissants



- **Béton projeté**

épaisseur 10 à 20 cm

- **Blocs compressibles**



- **Soutènements composites**

boulonnage associé à du béton  
projeté, cintres noyés dans du  
béton projeté





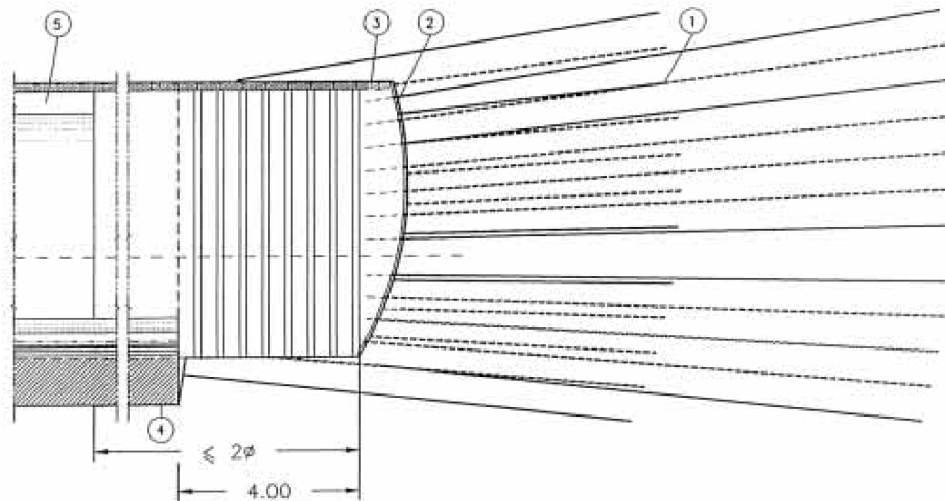
## Revêtement définitif

anneau de béton coulé



## BOULONNAGE DU FRONT DE TAILLE

On peut avoir avantage à travailler en pleine section en réalisant un renforcement du front de taille par boulonnage et un soutènement par cintres lourds, le radier étant mis en œuvre au plus près du front. Ce boulonnage permet de stabiliser le front et de sécuriser le travail. Les boulons sont généralement en fibre de verre injectés à la résine ou au coulis de ciment.



## CLASSIFICATIONS DES MASSIFS ROCHEUX

✓ Classification AFTES (2003) : Description des caractéristiques de la roche à l'échelle de l'échantillon de laboratoire, des caractéristiques des discontinuités, des caractéristiques du massif rocheux, conditions hydrogéologiques, état des contraintes en place.

✓ Classification RMR (Bieniawski, 1973, 1989)

R1 - La résistance en compression simple ( $R_c$ ) de la roche

R2 - L'état de discontinuité du massif rocheux déterminé sur les sondages carottés par l'indice RQD.

R3 - L'espacement des discontinuités

R4 - L'état des discontinuités (extension, ouverture, rugosité, remplissage, altération des épontes)

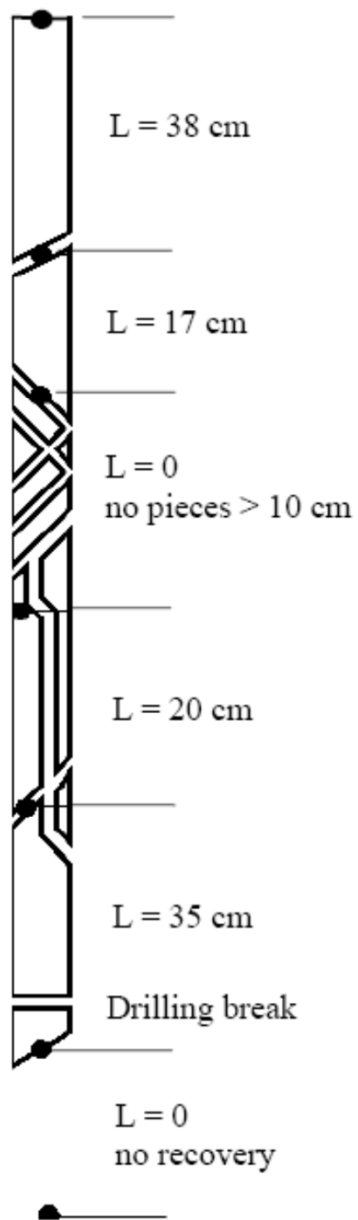
R5 - Les conditions hydrogéologiques (nature et quantité des venues d'eau)

A - L'orientation et le pendage des principales discontinuités par rapport à l'axe du tunnel (coefficient négatif)

$$\text{RMR} = \text{R1} + \text{R2} + \text{R3} + \text{R4} + \text{R5} + \text{A}$$

## Rock Quality Designation index (RQD)

Don Deere, 1963, 1988



Total length of core run = 200 cms

$$\text{RQD} = \frac{\sum \text{Length of core pieces} > 10 \text{ cm length}}{\text{Total length of core run}} \times 100$$

$$\text{RQD} = \frac{38 + 17 + 20 + 35}{200} \times 100 = 55 \%$$

# Rock Mass Rating (RMR)

## 1. Paramètres

Paramètre			Domaine des valeurs					
1	Résist. Compr. simple (MPa)	> 250	100 - 250	50 - 100	25 - 50	10 -25	3 -10	<3
	Note	15	12	7	4	2	1	0
2	Coefficient RQD	90 - 100	75 - 100	50 - 75	25 - 50	< 25		
	Note	20	17	13	8	3		
3	Espacement des joints	> 2 m	0,6 - 2 m	20 - 60 cm	6 - 20 cm	< 6 cm		
	Note	20	15	10	8	5		
4	Caractéristiques des discontinuités	- très rugueuses - ouverture < 0,1 mm - non persistantes - épontes non altérées	- très rugueuses - ouverture < 0,1 mm - non persistantes - épontes légèrement altérées	- légèrement rugueuses - ouverture < 0,1 mm - persistantes - épontes très altérées	- épontes lisses - ouverture 1 - 5 mm - persistantes - remplissage < 5 mm	- ouverture > 5 mm - persistantes - remplissage > 5 mm		
	Note	30	25	20	10	0		
5	Venues d'eau	l/min par 10 m tunnel	aucune	< 10 l/min	< 25 l/min	25-125 l/min	> 125 l/min	
		Conditions générales	Complètement sec	humide	saturé  Hw < 10 m	eau sous pression modérée  Hw 10 à 100 m	eau sous forte pression  Hw > 100 m	
	Note		15	10	7	4	0	

## 2. Effet de l'orientation et du pendage des discontinuités

Orientation perpendiculaire à l'axe du tunnel				Orientation parallèle à l'axe du tunnel		Pendage 0 - 20° indépendamment de l'orientation
Avancement avec pendage		Avancement contre pendage				
Pendage 45 - 90°	Pendage 20 - 45°	Pendage 45 - 90°	Pendage 20 - 45°	Pendage 45 - 90°	Pendage 20 - 45°	
Très favorable	Favorable	Moyen	Défavorable	Très favorable	Moyen	Défavorable
0	-2	-5	-10	0	-5	-12

## 3. Note finale de qualité du massif rocheux

Note finale	100 - 81	80 - 61	60 - 41	40 - 21	< 20
Classe n°	I	II	III	IV	V
Description	Excellente	Bonne	Moyenne	Mauvaise	Très mauvaise



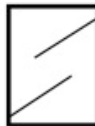
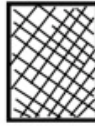




**Tableau 1.1.b - Recommandations pour l'excavation et le soutènement de tunnels au rocher fondées sur la valeur RMR**  
*Tunnel à section en fer à cheval de 10 m d'ouverture excavé par abatage à l'explosif (d'après Bieniawski, 1989).*

RMR	Mode d'excavation	Mode de soutènement		
		Boulonnage	Béton projeté	Cintres métalliques
RMR 81-100 Classe I	Creusement en pleine section Pas d'avancement : 3 m	Boulonnage local	Aucun	Aucun
RMR 61-80 Classe II	Creusement en pleine section Pas d'avancement : 1,5 m-3 m Soutènement complet à 20 m du front	Boulonnage en voûte, 3 m de longueur, espacement de 2,5 m avec un treillis soudé localement	50 mm en voûte si nécessaire	Aucun
RMR 41-60 Classe III	Creusement en demi-section Pas d'avancement : 1,5 m-3 m en demi-section supérieure Soutènement mis en place à une distance inférieure à 20 m du front	Boulonnage systématique, 4 m de longueur, espacement de 1,5 à 2 m en voûte et sur les piédroits avec treillis soudé en voûte	50 mm à 100 mm en voûte et 30 mm sur les piédroits	Aucun
RMR 21-40 Classe IV	Creusement en demi-section Pas d'avancement : 1,5 m-3 m en demi-section supérieure Soutènement mis en place au fur et à mesure de l'avancement à une distance inférieure à 10 m du front	Boulonnage systématique, 4 m de longueur, espacement de 1 à 1,5 m en voûte et sur les piédroits avec treillis soudé	100 mm à 150 mm en voûte et 100 mm sur les piédroits	Cintres légers à moyens espacés de 1,5 m si nécessaire
RMR < 20 Classe V	Creusement en section divisée Pas d'avancement : 0,5 m-1,5 m pour la galerie de tête Soutènement mis en place au fur et à mesure de l'avancement Mise en place de béton projeté dès que possible	Boulonnage systématique, 5 m à 6 m de longueur, espacement de 1 à 1,5 m en voûte et sur les piédroits avec treillis soudé Boulonnage en contre-voûte	150 mm à 200 mm en voûte et 150 mm sur les piédroits 50 mm sur le front	Cintres moyens à lourds espacés de 0,75 m avec blindage métallique et enfilage Contre voûte nécessaire

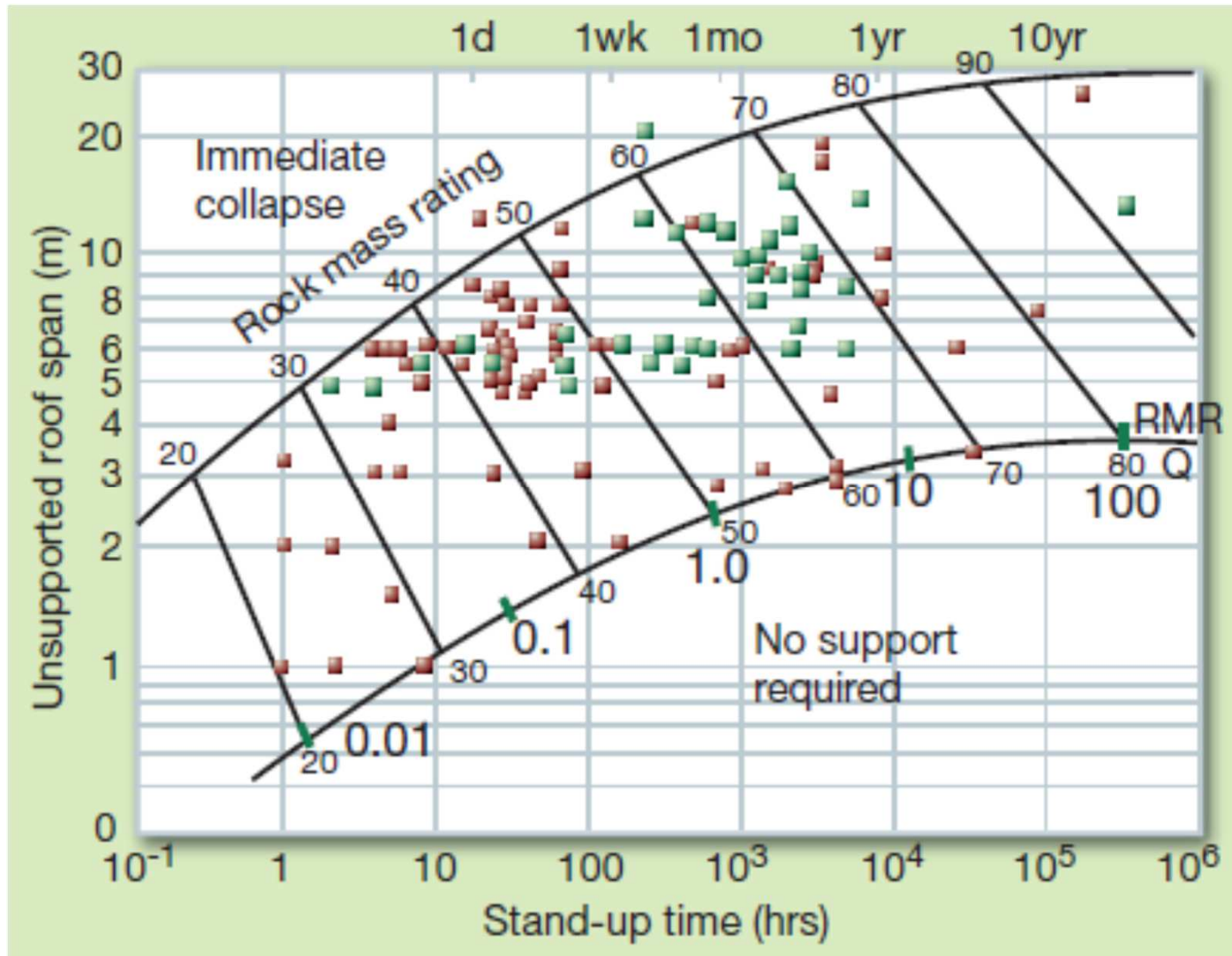


- ✓ Classification GSI (Hoek, 1994, Hoek & Marinos 2000) : Description qualitative des massifs rocheux : Structure du massif (6 classes) et état des épontes des discontinuités (5 classes).

# Discontinuités

GEOLOGICAL STRENGTH INDEX FOR JOINTED ROCKS		SURFACE CONDITIONS				
		VERY GOOD	GOOD	FAIR	POOR	VERY POOR
STRUCTURE		DECREASING SURFACE QUALITY →				
 INTACT OR MASSIVE—intact rock specimens or massive in situ rock with few widely spaced discontinuities	DECREASING INTERLOCKING OF ROCK PIECES ↓	90				
		80				
		70				
		60				
		40				
 BLOCKY—well interlocked undisturbed rock mass consisting of cubical blocks formed by three intersecting discontinuity sets						
 VERY BLOCKY—interlocked, partially disturbed mass with multi-faceted angular blocks formed by 4 or more joint sets						
 BLOCKY/DISTURBED/SEAMY—folded with angular blocks formed by many intersecting discontinuity sets. Persistence of bedding planes or schistosity			40			
 DISINTERATED—poorly interlocked, heavily broken rock mass with mixture of angular and rounded rock pieces				20		
 LAMINATED/SHEARED—Lack of blockiness due to close spacing of weak schistosity or shear planes					10	

Notion de distance non soutenue  
et de temps de stabilité



## Critère parabolique de Hoek et Brown:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \left( m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{1/2}$$

Les paramètres du critère d'Hoek et Brown peuvent être évalués à partir d'essais triaxiaux sur des échantillons de roche saine et de relations empiriques faisant intervenir l'indice de classification RMR ( Rock Mass Rating)

$$m = m_r \exp\left(\frac{\text{RMR} - 100}{14I_m}\right) ; \quad s = \exp\left(\frac{\text{RMR} - 100}{6I_s}\right)$$

$m_r$ : valeur de  $m$  pour la roche saine non fracturée (RMR=100) obtenue à partir des essais triaxiaux

$I_m=1$  et  $I_s=1$  pour une roche non perturbée par l'excavation

$I_m=2$  et  $I_s=1.5$  pour une roche perturbée par l'excavation

Critère de Hoek et Brown généralisé (Hoek, Carraza-Torres & Corkum, 2002) :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \left( m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a$$

Relations empiriques entre les paramètres m, s, a et l'indice de classification GSI (Geological Strength Index)

$$m = m_r \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right)$$

D est un paramètre qui dépend du degré d'endommagement engendré par l'excavation et la relaxation des contraintes. Il prend des valeurs comprises entre 0, pour un massif rocheux non perturbé par l'excavation, et 1 pour un massif fortement perturbé par l'excavation.

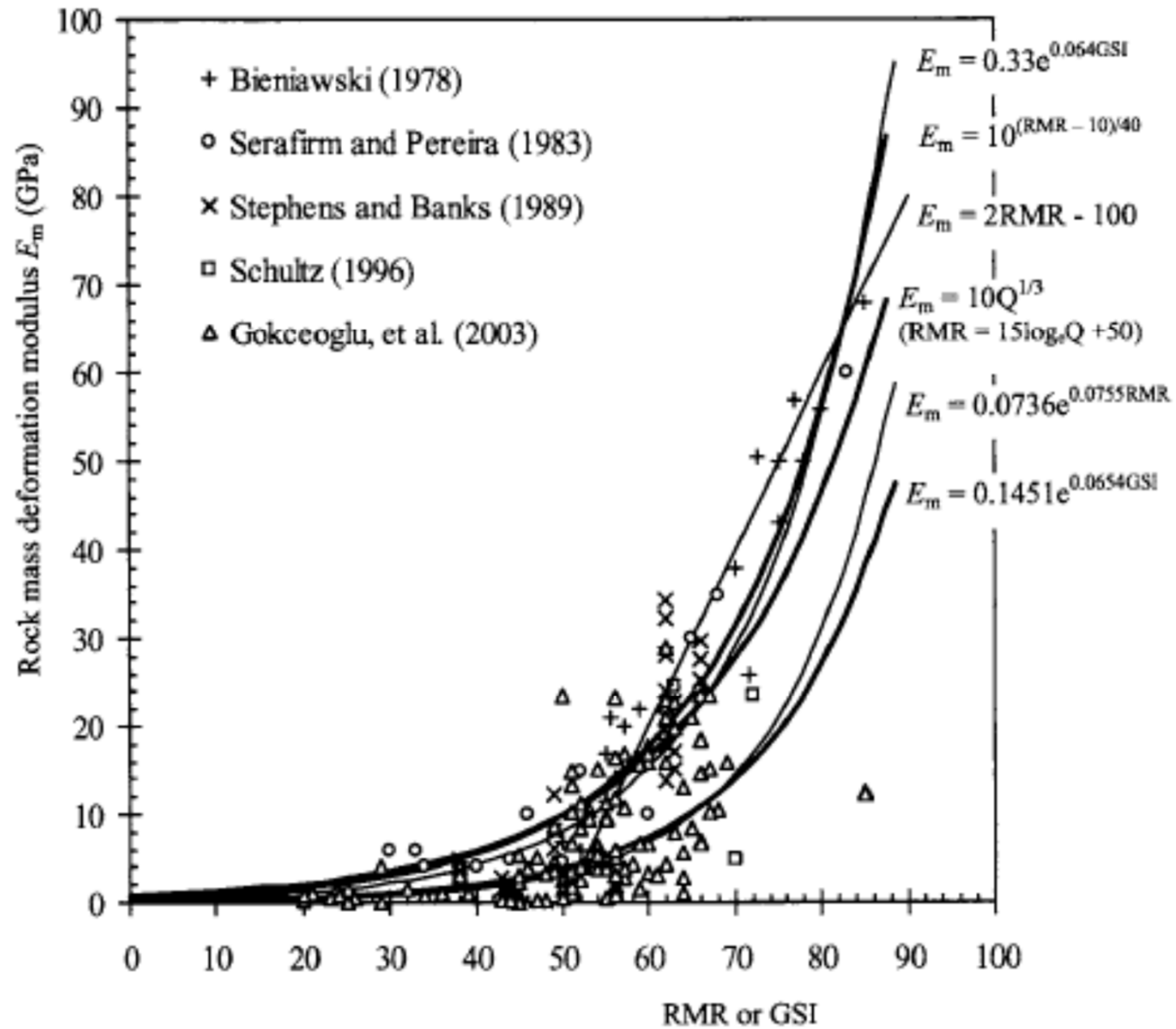
## Evaluation du module de déformation du massif rocheux à partir des indices de classification

Hoek, Carraza-Torres & Corkum, 2002

Relations empiriques entre  $E_m$  et  $GSI$  (Geological Strength Index)

$$E_m (\text{GPa}) = \left(1 - \frac{D}{2}\right) \sqrt{\frac{\sigma_{ci} (\text{MPa})}{100}} \times 10^{((GSI-10)/40)} \quad \text{for } \sigma_{ci} \leq 100 \text{MPa}$$

$$E_m (\text{GPa}) = \left(1 - \frac{D}{2}\right) \times 10^{((GSI-10)/40)} \quad \text{for } \sigma_{ci} > 100 \text{MPa}$$



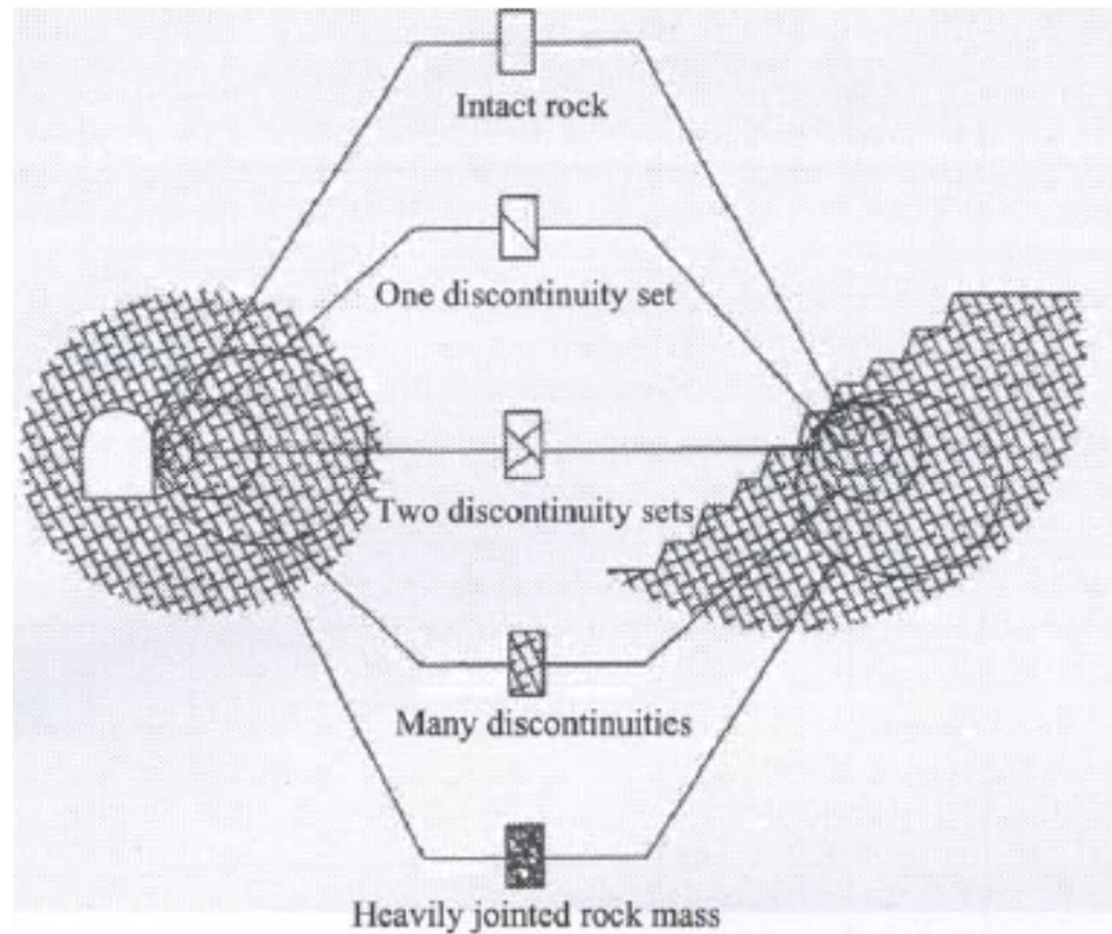
Correlation entre le module de déformation  $E_m$  et  $RMR$  ou  $GSI$  (Zhang, 2005)

- **Méthodes de calculs et de dimensionnement pour assurer la stabilité de l'ouvrage**

- Classification du massif en fonction de la description géologique et géotechnique
- Méthodes empiriques (art et expertise de l'ingénieur)
- Méthodes observationnelles ('learn as you go', si nécessaire modifier le dimensionnement durant la construction sur la base des mesures de terrain)
- Modélisation (hydro)mécanique milieu continu/milieu discontinu
- Modélisation 2D/3D
- Solutions analytiques/Simulations numériques (éléments finis, éléments discrets)



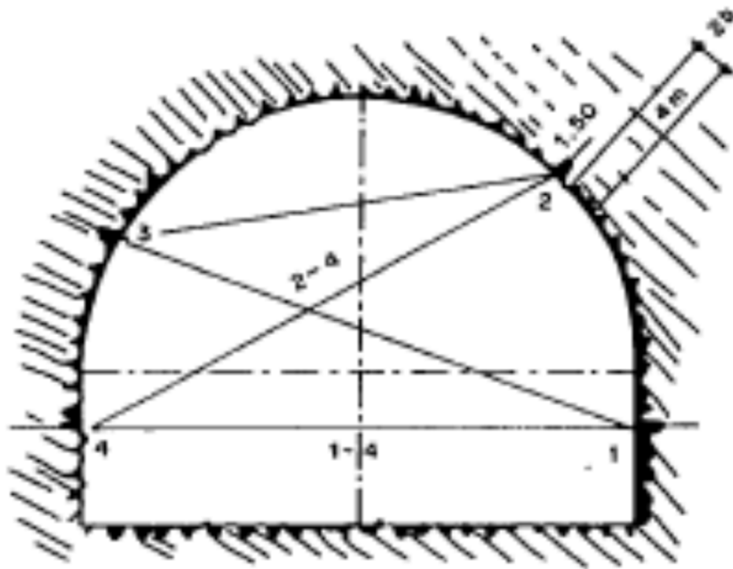
# Taille et espacement des discontinuités et taille du problème



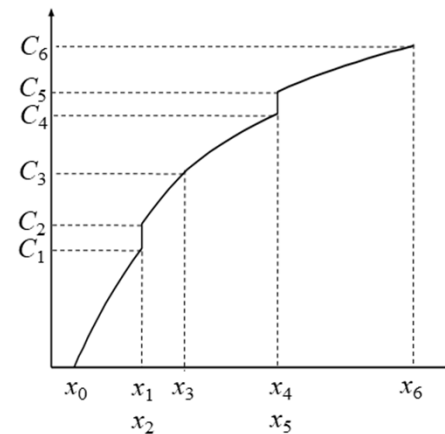
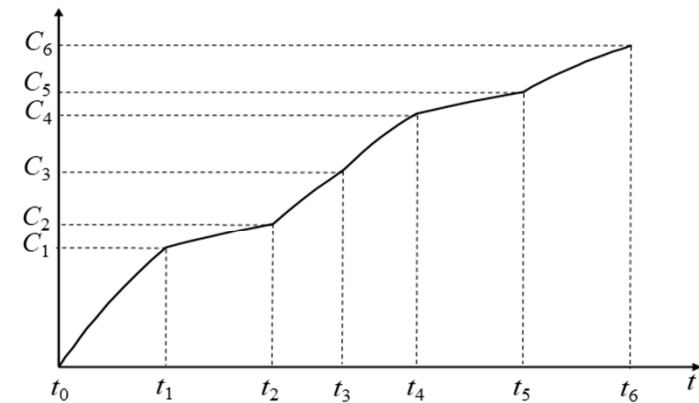
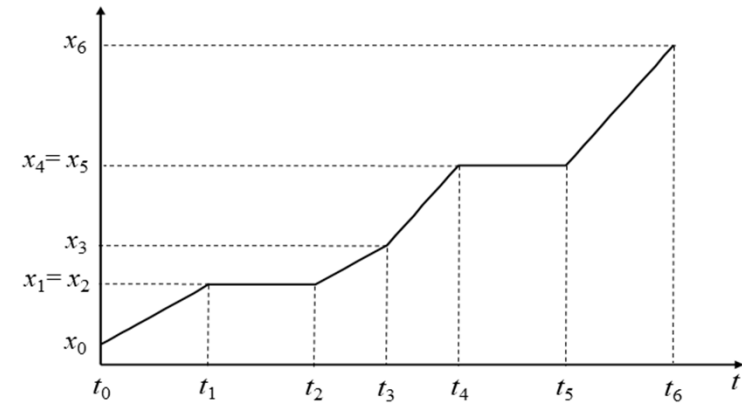
Influence de l'échelle des discontinuités sur le type de modèle de massif rocheux à considérer  
(After Hoek et al. 1995)

- **Auscultation des ouvrages en phase de construction**

- Mesures de convergence: déplacement relatif de deux points opposés de la paroi



- Mesures extensométriques
- Mesures de contraintes dans les revêtements

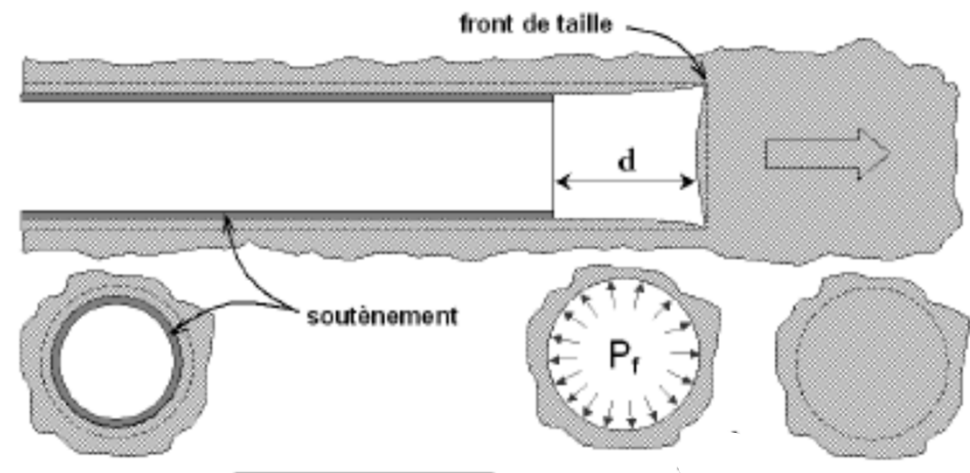


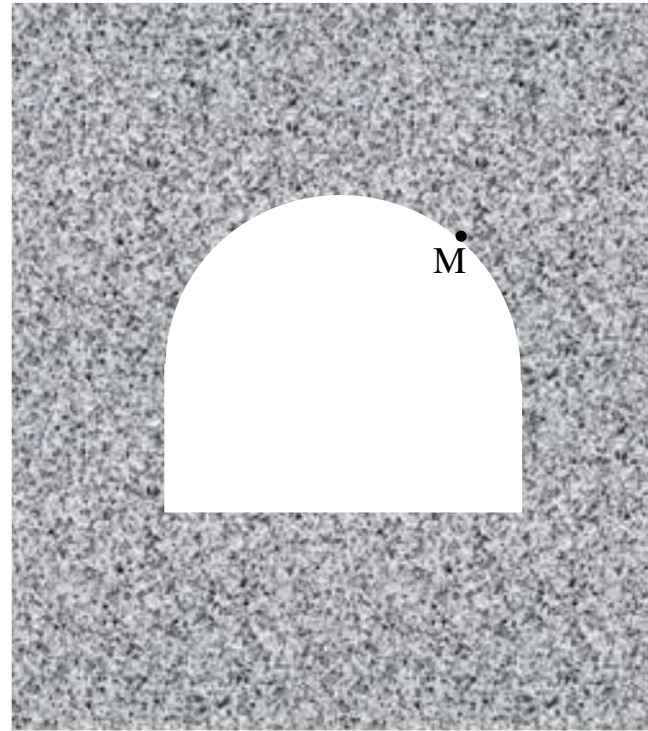
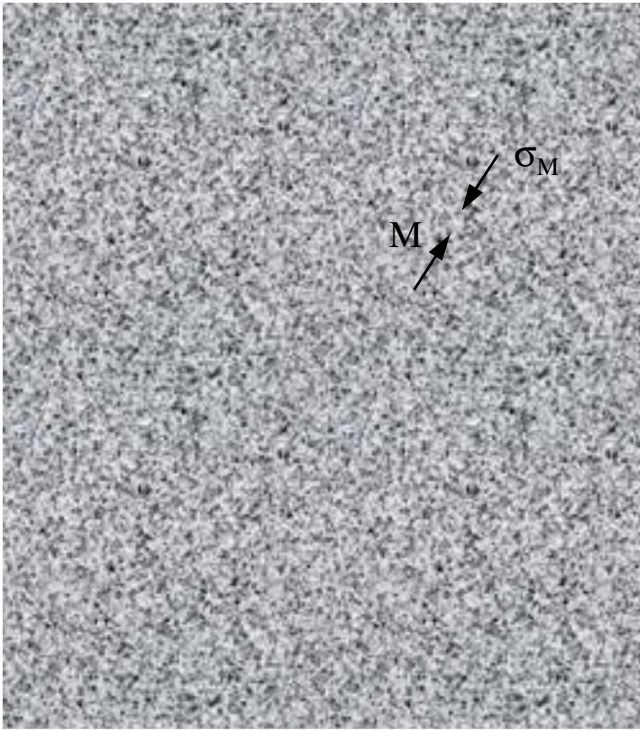
# PRINCIPES DE LA METHODE CONVERGENCE-CONFINEMENT

L'excavation d'un tunnel provoque une décompression des terrains qui se manifeste par:

- une convergence des parois
- un chargement du soutènement

La nature tridimensionnelle du problème au voisinage du front de taille est prise en compte de manière approchée par une modélisation bidimensionnelle en déformations planes en remplaçant l'effet de soutènement exercé par le front de taille par une **pression fictive de soutènement** qui décroît au fur et à mesure que le front s'éloigne.





Etat initial

$$\sigma(M) = \sigma_0$$

$$u_M = 0$$

$$\lambda = 0$$

Etat intermédiaire

$$\sigma(M) = (1 - \lambda) \sigma_0$$

$$u_M = u(\lambda)$$

$$0 < \lambda < 1$$

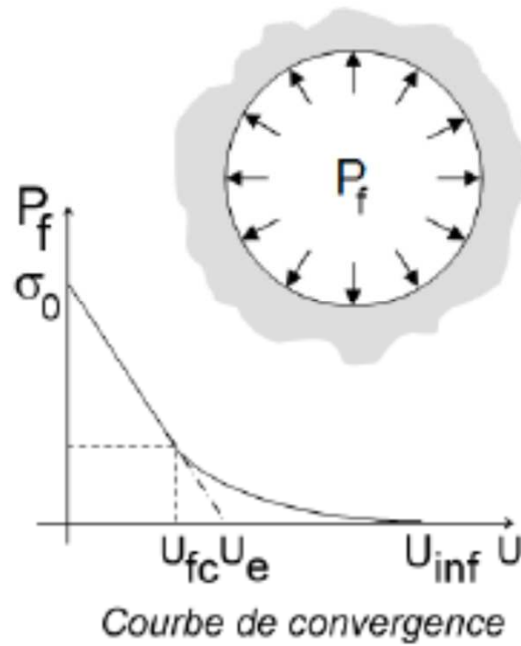
Etat final

$$\sigma(M) = 0$$

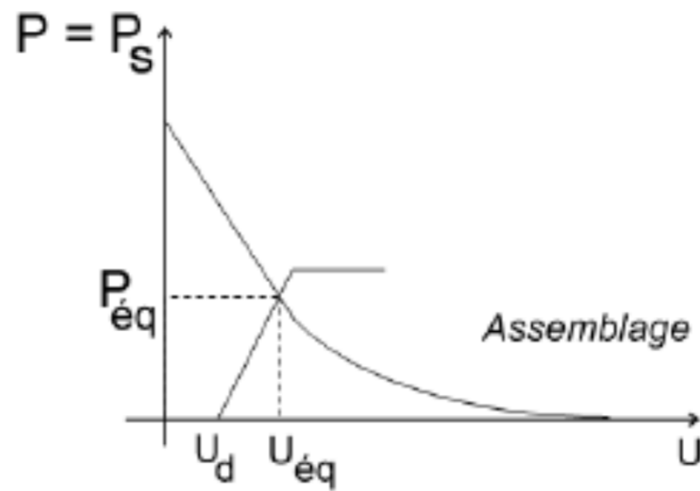
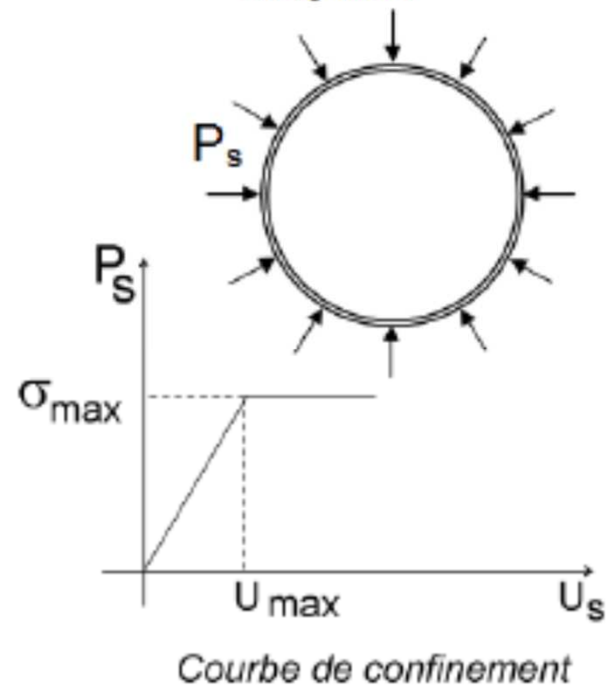
$$u_M = u_\infty$$

$$\lambda = 1$$

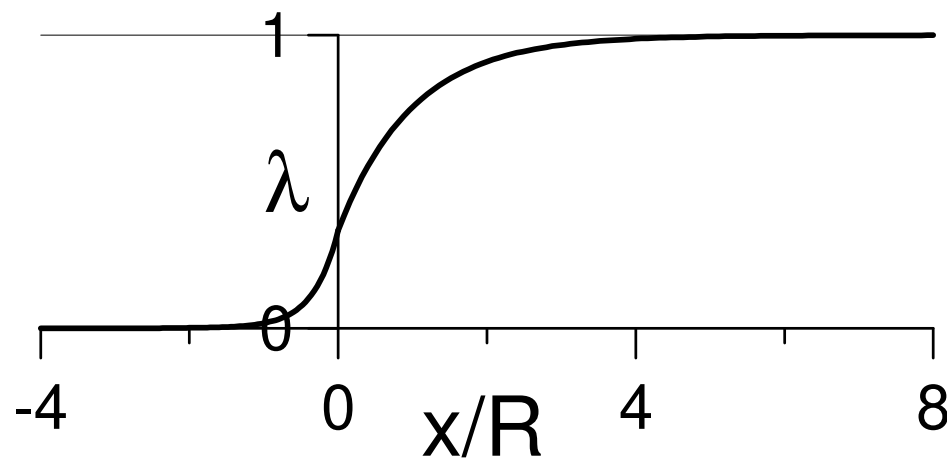
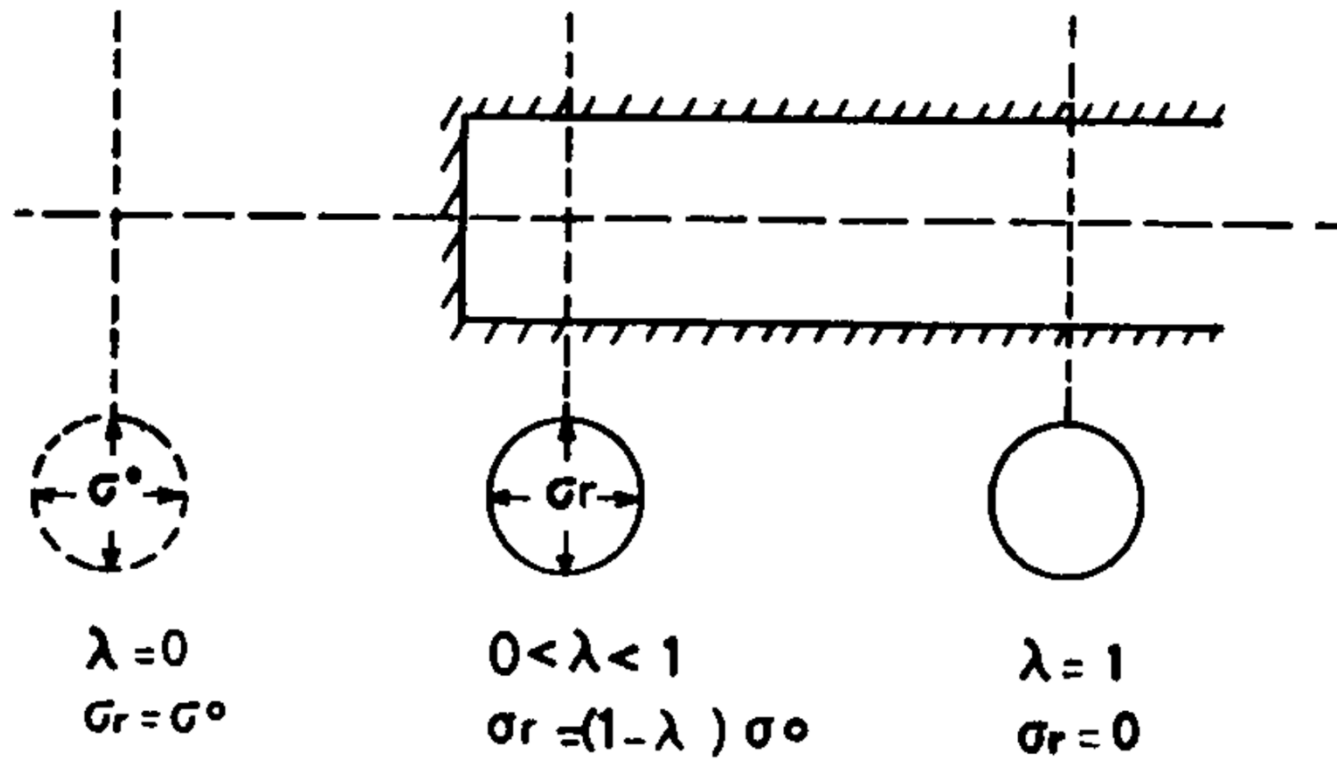
POINT DE VUE TERRAIN  
Déchargement



POINT DE VUE SOUTÈNEMENT  
Chargement



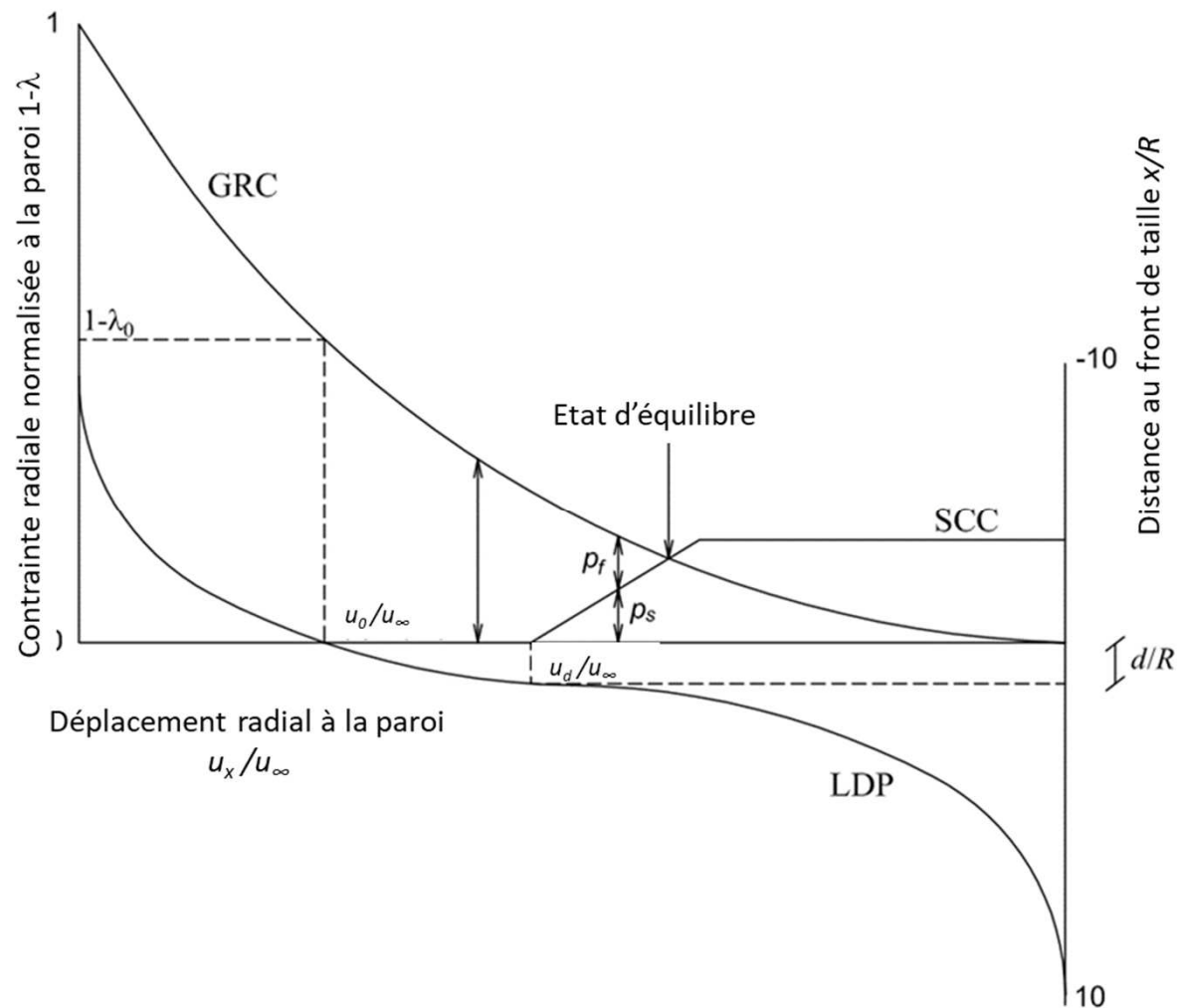
$$P_f = (1 - \lambda(x)) \sigma_0$$



LDP : profil longitudinal de déplacement qui représente le déplacement radial à la paroi du tunnel en fonction de la distance au front,

GRC : courbe de convergence du terrain non soutenu

SCC : courbe de confinement du soutènement (SCC)





# COMPORTEMENT MECANIQUE DES ROCHES ET CHAMPS DE CONTRAINTES AUTOUR DES TUNNELS

## Cylindre creux dans un milieu élastique

Rayon intérieur  $R_1$

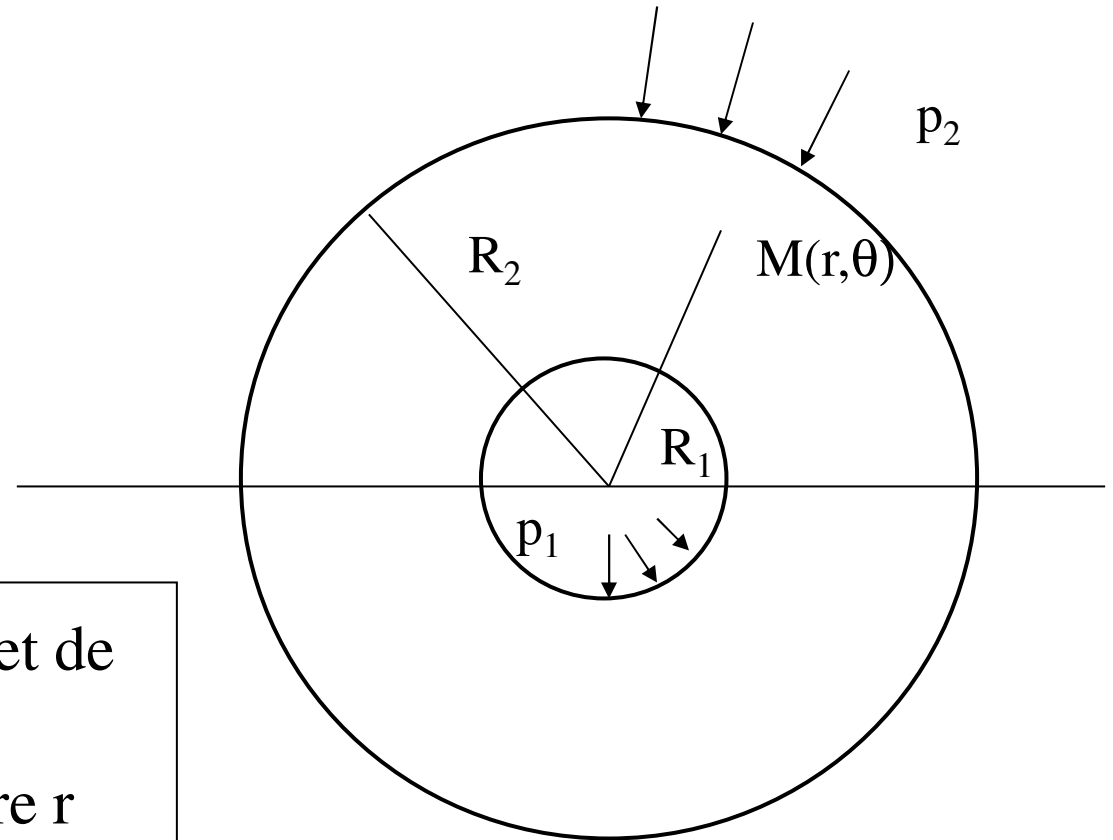
Rayon extérieur  $R_2$

pression intérieure  $p_1$

pression extérieure  $p_2$

Symétrie cylindrique

Les champs de contraintes et de déplacement sont fonction uniquement du rayon polaire  $r$



$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 \\ 0 & \sigma_\theta \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{du}{dr} & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} \end{pmatrix}$$

Equation d'équilibre: 
$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

Loi de comportement élastique: 
$$\sigma_r = (\lambda + 2G)\epsilon_r + \lambda\epsilon_\theta = (\lambda + 2G)\frac{du}{dr} + \lambda\frac{u}{r}$$

$$\sigma_\theta = \lambda\epsilon_r + (\lambda + 2G)\epsilon_\theta = \lambda\frac{du}{dr} + (\lambda + 2G)\frac{u}{r}$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d}{dr}\left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r}\right) = 0$$

Solution générale: 
$$u = Ar + \frac{B}{r}$$

Conditions limites: pour  $r=R_1$ ,  $\sigma_r = p_1$

pour  $r=R_2$ ,  $\sigma_r = p_2$

$$u = \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{2(\lambda + G)(R_2^2 - R_1^2)} r + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{2G(R_2^2 - R_1^2) r}$$

$$\sigma_r = \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{(R_2^2 - R_1^2)} - \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) r^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) r^2}$$

*Remarques :*

Le champ de contraintes est indépendant des modules élastiques

La contrainte moyenne  $(\sigma_r + \sigma_\theta)/2$  est indépendante de  $r$

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \frac{2(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) r^2} \quad \text{est maximal à la paroi interne (r=R}_1\text{)}$$

$$\text{si } R_2 \rightarrow \infty$$

$$u = \frac{p_2}{2(\lambda + G)} r + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2}{2Gr}, \quad \Delta u = \frac{(p_2 - p_1) R_1^2}{2Gr}$$

$$\sigma_r = p_2 - (p_2 - p_1) \frac{R_1^2}{r^2} \quad ; \quad \sigma_\theta = p_2 + (p_2 - p_1) \frac{R_1^2}{r^2}$$

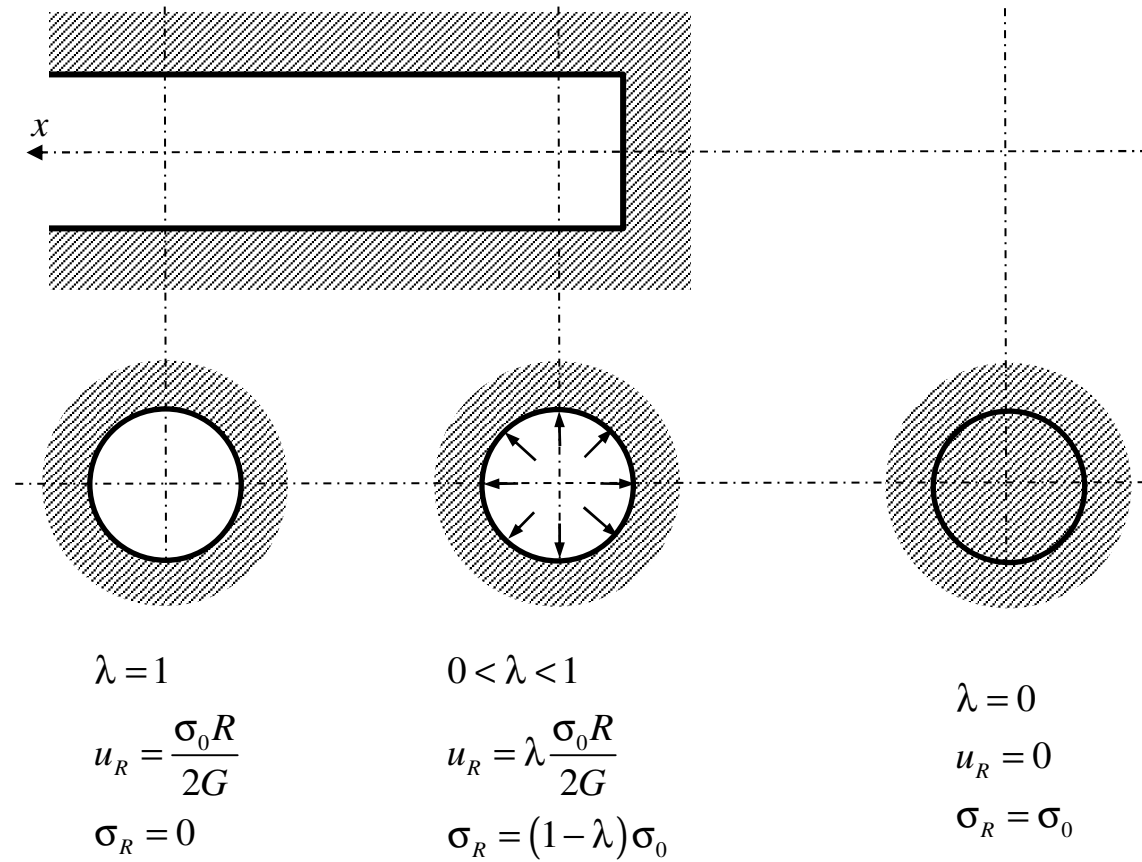
$$\text{si } p_1 = 0 \text{ (cavité sans soutènement)}$$

$$\frac{\Delta u}{R_1} = \frac{p_2}{2G} \frac{R_1}{r}$$

$$\sigma_r = p_2 \left( 1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right) \quad ; \quad \sigma_\theta = p_2 \left( 1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right)$$

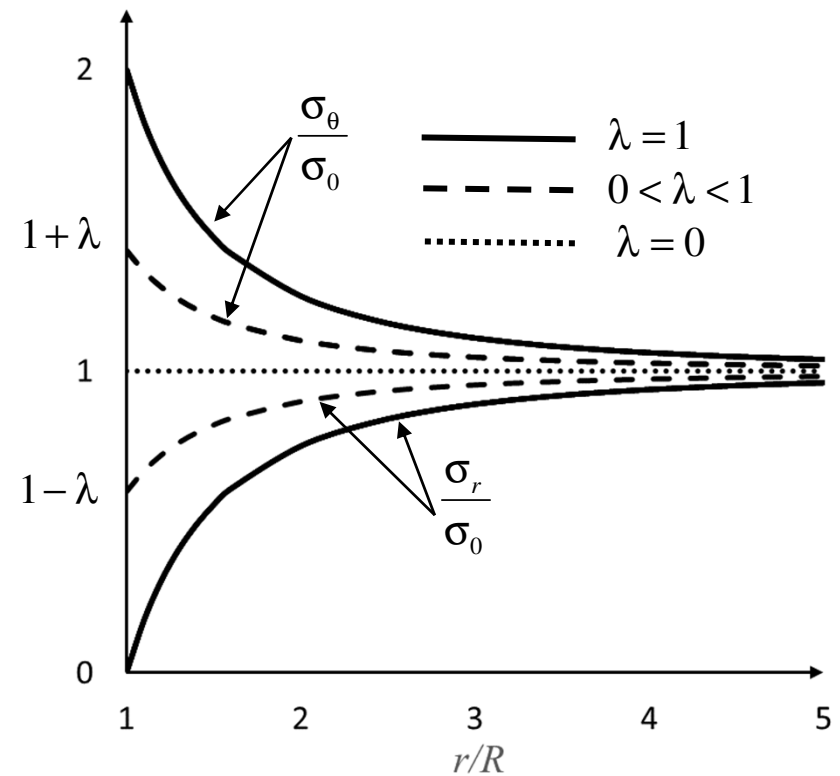
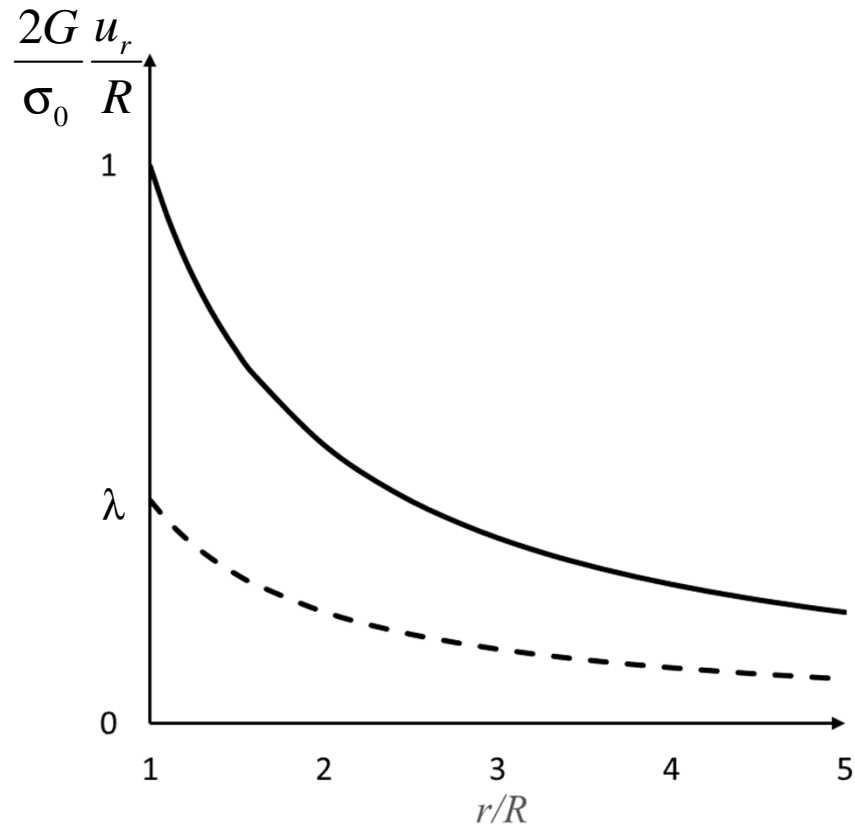


Pour une galerie de rayon  $R$  en cours de creusement dans un milieu homogène élastique isotrope sous état de contrainte initiale isotrope  $\sigma_0$



$$p_1 = (1 - \lambda) \sigma_0 \quad (\text{pression fictive de soutènement})$$

$$\Delta u = \lambda \frac{\sigma_0}{2G} \frac{R^2}{r}; \quad \sigma_r = (1 - \lambda \frac{R^2}{r^2}) \sigma_0; \quad \sigma_\theta = (1 + \lambda \frac{R^2}{r^2}) \sigma_0$$

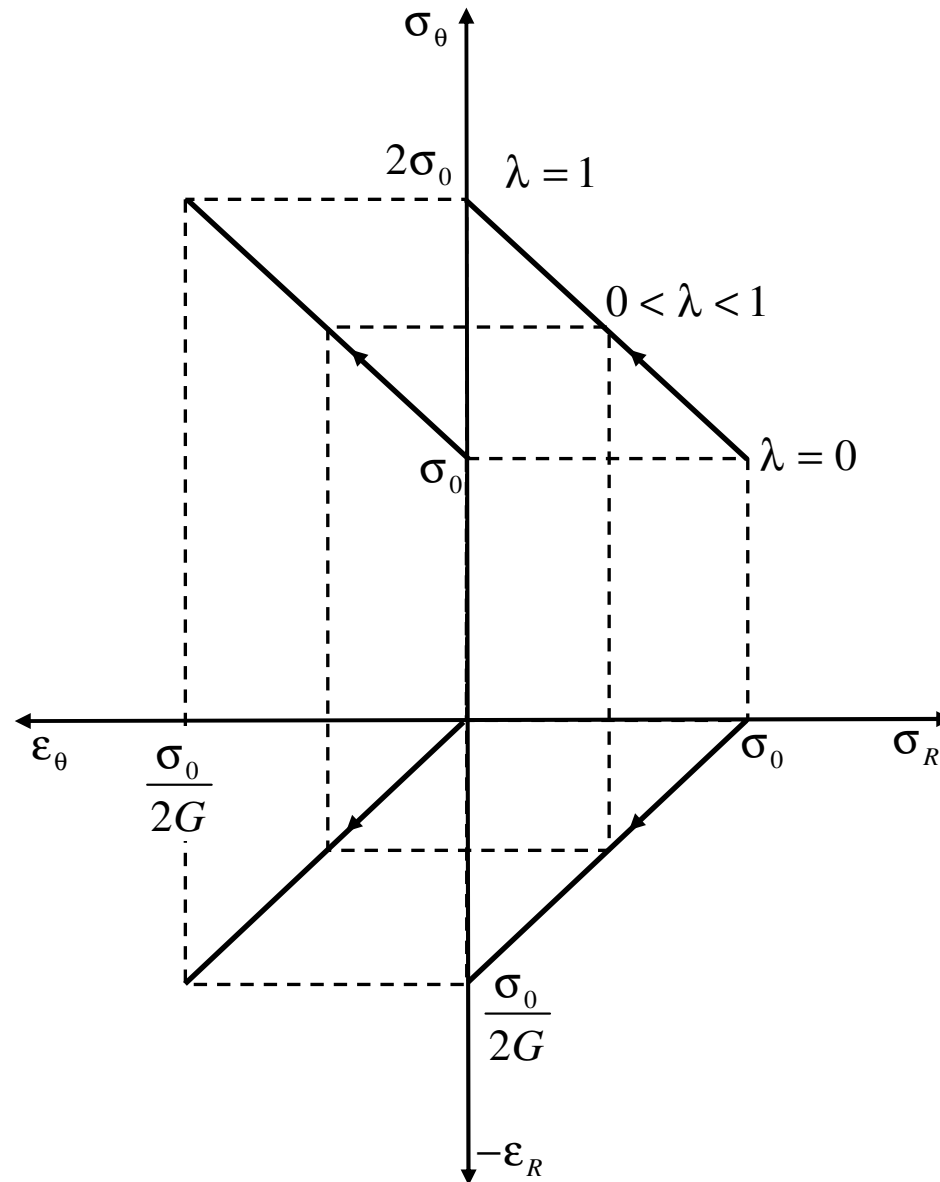


à la paroi

$$\frac{\Delta u}{R} = \lambda \frac{\sigma_0}{2G}$$

$$\sigma_R = (1 - \lambda)\sigma_0$$

$$\sigma_\theta = (1 + \lambda)\sigma_0$$



## Tunnel de rayon R creusé dans un milieu homogène élastique isotrope sous état de contrainte initiale anisotrope

$$p_1 = K_0 \sigma_0 ; p_2 = \sigma_0$$

Tenseur des contraintes initiales en coordonnées cylindriques

$$\sigma_r^0 = \frac{1}{2} \left( (1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2\theta \right) \sigma_0$$

$$\sigma_\theta^0 = \frac{1}{2} \left( (1 + K_0) + (1 - K_0) \cos 2\theta \right) \sigma_0$$

$$\tau_{r\theta}^0 = \frac{1}{2} \left( (1 - K_0) \sin 2\theta \right) \sigma_0$$

A la paroi on applique une réduction des contraintes

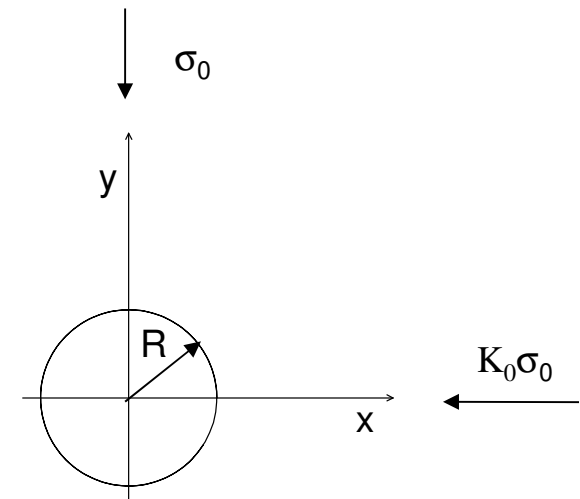
$$\Delta \sigma_R = -\frac{1}{2} \lambda \left( (1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2\theta \right) \sigma_0$$

$$\Delta \tau_{r\theta}^0 = -\frac{1}{2} \lambda \left( (1 - K_0) \sin 2\theta \right) \sigma_0$$

$$\Delta \sigma_r = -\frac{1}{2} \lambda \sigma_0 \left( (1 + K_0) \frac{R^2}{r^2} + (1 - K_0) \left( -\frac{4R^2}{r^2} + \frac{3R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right)$$

$$\Delta \sigma_\theta = \frac{1}{2} \lambda \sigma_0 \left( (1 + K_0) \frac{R^2}{r^2} + 3(1 - K_0) \frac{R^4}{r^4} \cos 2\theta \right)$$

$$\Delta \tau_{r\theta} = \frac{1}{2} \lambda \sigma_0 (1 - K_0) \left( \frac{2R^2}{r^2} - \frac{3R^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$



$$\Delta u_r = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) \left( (1 + K_0) \frac{R^2}{r} + (1 - K_0) \left( \frac{R^4}{r^3} - 4(1 - \nu) \frac{R^2}{r} \right) \cos 2\theta \right)$$

$$\Delta u_\theta = \frac{1}{2} (1 - K_0) \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) \left( \frac{R^4}{r^3} + 2(1 - 2\nu) \frac{R^2}{r} \right) \sin 2\theta$$

à la paroi en  $r=R$ :

$$\frac{\Delta u_r}{R} = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) \left( (1 + K_0) - (1 - K_0)(3 - 4\nu) \cos 2\theta \right)$$

$$\frac{\Delta u_\theta}{R} = \frac{1}{2} (1 - K_0) \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) (3 - 4\nu) \sin 2\theta$$

pour  $\theta = 0$

$$\frac{\Delta u_r}{R} = \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) (2(1 - \nu) K_0 - (1 - 2\nu))$$

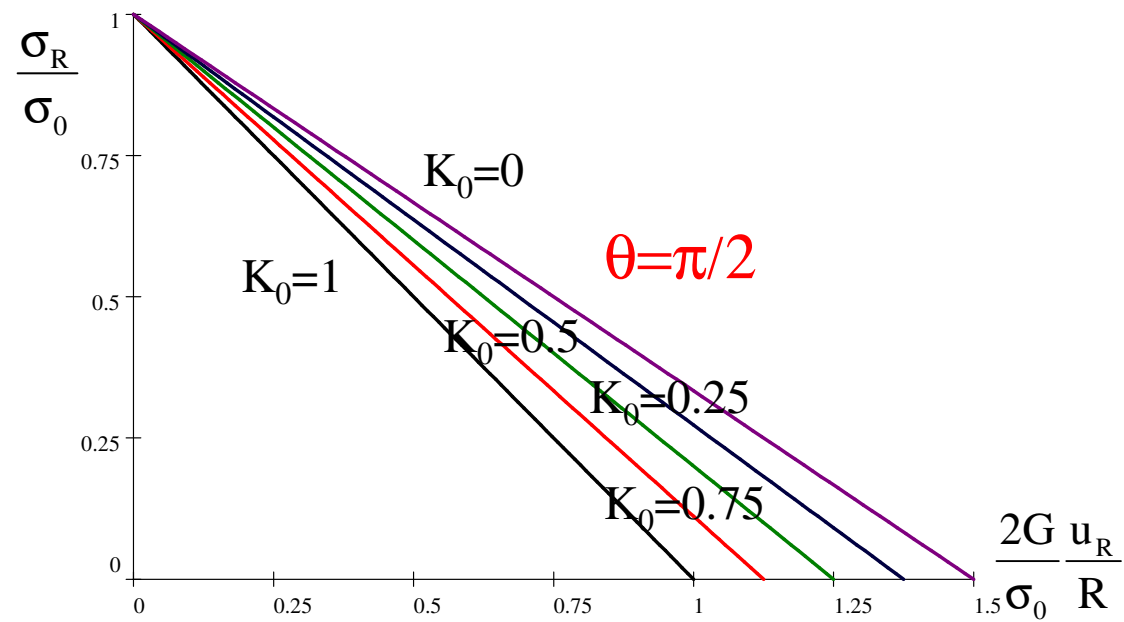
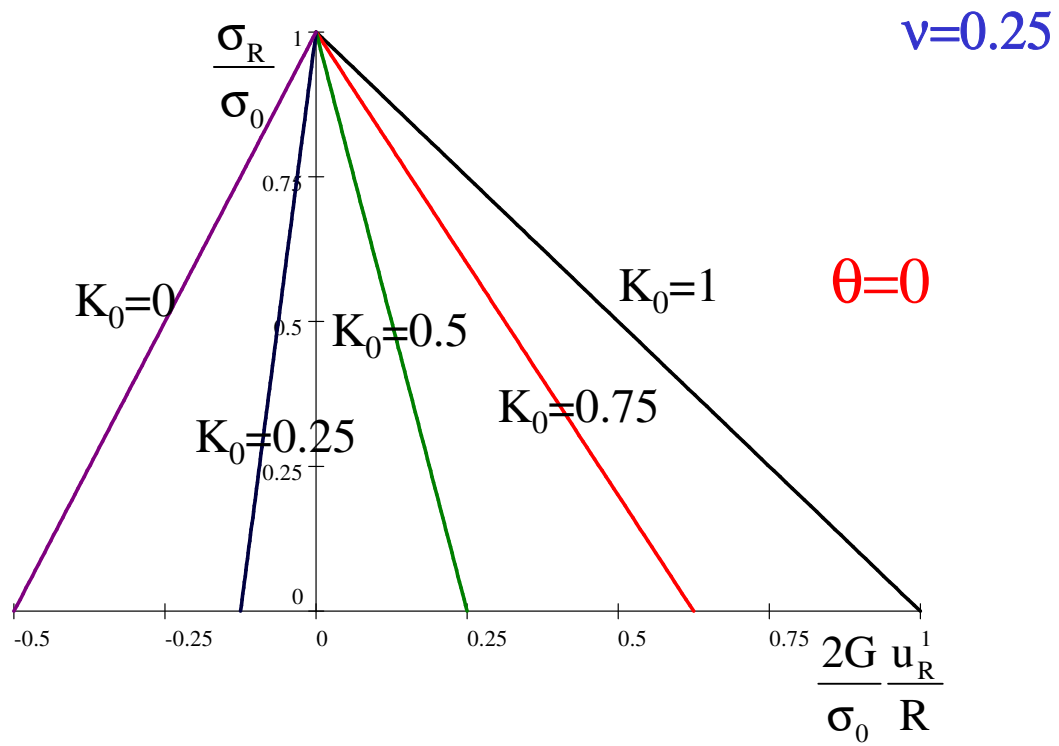
si  $K_0 > \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$ , il y a convergence des parois

si  $K_0 < \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$ , il y a divergence des parois

pour  $\theta = \pi/2$

$$\frac{\Delta u_r}{R} = \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) (2(1 - \nu) - (1 - 2\nu) K_0)$$

convergence des parois

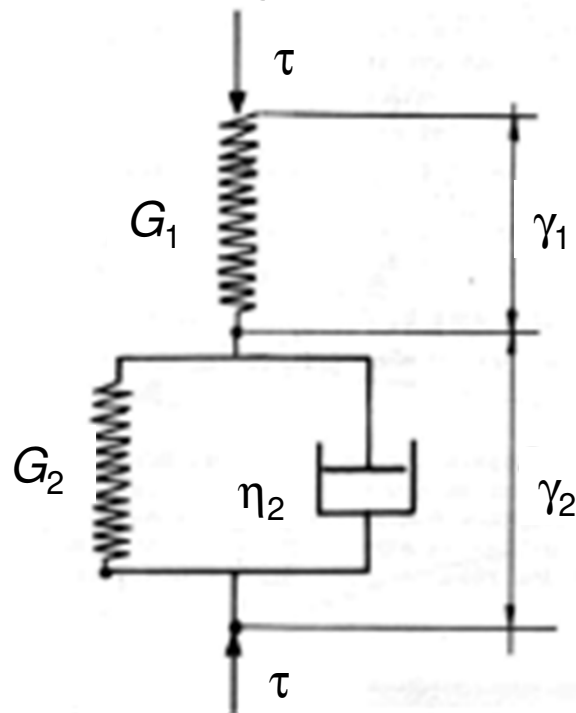




## Tunnel creusé dans un milieu viscoélastique

Etat initial de contraintes homogène isotrope

Comportement déviatorique viscoélastique linéaire suivant le modèle de Kelvin-Voigt



$$T_0 = \frac{\eta_2}{G_1 + G_2} \text{ temps de relaxation}$$

$$T = \frac{\eta_2}{G_2} \text{ temps de fluage}$$

Déplacement à la paroi d'un tunnel creusé  
dans un milieu élastique

$$u = \lambda \frac{\sigma_0}{2G} R$$

Déplacement à la paroi d'un tunnel  
creusé dans un milieu viscoélastique

$$2G_0 \left( \frac{1}{T} + \frac{d}{dt} \right) \left( \frac{u}{R} \right) = \left( \frac{1}{T_0} + \frac{d}{dt} \right) (\lambda \sigma_0)$$

$\lambda$  est une fonction du temps qui décrit l'avancement du front de taille

$x$ : distance au front

$$\lambda(x) = \lambda_0 + (1 - \lambda_0) (1 - \exp(-x / X))$$

$V_a$ : vitesse d'avancement du front de taille  $x = V_a t$

$$\begin{aligned}\lambda(t) &= \lambda_0 + (1 - \lambda_0)(1 - \exp(-V_a t / X)) \\ &= \lambda_0 + (1 - \lambda_0)(1 - \exp(-t / T_a))\end{aligned}$$

$T_a = \frac{X}{V_a}$  caractérise la vitesse d'avancement du front et sa distance d'influence

$$u = u_\infty - A \exp\left(-\frac{x}{X}\right) - B \exp\left(-\frac{t}{T}\right)$$

$$u_\infty = \frac{\sigma_0 R}{2G_\infty};$$

$$A = \frac{\sigma_0 R}{2G_0} (1 - \lambda_0) \frac{T / T_a - G_0 / G_\infty}{T / T_a - 1};$$

$$B = \frac{\sigma_0 R}{2G_0} (G_0 / G_\infty - 1) \left( \frac{T / T_a - \lambda_0}{T / T_a - 1} \right)$$

## Critères usuels de plasticité pour les roches

Critère de Tresca:  $\tau = C$

$$\sigma_1 - \sigma_3 - 2C = 0$$

$\sigma_1$ : contrainte principale majeure (positive en compression)

$\sigma_3$ : contrainte principale mineure

C: cohésion

Critère de Mohr-Coulomb:  $\tau = \sigma_n \tan \phi + C$

$$\sigma_1 - K_p \sigma_3 - \sigma_c = 0 \quad K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} ; \sigma_c = \frac{2C \cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

Critère parabolique de Hoek et Brown:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \left( m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{1/2}$$

## Développement d'une zone plastique autour d'un tunnel

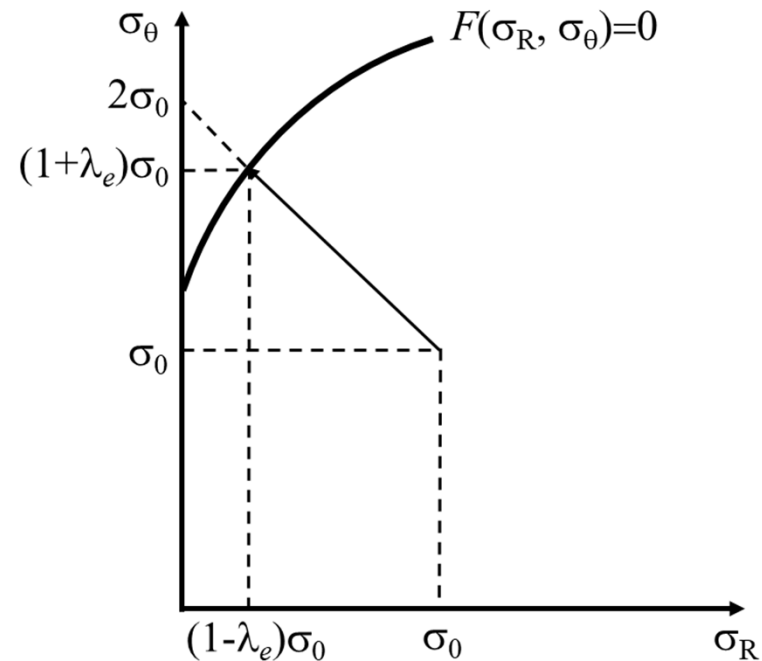
Dans le domaine élastique à la paroi du tunnel

$$\sigma_R = (1 - \lambda)\sigma_0$$
$$\sigma_\theta = (1 + \lambda)\sigma_0$$

Critère de plasticité  $F(\sigma_1, \sigma_3) = 0$

Le critère de plasticité est atteint à la paroi pour un taux de déconfinement  $\lambda_e$  tel que:

$$F((1 + \lambda_e)\sigma_0, (1 - \lambda_e)\sigma_0) = 0$$

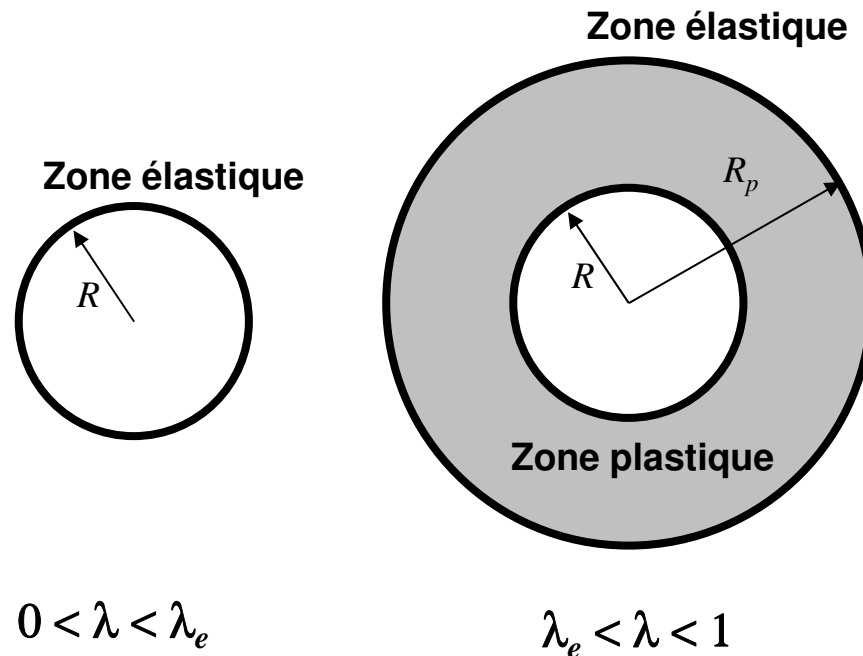


## Taux de déconfinement à l'apparition de la plasticité

Critère de Tresca:  $\lambda_e = \frac{C}{\sigma_0}$

Critère de Mohr-Coulomb:  $\lambda_e = \frac{1}{K_p + 1} \left( K_p - 1 + \frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right) = \sin \phi + (1 - \sin \phi) \frac{\sigma_c}{2\sigma_0}$

Critère d'Hoek et Brown:  $\lambda_e = \frac{\sigma_c}{8\sigma_0} \left[ \sqrt{m^2 + 16m \frac{\sigma_0}{\sigma_c}} + 16s - m \right]$



## Nombre de stabilité $N$

$N = \frac{2\sigma_0}{\sigma_c}$  pour un état initial de contraintes isotrope

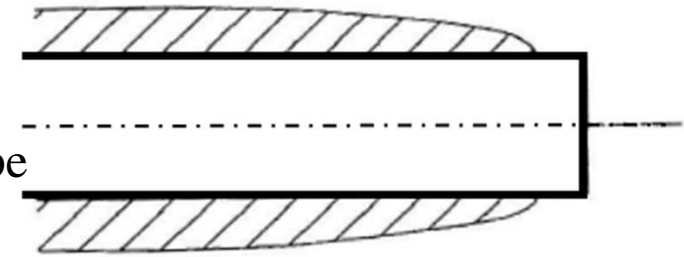
$N = \frac{3\sigma_0^1 - \sigma_0^3}{\sigma_c}$  pour un état initial de contraintes anisotrope

Si  $N < 1$ , il n'y a pas de zone plastique.

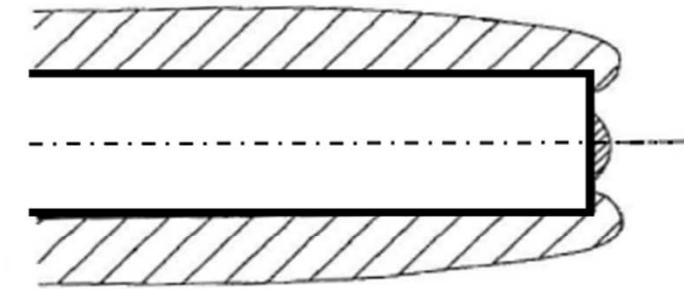
Si  $1 < N < 2$ , une zone plastique apparaît derrière le front de taille

Si  $2 < N < 5$ , la zone plastique commence à se développer au voisinage du front de taille.

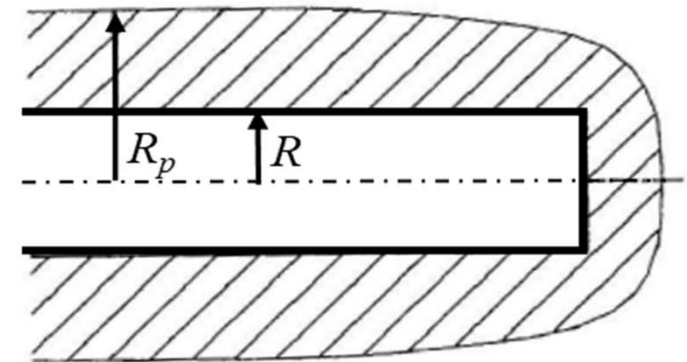
Si  $N > 5$ , le front de taille est inclus dans la zone plastique qui se développe en avant du front de taille. Il faut alors faire appel aux techniques de présoutènement et de confinement du front de taille.



$N < 2$



$2 < N < 5$



$N > 5$



Pour  $\lambda > \lambda_e$  une zone plastique se développe autour du tunnel

## Equations du problème:

Equation d'équilibre:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

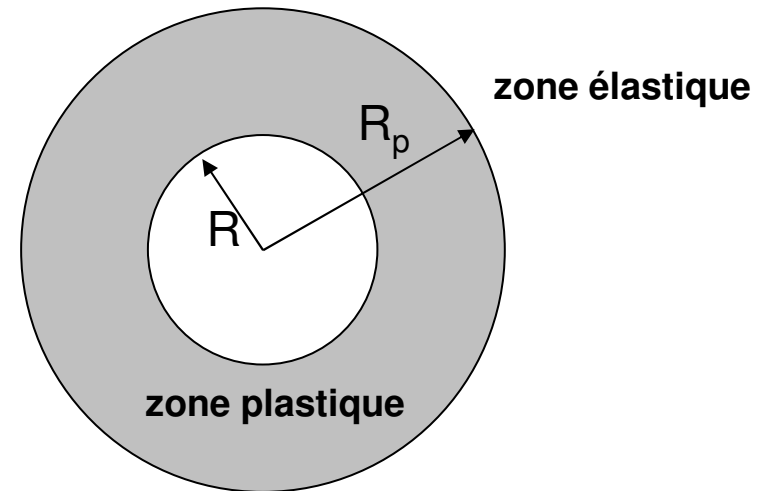
Critère de plasticité:

$$F(\sigma_\theta, \sigma_r) = 0$$

Conditions aux limites:

$$\text{Pour } r=R \quad \sigma_r|_{r=R} = (1-\lambda)\sigma^0$$

$$\text{Pour } r=R_p \quad \sigma_r|_{r=R_p} = (1-\lambda_e)\sigma^0$$



## Comportement élastoplastique parfait avec critère de Mohr-Coulomb:

$$\text{Critère de plasticité: } \sigma_{\theta} - K_p \sigma_r - \sigma_c = 0$$

$$\text{Loi d'écoulement: } \beta \Delta \varepsilon_{\theta}^p + \Delta \varepsilon_r^p = 0$$

$\psi$ : angle de dilatance

$$\beta: \text{paramètre de dilatance: } \beta = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi}$$

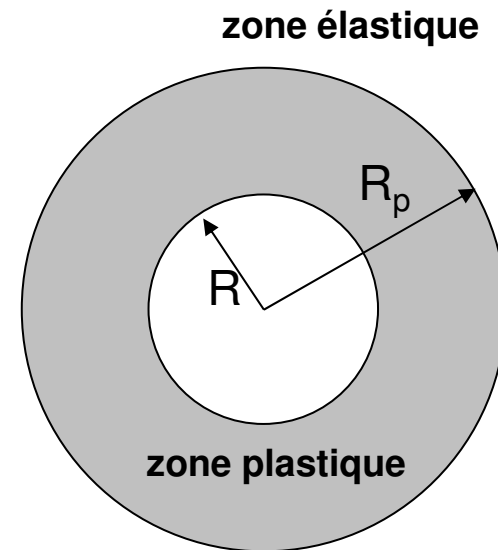
Pour  $R \leq r \leq R_p$  (zone plastique)

$$\sigma_r = \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \left[ \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1} - 1 \right] + (1 - \lambda) \sigma^0 \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \left[ K_p \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1} - 1 \right] + K_p (1 - \lambda) \sigma^0 \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1}$$

Rayon de la zone plastique

$$\frac{R_p}{R} = \left[ \frac{2}{K_p + 1} \frac{(K_p - 1) \sigma^0 + \sigma_c}{(1 - \lambda)(K_p - 1) \sigma^0 + \sigma_c} \right]^{\frac{1}{K_p - 1}}$$



Décomposition des déformations en une partie élastique et une partie plastique:

$$\Delta \underline{\underline{\epsilon}} = \Delta \underline{\underline{\epsilon}}^e + \Delta \underline{\underline{\epsilon}}^p$$

Equation de compatibilité des déformations:

$$\frac{d\epsilon_\theta}{dr} = \frac{\epsilon_r - \epsilon_\theta}{r}$$

$$\epsilon_r = -\frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} + \Delta \epsilon_r ; \epsilon_\theta = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} + \Delta \epsilon_\theta$$

Conditions aux limites (continuité du champ de déformation à la frontière élasto-plastique):

$$\text{Pour } r=R_p \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_r|_{r=R_p} = -\frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} \\ \text{et } \epsilon_\theta|_{r=R_p} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} \end{array} \right.$$

Si on néglige les incréments de déformations élastiques dans la zone plastique:

pour  $R \leq r \leq R_p$

$$\frac{u}{r} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2(\beta+1)G} \left[ 2 \left( \frac{R_p}{r} \right)^{\beta+1} + \beta - 1 \right]$$

$$\text{à la paroi: } r = R : \frac{u}{R} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2(\beta+1)G} \left[ 2 \left( \frac{R_p}{R} \right)^{\beta+1} + \beta - 1 \right]$$

## Solution complète

$$\frac{u}{r} = \lambda_e \frac{\sigma_0}{2G} \left[ F_1 + F_2 \left( \frac{r}{R_p} \right)^{K_p - 1} + F_3 \left( \frac{R_p}{r} \right)^{\beta + 1} \right]$$

où :

$$F_1 = - (1 - 2\nu) \frac{K_p + 1}{K_p - 1}$$

$$F_2 = 2 \frac{1 + K_p \beta - \nu (K_p + 1)(\beta + 1)}{(K_p - 1)(K_p + \beta)}$$

$$F_3 = 2(1 - \nu) \frac{K_p + 1}{K_p + \beta}$$

à la paroi :

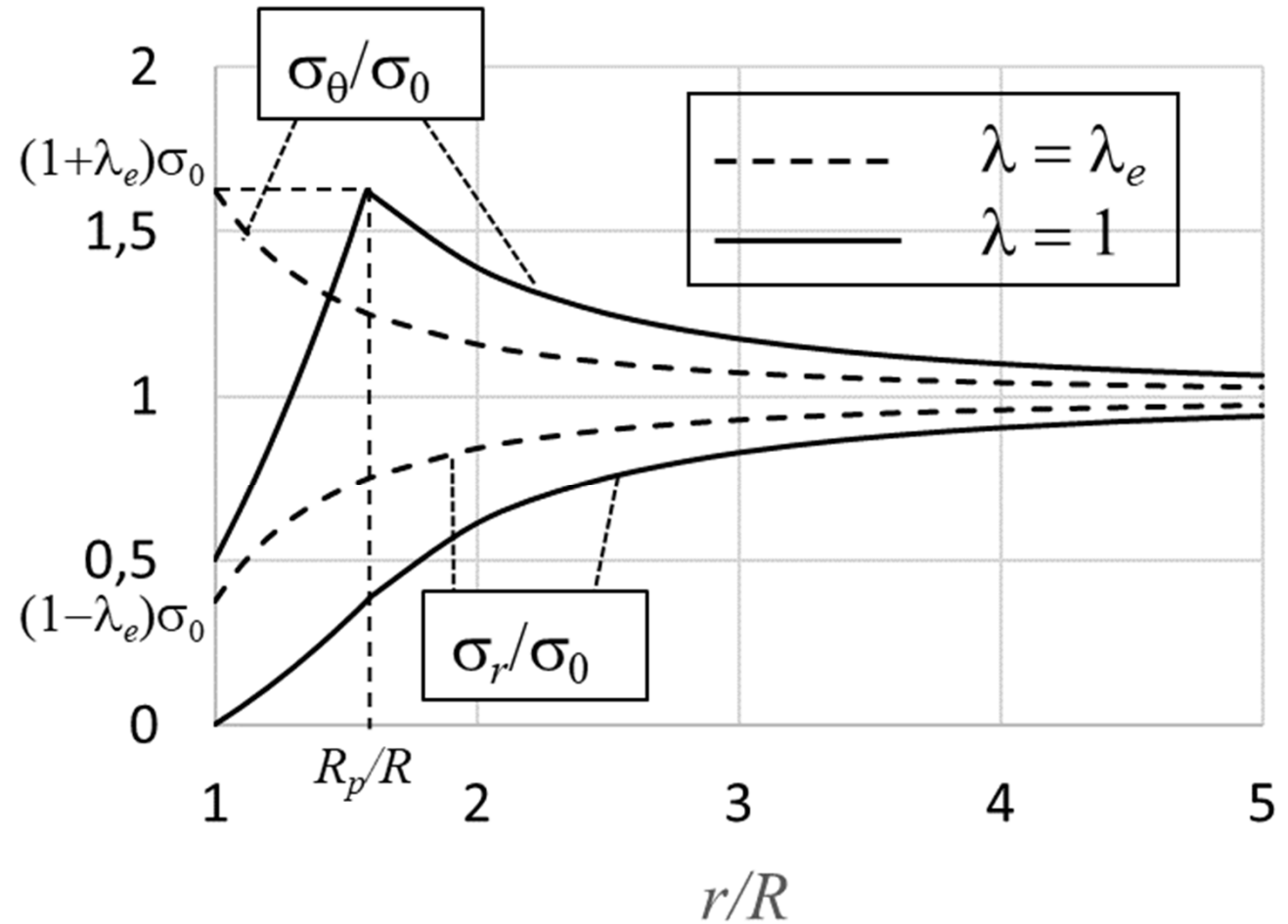
$$\frac{u_R}{R} = \lambda_e \frac{\sigma_0}{2G} \left[ F_1 + F_2 \left( \frac{R}{R_p} \right)^{K_p - 1} + F_3 \left( \frac{R_p}{R} \right)^{K_p + 1} \right]$$

Pour  $r \geq R_p$  (zone élastique)

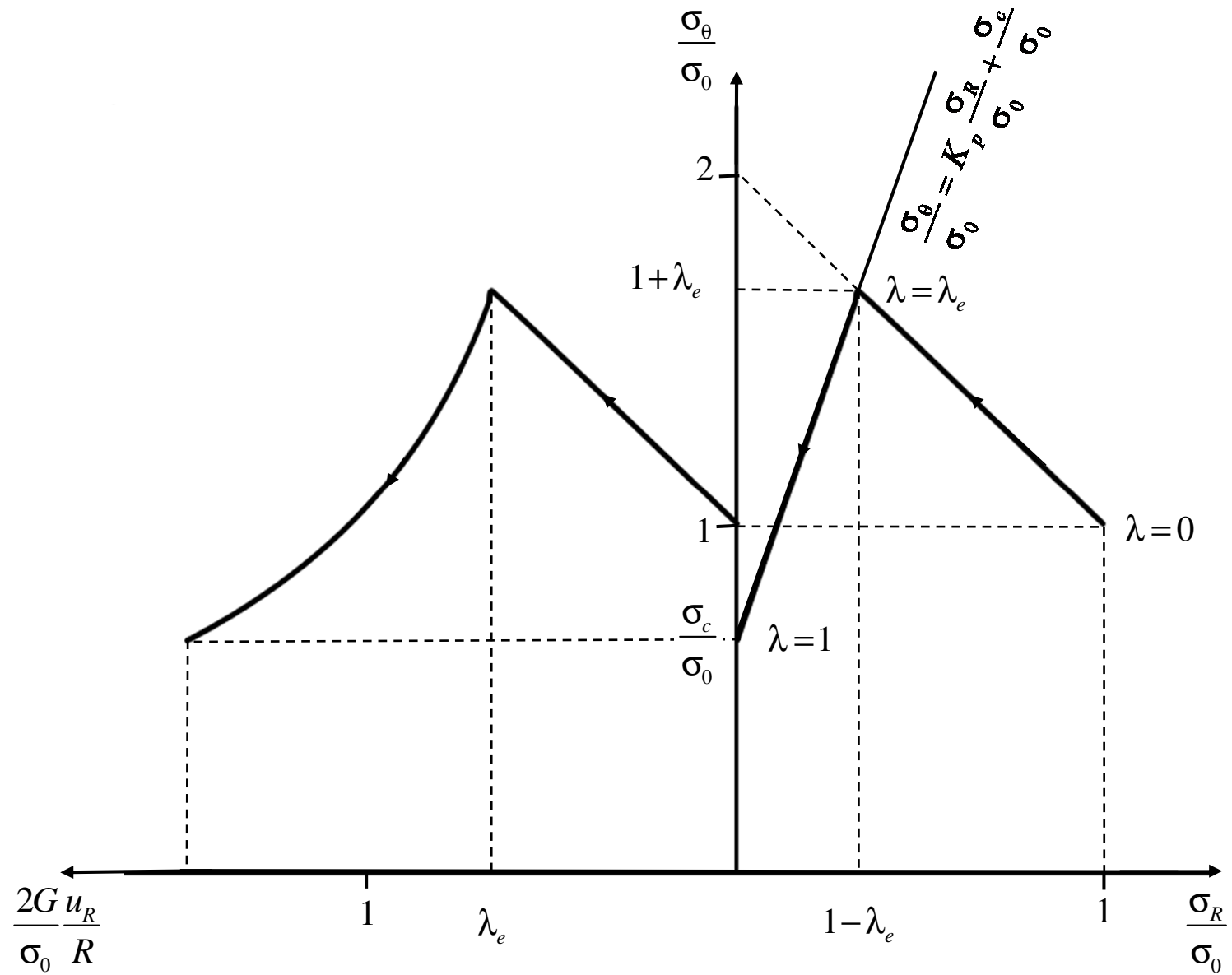
$$\sigma_r = (1 - \lambda_e \frac{R_p^2}{r^2}) \sigma_0$$

$$\sigma_\theta = (1 + \lambda_e \frac{R_p^2}{r^2}) \sigma_0$$

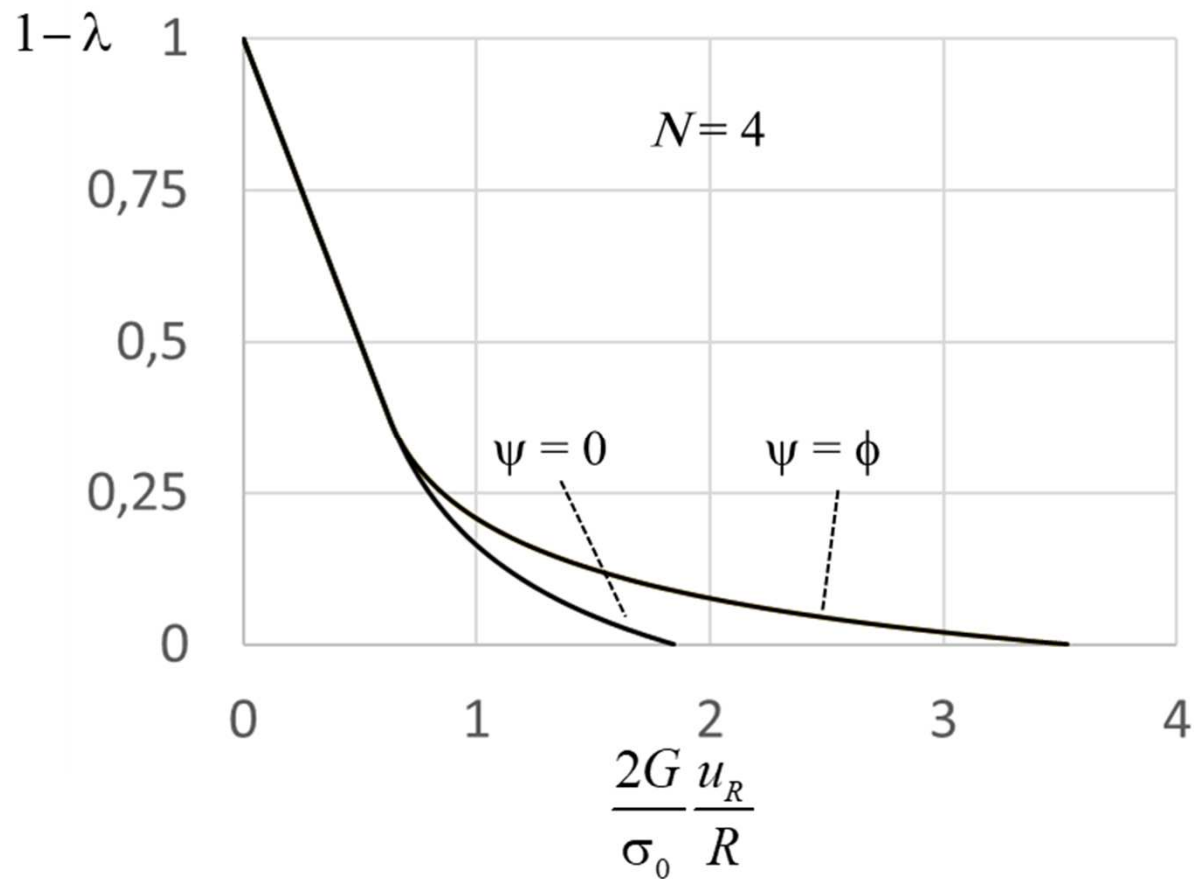
$$u = \lambda_e \frac{\sigma_0}{2G} \frac{R_p^2}{r}$$



# Chemins de contraintes et de déformation à la paroi du tunnel



Exemple de courbe de convergence d'un tunnel en milieu élastoplastique – Critère de Mohr Coulomb – Influence de l'angle de dilatance





## Comportement élastoplastique parfait avec critère de Hoek et Brown

On utilise la forme normalisée du critère de Hoek & Brown

$$S_{\theta} = S_r + \sqrt{S_r} \quad \text{avec} \quad S_r = \frac{\sigma_r}{m\sigma_c} + \frac{s}{m^2}; \quad S_{\theta} = \frac{\sigma_{\theta}}{m\sigma_c} + \frac{s}{m^2}$$

Equation d'équilibre :

$$\frac{dS_r}{dr} - \frac{\sqrt{S_r}}{r} = 0$$

Conditions aux limites :

$$\text{Pour } r=R \quad S_r|_{r=R} = S_i$$

$$\text{Pour } r=R_p \quad S_r|_{r=R_p} = S_r^*$$

$$\text{avec : } S_i = \frac{(1-\lambda)\sigma_0}{m\sigma_c} + \frac{s}{m^2}; \quad S_r^* = \frac{(1-\lambda_e)\sigma_0}{m\sigma_c} + \frac{s}{m^2}$$

Solution :

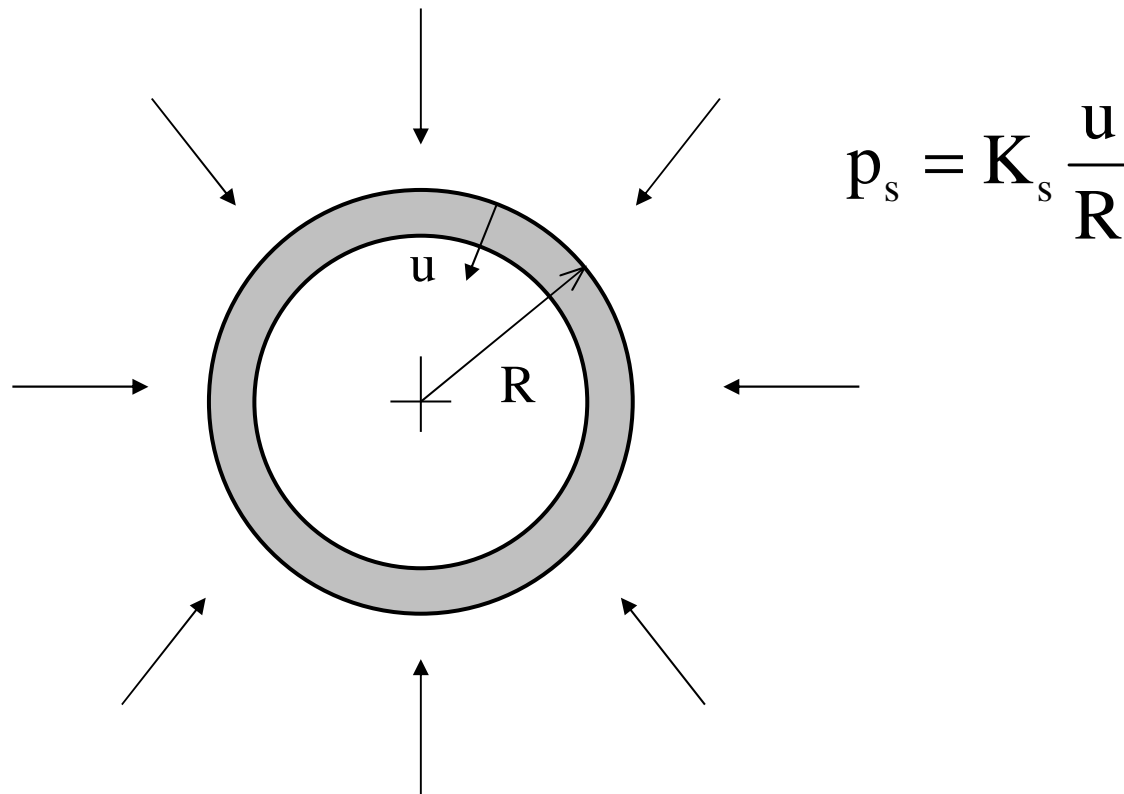
Pour  $R \leq r \leq R_p$  (zone plastique)

$$S_r = \left( \sqrt{S_i} + \frac{1}{2} \text{Ln} \left( \frac{r}{R} \right) \right)^2 \quad ; \quad S_{\theta} = S_r + \sqrt{S_r} \quad ; \quad \frac{R_p}{R} = \exp \left[ 2 \left( \sqrt{S_r^*} - \sqrt{S_i} \right) \right]$$

# COMPORTEMENT MECANIQUE DES SOUTÈNEMENTS

On assimile la plupart des soutènements à une coque mince élastique cylindrique d'épaisseur  $e$  et de rigidité normale  $K_s$

Cas d'une symétrie de révolution



Equation d'équilibre: 
$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

Loi de comportement élastique:

$$\sigma_r = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \left[ (1-\nu_s)\varepsilon_r + \nu_s\varepsilon_\theta \right] = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \left[ (1-\nu_s)\frac{du}{dr} + \nu_s \frac{u}{r} \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \left[ \nu_s\varepsilon_r + (1-\nu_s)\varepsilon_\theta \right] = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \left[ \nu_s \frac{du}{dr} + (1-\nu_s)\frac{u}{r} \right]$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d}{dr} \left( \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) = 0$$

Solution générale: 
$$u = Ar + \frac{B}{r}$$

Conditions limites: pour  $r=R$ ,  $\sigma_r = p_s$

pour  $r=R-e$ ,  $\sigma_r = 0$

$$A = \frac{(1-2\nu_s)(1+\nu_s)R^2}{E_s(R^2-(R-e)^2)} p_s ; B = \frac{(1+\nu_s)R^2(R-e)^2}{E_s(R^2-(R-e)^2)} p_s$$

Déplacement en  $r=R$  avec  $e \ll R$   $u_s = \frac{(1-\nu_s)^2 R^2}{e E_s} p_s$

$$p_s = K_s \frac{u}{R} \text{ avec } K_s = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{e}{R}$$

## RIGIDITE NORMALE ET RIGIDITE A LA FLEXION D'UNE COQUE CYLINDRIQUE CIRCULAIRE

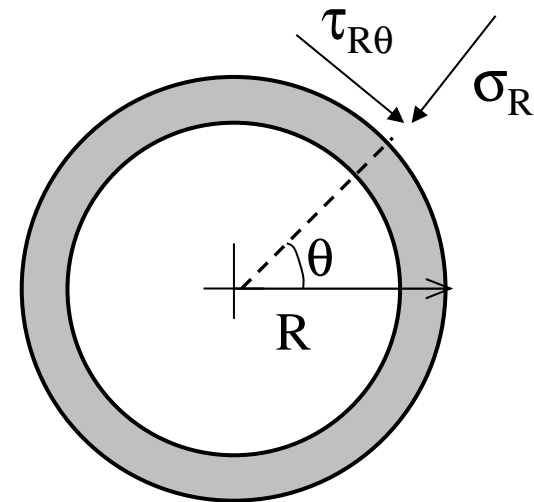
$$\sigma_R = K_s \left( \frac{u}{R} + \frac{1}{R} \frac{dv}{d\theta} \right) + K_f \left( \frac{1}{R} \frac{d^4 u}{d\theta^4} + \frac{2}{R} \frac{d^2 u}{d\theta^2} + \frac{u}{R} \right)$$

$$\tau_{R\theta} = -K_s \left( \frac{1}{R} \frac{du}{d\theta} + \frac{1}{R} \frac{d^2 v}{d\theta^2} \right)$$

$\sigma_R$  et  $\tau_{R\theta}$  : contrainte radiale et contrainte de cisaillement qui s'exercent en un point de l'extrados du soutènement

$u$ : déplacement radial

$v$ : déplacement orthoradial



$K_s$ : module de rigidité normale  $K_s = \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \frac{e}{R}$

$K_f$ : module de rigidité en flexion  $K_f = \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \frac{I}{R^3}$  ;  $I = \frac{e^3}{12}$

I: module d'inertie de la section de la coque

$$\frac{K_f}{K_s} = \frac{1}{12} \left( \frac{e}{R} \right)^2 \ll 1 \text{ pour une coque mince}$$

Exemples:

anneau de béton de 0.4m d'épaisseur,  $E_s = 25000 \text{ MPa}$ ,  $\nu_s = 0.15$

galerie de 10m de diamètre

$K_s = 2046 \text{ MPa}$  ;  $K_f = 1.1 \text{ MPa}$

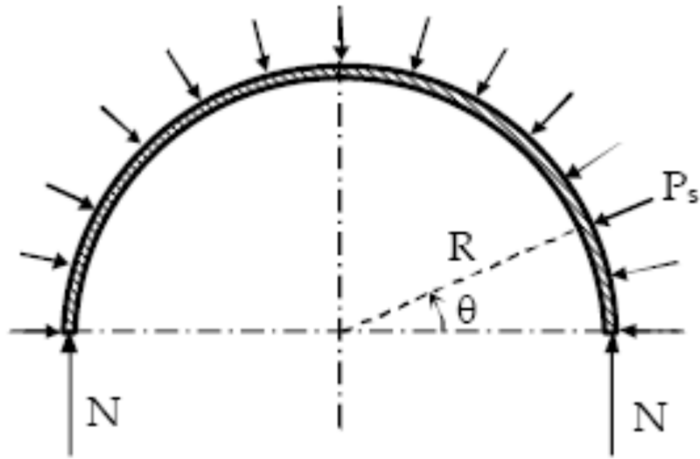
Effort normal N et moment fléchissant M dans une section du soutènement

$$\begin{cases} \frac{1}{R} N + \frac{1}{R^2} \frac{d^2 M}{d\theta^2} = \sigma_R \\ \frac{1}{R^2} \frac{dM}{d\theta} - \frac{1}{R} \frac{dN}{d\theta} = \tau_{R\theta} \end{cases}$$

$$\sigma_R = p + q \cos 2\theta ; \tau_{R\theta} = s \sin 2\theta$$

$$N = pR + \frac{1}{3}(2s - q)R \cos 2\theta ; M = \frac{1}{6}R^2 (s - 2q) \cos 2\theta$$





Contrainte normale dans la section du soutènement soumis à une pression uniforme  $p_s$

$$N = p_s R$$

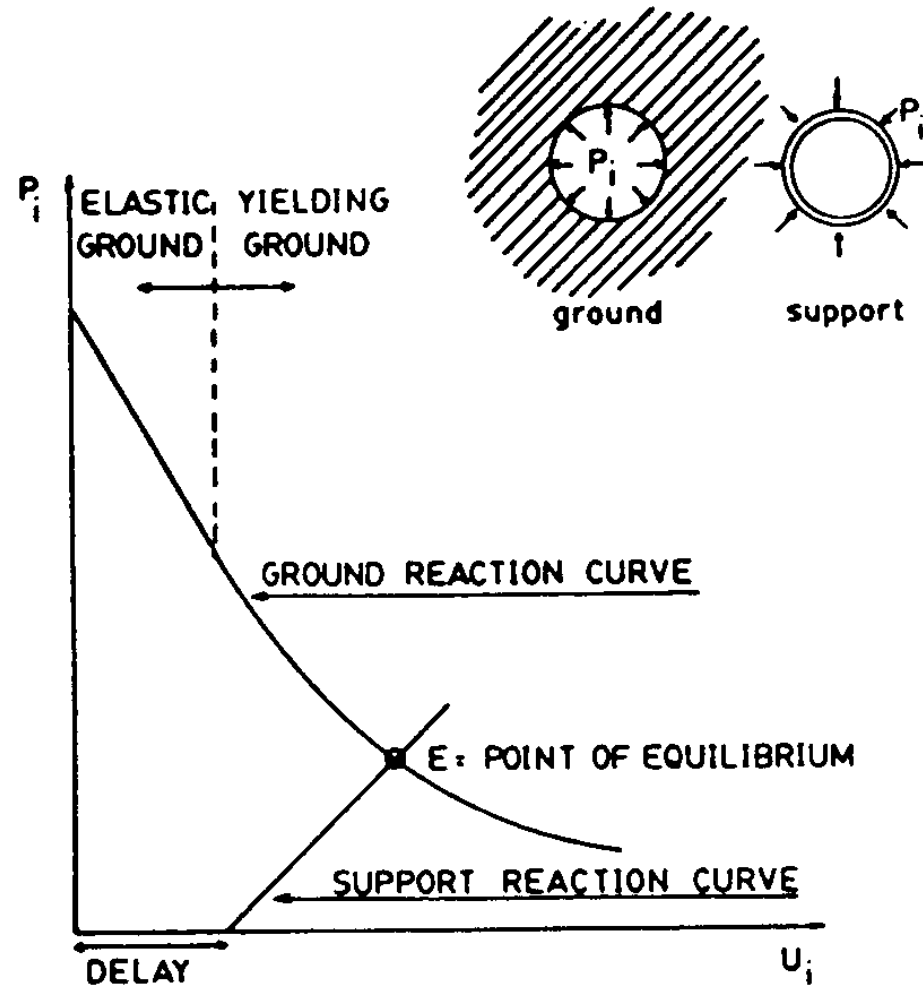
$$\sigma_N = \frac{N}{e} = p_s \frac{R}{e}$$

Soit  $\sigma_{sc}$  la résistance en compression du soutènement.

La condition de stabilité du soutènement s'écrit:

$$\sigma_N < \sigma_{sc} \Leftrightarrow p_s < \frac{e}{R} \sigma_{sc}$$

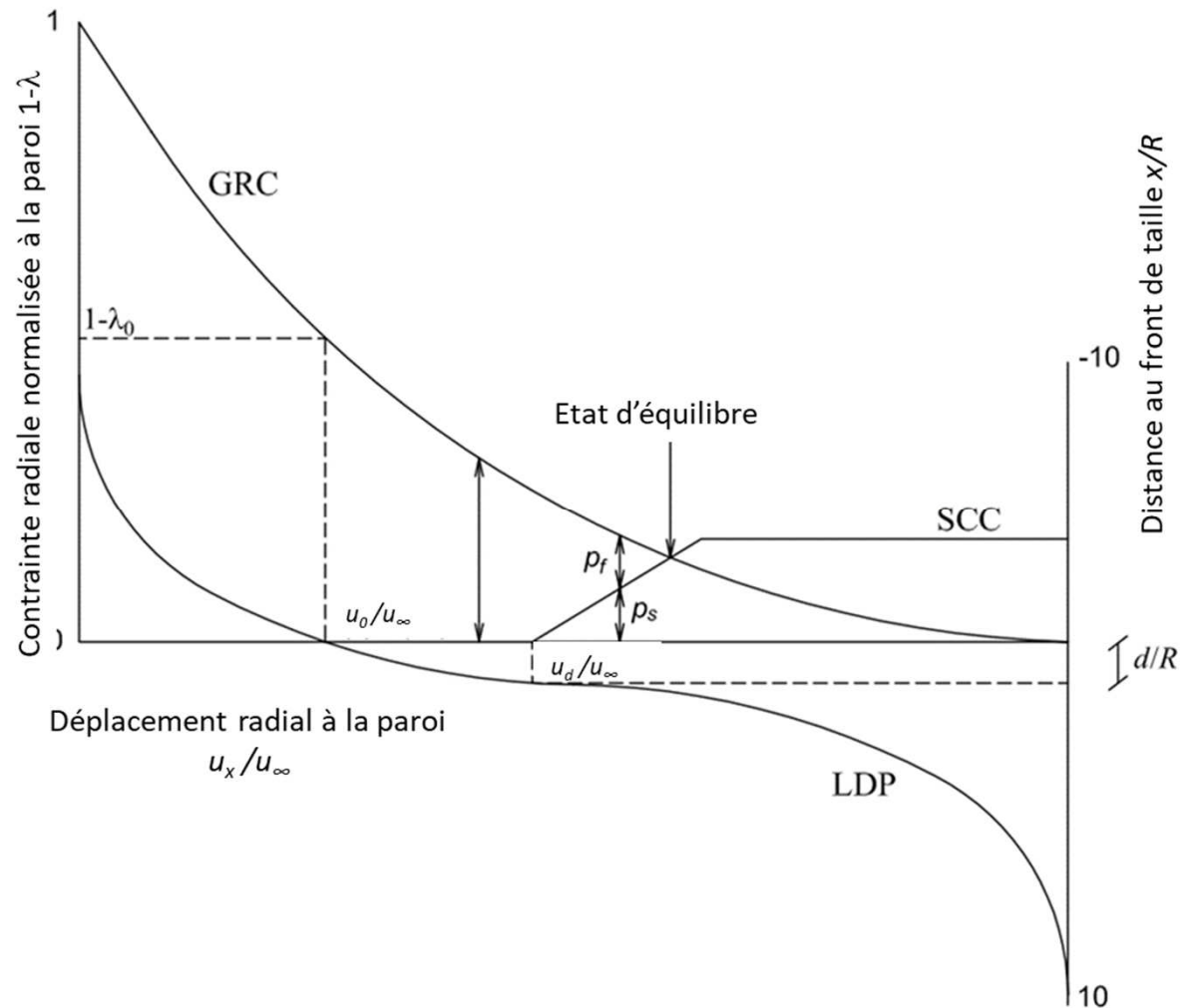
# APPLICATION DE LA METHODE CONVERGENCE- CONFINEMENT



LDP : profil longitudinal de déplacement qui représente le déplacement radial à la paroi du tunnel en fonction de la distance au front,

GRC : courbe de convergence du terrain non soutenu

SCC : courbe de confinement du soutènement (SCC)



# PROFIL DE DEPLACEMENT LONGITUDINAL POUR UN TUNNEL NON SOUTENU (LDP)

Relations empiriques entre le déplacement  $u_x$  à la paroi du tunnel et la distance au front  $x$

Pour un tunnel non soutenu excavé en milieu élastique :

$$u_x = a(x)u_{\infty,el}, \quad u_{\infty,el} = \frac{\sigma_0 R}{2G}$$

Coefficient de forme  $a(x)$

$$a(x) = a_0 + (1 - a_0) \left( 1 - \left[ \frac{mR}{mR + x} \right]^2 \right) \quad \text{Panet 1995}$$

Valeurs usuelles des paramètres  $a_0 = 0.25$  et  $m = 0.75$

Taux de déconfinement  $\lambda_d$  à la distance de pose  $d$

$$\lambda_d = a_0 + (1 - a_0) a_d \quad \text{avec} \quad a_d = \left( 1 - \left[ \frac{mR}{mR + d} \right]^2 \right)$$

Pour un tunnel non soutenu excavé en milieu élastoplastique le profil de déplacement longitudinal est affecté par l'extension de la zone plastique.

Principe de similitude (Corbetta, 1990) : consiste à construire le profil de déplacement longitudinal pour un milieu élastoplastique par homothétie du profil obtenu pour un milieu élastique

$$u_x = \frac{1}{\xi} a(\xi x) u_{\infty, el}, \quad \xi = \frac{u_{\infty, el}}{u_{\infty, ep}}$$

$u_{\infty, ep}$  est le déplacement radial final à la paroi

Pour une distance de pose  $d$  :

$$u_d = \frac{1}{\xi} \left( a_0 + (1 - a_0) \left( 1 - \left[ \frac{mR}{mR + \xi d} \right]^2 \right) \right) \frac{\sigma_0 R}{2G}$$

# PROFIL DE DEPLACEMENT LONGITUDINAL POUR UN TUNNEL NON SOUTENU

Autre expression empirique du profil longitudinal de déplacement :

Vlachopoulos & Diederichs, 2009

$$\frac{u_0^*}{u_\infty} = \frac{1}{3} e^{-0,15 R_p^*} \quad \text{au front}$$

$$u_x = u_0 e^{x^*} \quad \text{pour } x^* = \frac{x}{R} \leq 0 \text{ (en amont du front)}$$

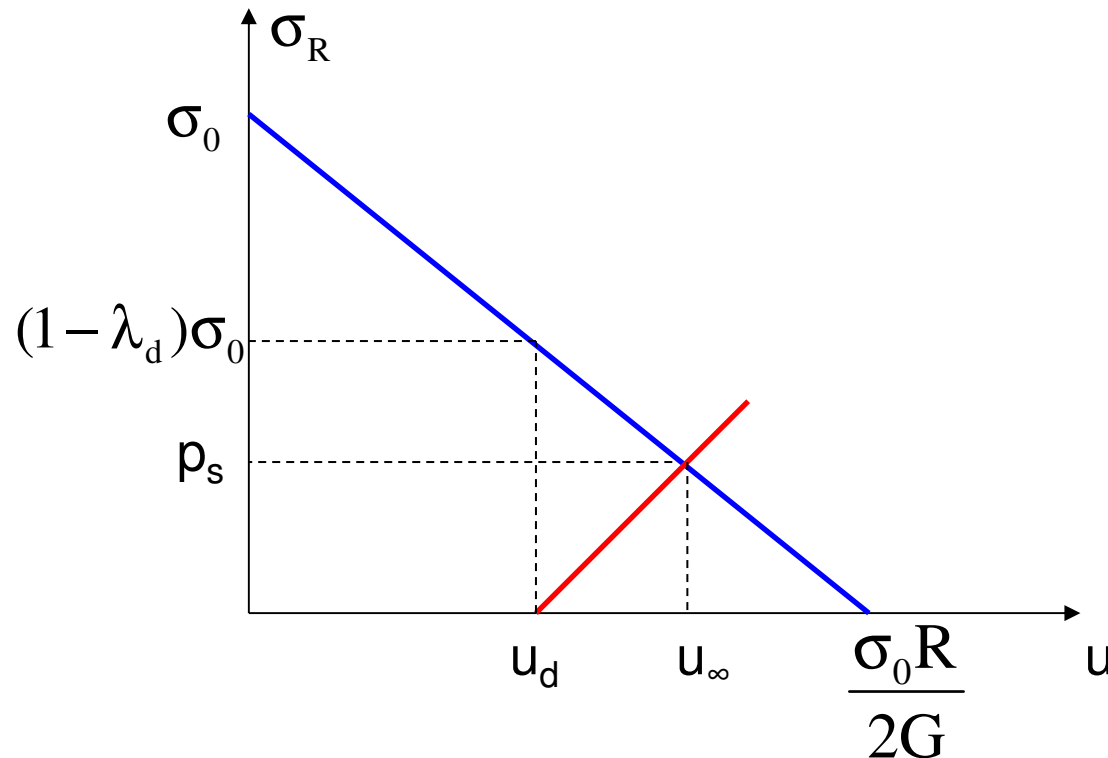
$$u_x = u_\infty \left( 1 - \left( 1 - u_0^* \right) e^{-\frac{3}{2} \frac{x^*}{R_p^*}} \right) \quad \text{pour } x^* = \frac{x}{R} \geq 0 \text{ (en arrière du front)}$$

$R_{pl}^* = \frac{R_{pl}}{R}$  est le rayon plastique normalisé

Soutènement élastique de rigidité  $K_s$  mis en place à une distance  $d$  du front de taille

Courbe caractéristique du soutènement  $\sigma_R = K_s \frac{u - u_d}{R}$

Courbe caractéristique du terrain supposé élastique isotrope  $\sigma_R = \sigma_0 - 2G \frac{u}{R}$





# TERRAIN ELASTIQUE

A l'équilibre final

$$\frac{u_{\infty}}{R} = \frac{\sigma_0 + K_s u_d / R}{K_s + 2G} ; p_s = \frac{K_s (\sigma_0 - 2G u_d / R)}{K_s + 2G}$$

$$\frac{u_d}{R} = \lambda_d \frac{\sigma_0}{2G}$$

$$\frac{u_{\infty}}{R} = \frac{\sigma_0}{2G} \left( \frac{2G + K_s \lambda_d}{K_s + 2G} \right) ; p_s = \frac{K_s \sigma_0 (1 - \lambda_d)}{K_s + 2G}$$

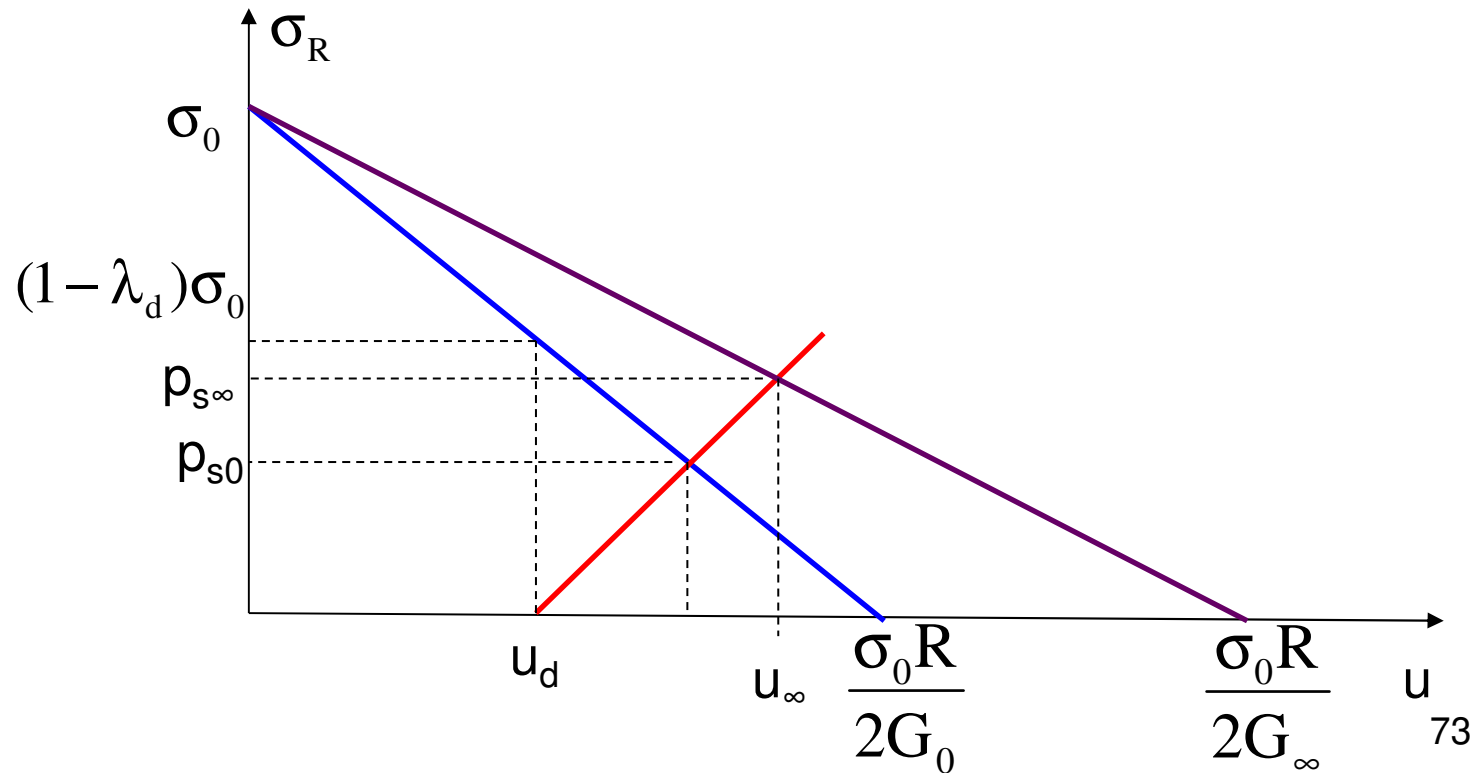
# TERRAIN VISCOELASTIQUE

Courbe caractéristique du terrain à court terme

$$\sigma_R = \sigma_0 - 2G_0 \frac{u}{R}$$

Courbe caractéristique du terrain à long terme

$$\sigma_R = \sigma_0 - 2G_\infty \frac{u}{R}$$



## TERRAIN VISCOELASTIQUE

A l'équilibre final (à long terme)

$$\frac{u_{\infty}}{R} = \frac{\sigma_0 + K_s u_d / R}{K_s + 2G_{\infty}}; p_s = \frac{K_s (\sigma_0 - 2G_{\infty} u_d / R)}{K_s + 2G_{\infty}}$$

$$\frac{u_d}{R} = \lambda_d \frac{\sigma_0}{2G_0}$$

$$\frac{u_{\infty}}{R} = \frac{\sigma_0}{2G_0} \left( \frac{2G_0 + K_s \lambda_d}{K_s + 2G_{\infty}} \right); p_s = \frac{K_s \sigma_0 (1 - \lambda_d G_{\infty} / G_0)}{K_s + 2G_{\infty}}$$

# TERRAIN ELASTOPLASTIQUE

Courbe caractéristique du terrain

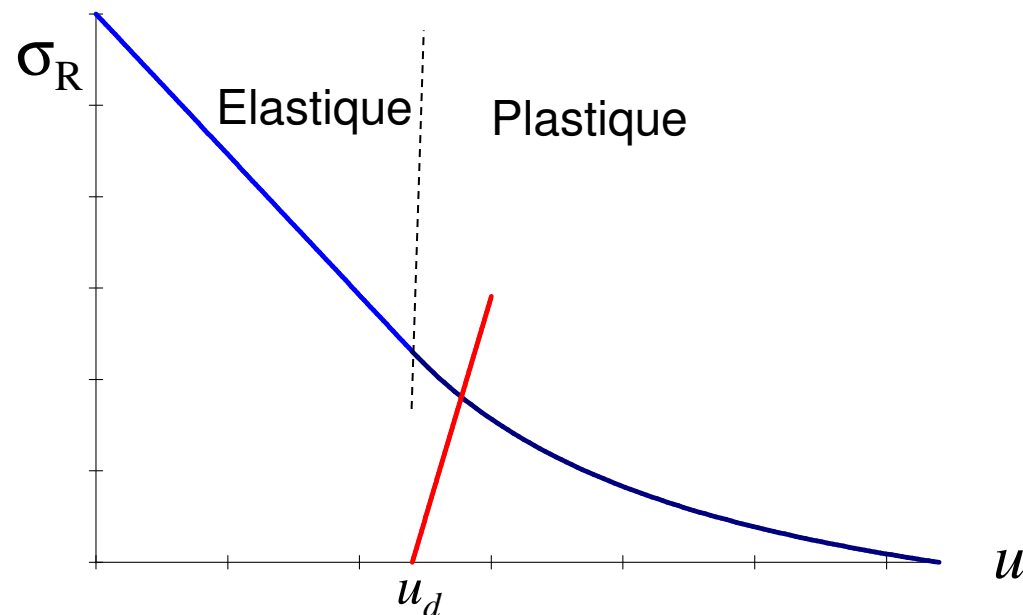
$$\frac{u}{R} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2(\beta+1)G} \left[ 2 \left( \frac{R_p}{R} \right)^{\beta+1} + \beta - 1 \right] \quad (\text{solution approchée})$$

$$\frac{u}{R} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} \left[ F_1 + F_2 \left( \frac{R}{R_p} \right)^{K_p-1} + F_3 \left( \frac{R_p}{R} \right)^{\beta+1} \right] \quad (\text{solution exacte})$$

$$\frac{R_p}{R} = \left[ \frac{2}{K_p+1} \frac{(K_p-1)\sigma^0 + \sigma_c}{(K_p-1)\sigma_R + \sigma_c} \right]^{\frac{1}{K_p-1}} \quad (\text{Rayon de la zone plastique})$$

Courbe caractéristique du soutènement

$$\sigma_R = K_s \left( \frac{u}{R} - \frac{u_d}{R} \right)$$



# LIMITES DE LA METHODE CONVERGENCE- CONFINEMENT

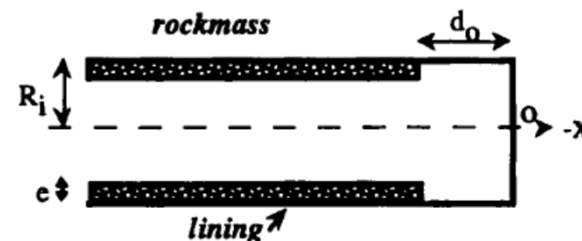
La méthode convergence-confinement permet un dimensionnement préliminaire du soutènement des tunnels.

Conditions d'application de la méthode :

- Excavation en pleine section circulaire
- Massif isotrope non fracturé sans plans de faiblesse

Limites de la méthode et nécessité des modélisations numériques 3D :

- Tunnels à faible profondeur sous un état de contraintes initiales anisotropes
- Excavation en sections divisées
- Mise en place d'un revêtement rigide près du front (terrains très faibles) :  
La courbe de réaction du terrain est influencée par la présence du revêtement



# Excavation dans un milieu élastique saturé

## Cylindre creux dans un milieu poroélastique isotrope saturé sous chargement isotrope

Rayon intérieur  $R_1$  , Rayon extérieur  $R_2$

Contrainte radiale appliquée à l'intrados  $\sigma_1$

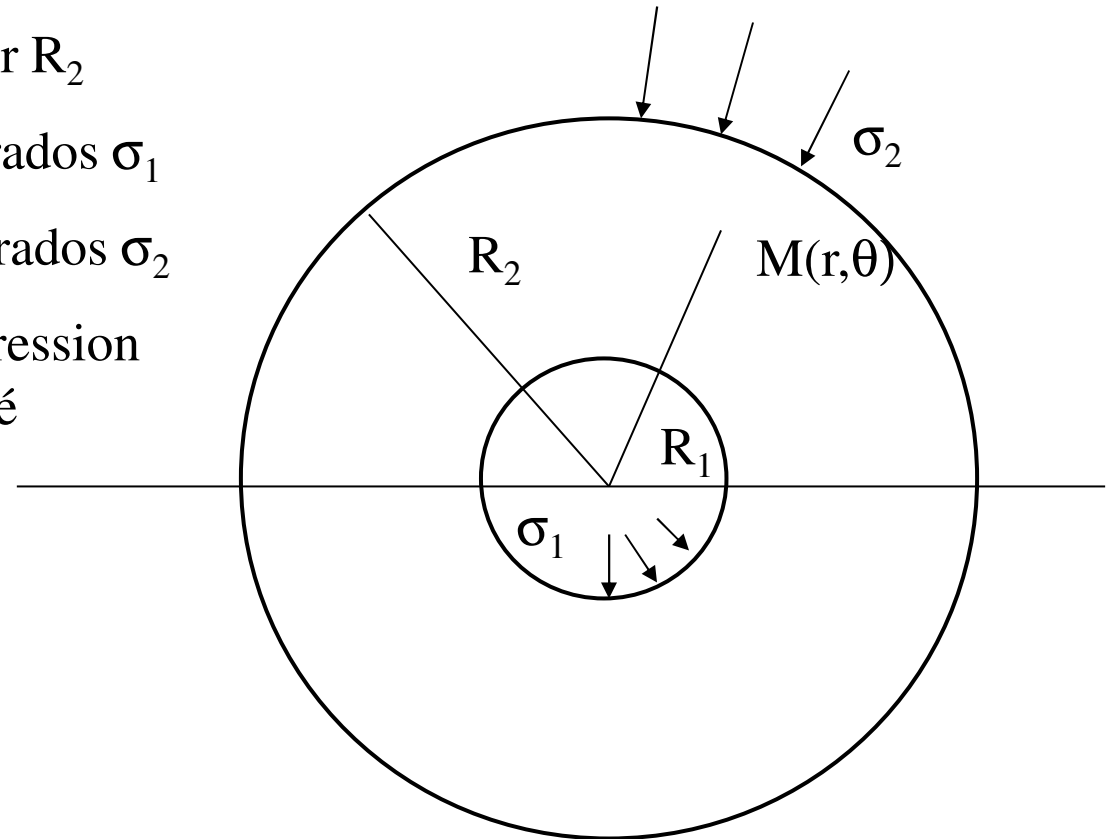
Contrainte radiale appliquée à l'extrados  $\sigma_2$

Conditions limites hydrauliques : pression interstitielle imposée ou flux imposé

Symétrie cylindrique

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 \\ 0 & \sigma_\theta \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} \end{pmatrix}$$



$$p_f = p_f(r)$$

Condition initiale : à  $t = 0$ ,  $p_f(r) = p_0$

Equation d'équilibre :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

Loi de comportement élastique :

$$\sigma_r - b p_f = (\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r}$$

$$\sigma_\theta - b p_f = \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2G) \frac{u}{r}$$

Conservation de la masse fluide :

$$\frac{\partial m_f}{\partial t} + \text{div} \vec{q} = 0$$

Loi de Darcy :

$$\vec{q} = -\rho_f \frac{k}{\eta} \text{grad}(p_f)$$

$$\frac{\partial m_f}{\partial t} = \rho_f \frac{k}{\eta} \nabla^2 (p_f)$$

en régime permanent :

$$\nabla^2 (p_f) = 0$$



## Champs de pression en régime permanent :

$$\nabla^2 (p_f) = \frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_f}{\partial r} = 0$$

### Solution générale :

$$p_f(r) = C_1 \ln r + C_2$$

### Conditions limites :

- non drainé à l'intrados (court terme)

$$\left. \frac{\partial p_f}{\partial r} \right|_{r=R_1} = 0 \text{ et } p_f(R_2) = p_0 \rightarrow p_f(r) = p_0 \text{ (pression fluide constante)}$$

- drainé à l'intrados (long terme)

$$p_f(R_1) = p_i \text{ et } p_f(R_2) = p_0 \rightarrow p_f(r) = p_i + \frac{p_0 - p_i}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln \frac{r}{R_1}$$

Equation d'équilibre + équations de comportement poroélastique :

$$\rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{b}{\lambda + 2G} \frac{\partial p_f}{\partial r} = 0$$

Solution générale :

$$\Delta p_f(r) = p_f(r) - p_0$$

$$u = C_3 r + \frac{C_4}{r} - \frac{b}{\lambda + 2G} \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \rho \Delta p_f(\rho) d\rho$$

$$\sigma_r = 2C_3(\lambda + G) - 2C_4 G \frac{1}{r^2} + 2b \frac{G}{\lambda + 2G} \frac{1}{r^2} \int_{R_1}^r \rho \Delta p_f(\rho) d\rho$$

$$\sigma_\theta = 2C_3(\lambda + G) + 2C_4 G \frac{1}{r^2} - 2b \frac{G}{\lambda + 2G} \frac{1}{r^2} \int_{R_1}^r \rho \Delta p_f(\rho) d\rho + 2b \frac{G}{\lambda + 2G} \Delta p_f$$

Conditions limites : pour  $r=R_1$ ,  $\sigma_r = \sigma_1$

pour  $r=R_2$ ,  $\sigma_r = \sigma_2$

à court terme (non drainé) avec  $R_2 \gg R_1$ ,  $\sigma_2$  noté  $\sigma_0$

$$\sigma_r = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_1) \left( \frac{R_1}{r} \right)^2 ,$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma_1) \left( \frac{R_1}{r} \right)^2$$

$$p_f = p_0 ,$$

$$u = \frac{1}{2G} (\sigma_0 - \sigma_1) \frac{R_1^2}{r}$$

Pour un massif isotrope élastique  
sous contrainte initiale isotrope

- pas de surpression fluide
- contrainte moyenne constante
- pas de déformation volumique

**A la paroi:**

$$p_w = p_{w0}$$

$$\sigma_r = \sigma_1$$

$$\sigma_\theta = 2\sigma_0 - \sigma_1$$

$$\frac{u}{R_1} = \frac{1}{2G} (\sigma_0 - \sigma_1)$$

Déviateur maximal à la paroi

à long terme (régime stationnaire drainé) :

On fait l'hypothèse qu'au-delà d'un rayon  $R_d \gg R_1$  (rayon de drainage) la pression fluide est constante et égale à  $p_{w0}$

$$\sigma_r = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_i) \left( \frac{R}{r} \right)^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i) \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^2 + \frac{\ln \frac{r}{R_d}}{\ln \frac{R_d}{R}} \right]$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma_i) \left( \frac{R}{r} \right)^2 - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i) \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^2 - \frac{\ln \frac{r}{R_d}}{\ln \frac{R_d}{R}} \right]$$

$$\sigma_z = \sigma_0 - \frac{1-2\nu}{1-\nu} b(p_0 - p_i) \frac{\ln \frac{R_d}{r}}{\ln \frac{R_d}{R}}$$

$$2G \frac{\Delta u}{r} = (\sigma_0 - \sigma_i) \left( \frac{R}{r} \right)^2 - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i) \frac{1}{\ln \frac{R_d}{R}} \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^2 + \ln \frac{r}{R_d} \right]$$

$$\text{à la paroi, } r = R, R_d \gg R, \quad \frac{\Delta u}{R} = \frac{1}{2G} (\sigma_0 - \sigma_i) + \frac{1}{2G} \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r = 2(\sigma_0 - \sigma_i) - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i)$$

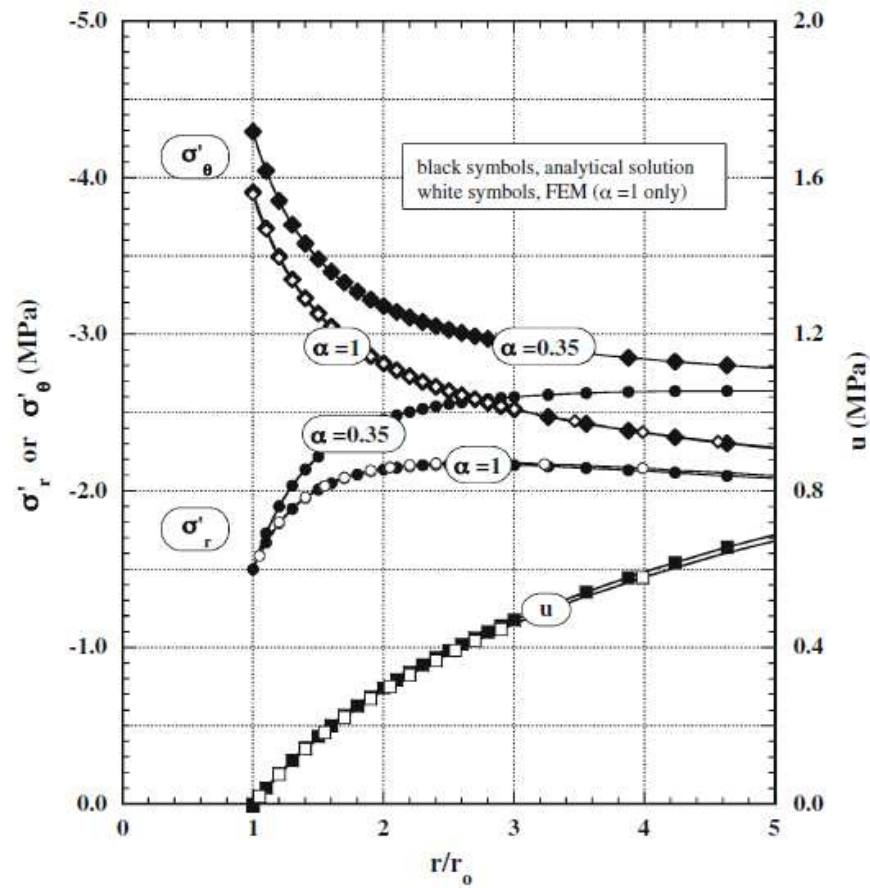


Fig. 4 Effective stresses and pore pressures for long term with full drainage ( $u_i = 0$ ). Elastic solution:  $r_o = 3$  m,  $\sigma_i = 1.5$  MPa,  $\sigma_o = 3$  MPa,  $u_o = 1.5$  MPa,  $R = 100$  m,  $E = 850$  MPa,  $\nu = 0.35$

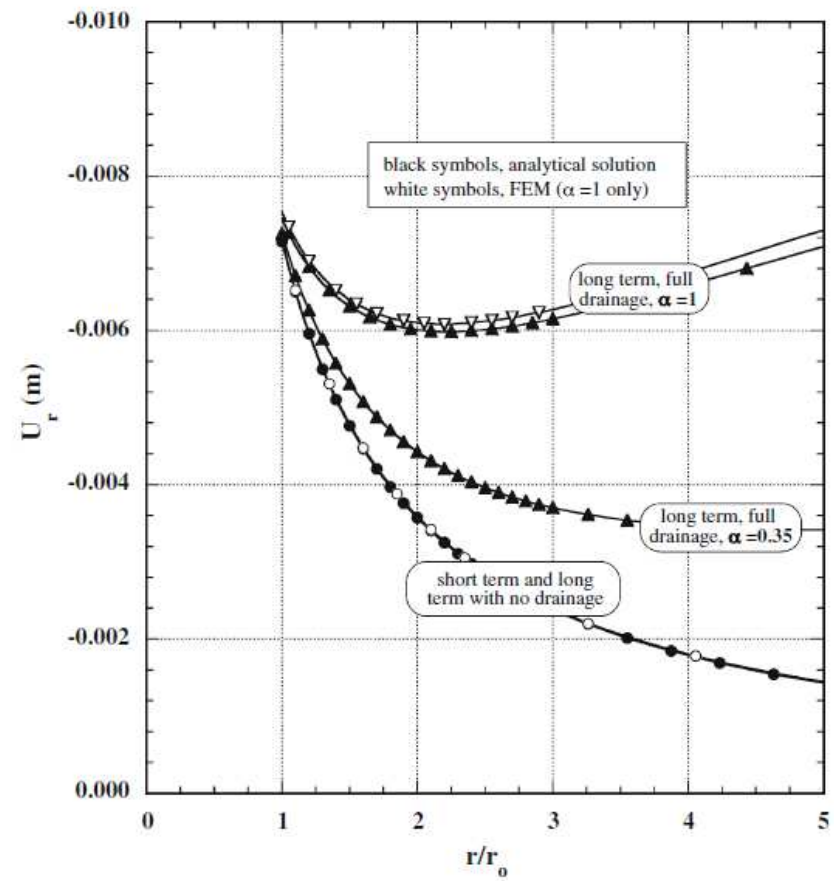


Fig. 5 Radial displacements for full drainage ( $u_i = 0$ ) and no drainage ( $u_i = u_o$ ). Elastic solution:  $r_o = 3$  m,  $\sigma_i = 1.5$  MPa,  $\sigma_o = 3$  MPa,  $u_o = 1.5$  MPa,  $R = 100$  m,  $E = 850$  MPa,  $\nu = 0.35$

## Application de la méthode convergence-confinement pour un massif saturé élastique

Courbe de confinement du soutènement (SCC) :

$$p_s = K_s \left( \frac{u_R}{R} - \frac{u_d}{R} \right)$$

Courbe de convergence du terrain (GRC) :

$$\text{non drainé (court terme)} : \sigma_i = \sigma_0 - 2G \frac{u_R}{R}$$

$$\text{drainé (long terme)} : \sigma_i = \sigma_0 - 2G \frac{u_R}{R} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b (p_0 - p_i)$$

## Application de la méthode convergence-confinement pour un massif saturé élastique

On suppose que l'excavation est suffisamment rapide par rapport au temps caractéristique de drainage du massif pour que l'on puisse considérer des conditions non drainées

$$u_d = \lambda_d \frac{\sigma_0}{2G}$$

$$\text{Soutènement imperméable : } p_s = \frac{K_s}{K_s + 2G} \sigma_0 (1 - \lambda_d)$$

$$\text{Soutènement perméable : } p_s = \frac{K_s}{K_s + 2G} \left( \sigma_0 (1 - \lambda_d) + \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} b p_0 \right)$$

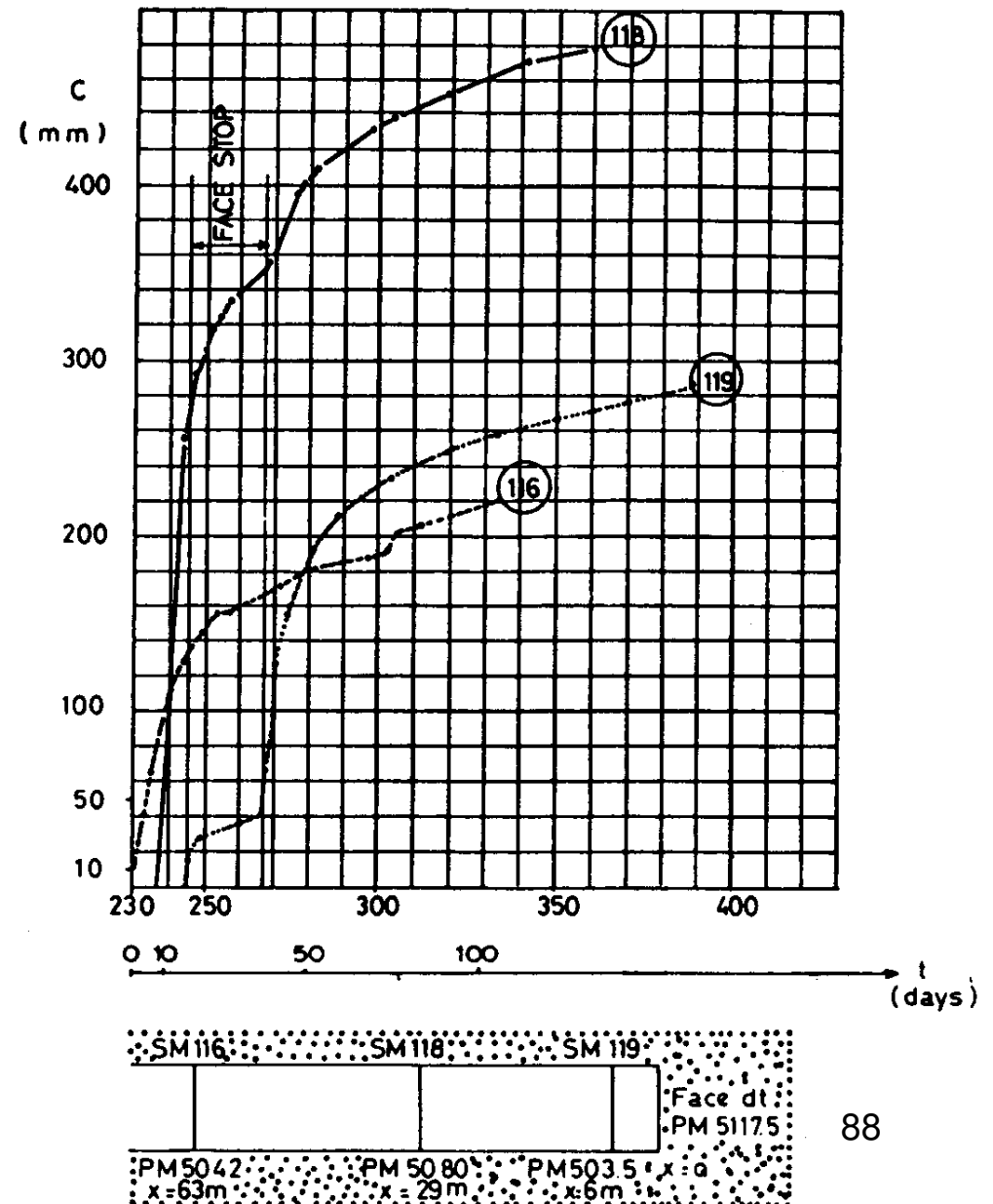
# Analyse des courbes de convergence



## Comportement différé

Le comportement différé du massif a un impact significatif sur la stabilité des excavations souterraines. Dans de nombreuses études de cas, la convergence et les contraintes dans les revêtements du tunnel augmentent pendant des mois ou des années après l'excavation.

Exemple : Fréjus Tunnel entre Modane (France) et Bardonecchia (Italie)

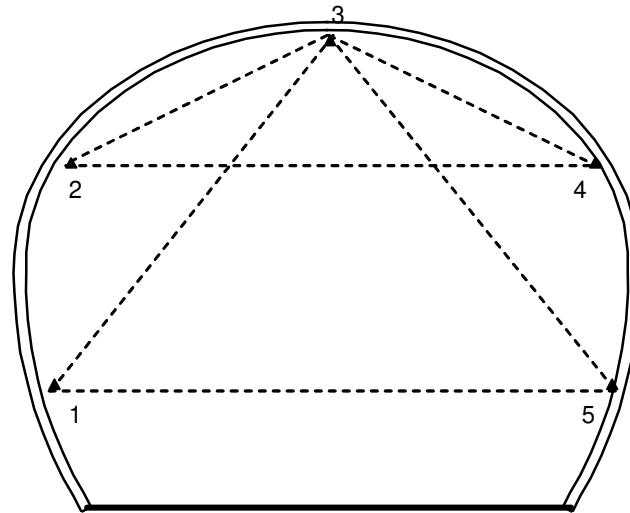


# ANALYSE DES COURBES DE CONVERGENCE

Convergence : variation de la distance entre deux points de la paroi

La convergence d'un tunnel est due

- à l'effet de l'avancement du front de taille
- au comportement différé du massif rocheux (fluage, rupture différée)



## Utilité des mesures de convergences

- Mesures simples à réaliser
- Auscultation en temps réel de la réponse du terrain et de l'ouvrage
- Prise en compte de façon globale du comportement du massif, de la géométrie de l'ouvrage, de l'état de contrainte, du mode de creusement et de soutènement
- Méthode observationnelle de prévision des déplacements et des efforts dans les soutènements
- Analyse inverse pour déterminer les caractéristiques mécaniques des terrains

# Analyse des mesures de convergence

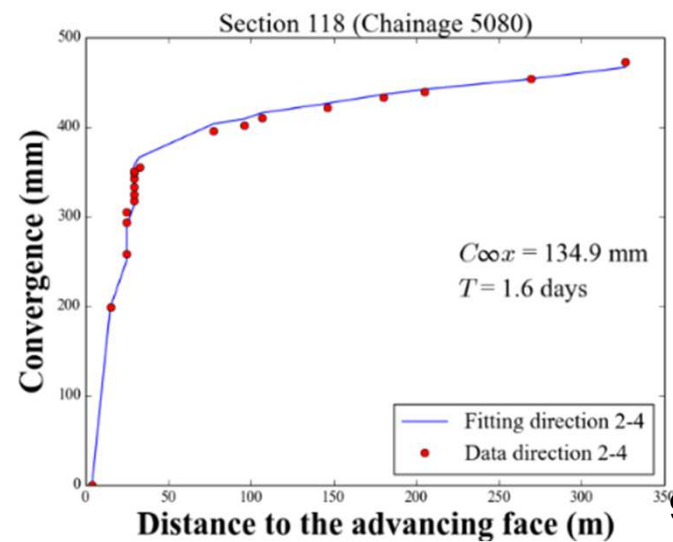
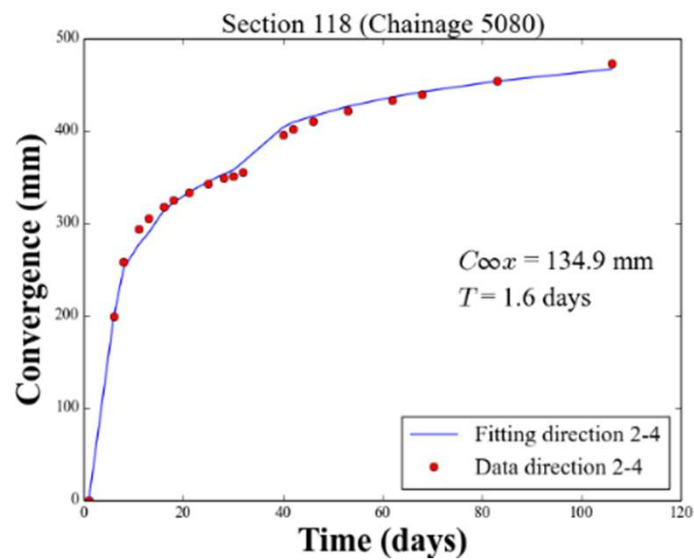
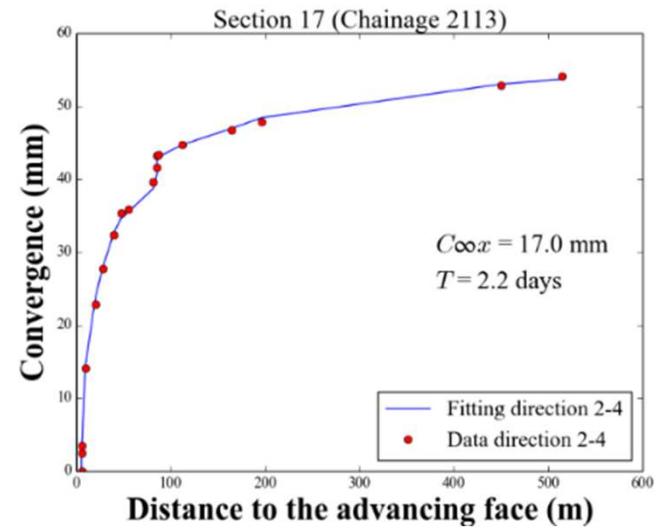
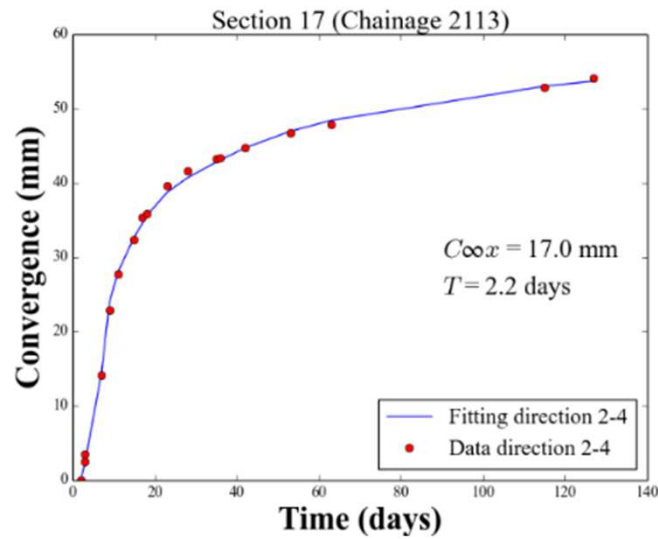
Loi empirique de convergence (Sulem 1983)

$$C(x, t) = \underbrace{C_{\infty x} \left[ 1 - \left( \frac{X}{x + X} \right)^2 \right]}_{\text{Effet de l'avancement du front}} \underbrace{\left\{ 1 + m \left[ 1 - \left( \frac{T}{t + T} \right)^n \right] \right\}}_{\text{Effet du comportement différé du massif}}$$

La loi de convergence dépend de 5 paramètres :

- $X$  est une longueur liée à la distance d'influence du front
- $C_{\infty x}$  est la convergence instantanée obtenue pour une excavation instantanée (pas d'effet différé)
- $T$  est un temps caractéristique de fluage
- $n$  est une constante (souvent  $n = 0.3$ )
- $m$  est une constante qui relie la convergence finale (à long terme) et la convergence instantanée  $C_{\infty} = (1+m) C_{\infty x}$

## Exemple: Tunnel routier du Fréjus



# **Borehole stability**

## **Stresses around boreholes**

### **Borehole failure**

## Borehole instabilities during drilling

---

Borehole stability problems: 5 to 10 % of the drilling costs  
(hundreds of million dollars per year)

### Challenges:

- ✓ Offshore drilling
- ✓ Deviated, multilateral, horizontal wells
- ✓ Deep and geologically complex formations
- ✓ Tectonically active areas
- ✓ Weak/swelling formations (mudstones, shales)
- ✓ High pore pressure
- ✓ ...

## Borehole instabilities during drilling

---

Well design:

Optimize the mud weight for stable drilling

- In order to prevent influx of fluids (in particular gas) : Keep the mud weight above the pore pressure gradient.
- In order to prevent loss of mud into fractures (“lost circulation”): Keep the mud weight below the fracture gradient.

Optimize the mud chemistry

For example, use of chemical additives (salt) when drilling in shales (presence of swelling clays) or to heal fractures to avoid mud loss in the formation.



## Borehole instabilities during drilling

---

### Difficulties in borehole stability evaluation:

- No visual observation of what is happening at great depth (thousand of metres away)
- Large variations in the formation stresses and properties (poor information on in situ stresses, pore pressure, mechanical properties)
- Complex coupled physical processes: redistribution of stresses, mud chemistry, temperature changes ...

# Borehole Stability Analysis: Coupled THMC processes

---

## Rock mechanical properties

- Strength parameters
- Elastic moduli

## Other rock properties

- Plasticity
- Permeability
- Ionic diffusivity
- Membrane efficiency
- Ionic exchange capacity
- Thermal diffusivity
- Anisotropy

## Earth stresses

- Vertical and horizontal stresses
- Pore pressure

## Borehole stresses

- Boundary conditions
- Poro-/Thermo-/Chemo-Elastoplasticity

## Borehole failure criterion

- Tensile failure
- Shear failure

## Well trajectory

- Inclination
- Azimut

## Other well parameters

- Mud type
- Temperature

## Minimum permitted mud density

- Hole collapse by shear / radial tensile failure
- Pore pressure balance

## Maximum permitted mud density

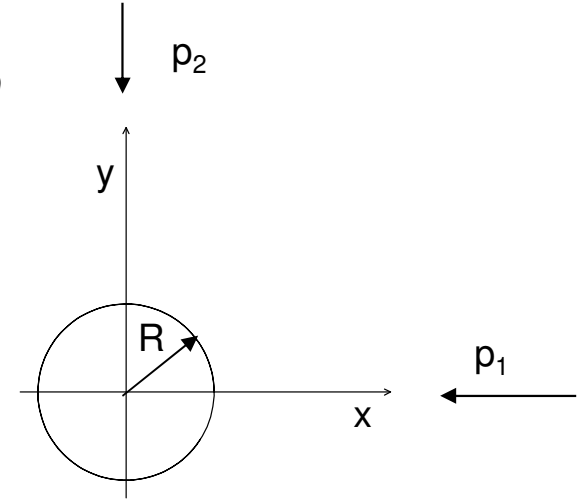
- Fracture closure pressure
- Fracture initiation and propagation

## Circular opening in an infinite medium under biaxial remote loading

$$\sigma_r = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)\left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}(p_1 - p_2)\left(1 - \frac{4R^2}{r^2} + \frac{3R^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2}(p_1 - p_2)\left(1 + \frac{3R^4}{r^4}\right)\cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{1}{2}(p_1 - p_2)\left(1 + \frac{2R^2}{r^2} - \frac{3R^4}{r^4}\right)\sin 2\theta$$



At the wall for  $r = R$ ,  $3p_2 - p_1 \leq \sigma_\theta \leq 3p_1 - p_2$

Displacements:

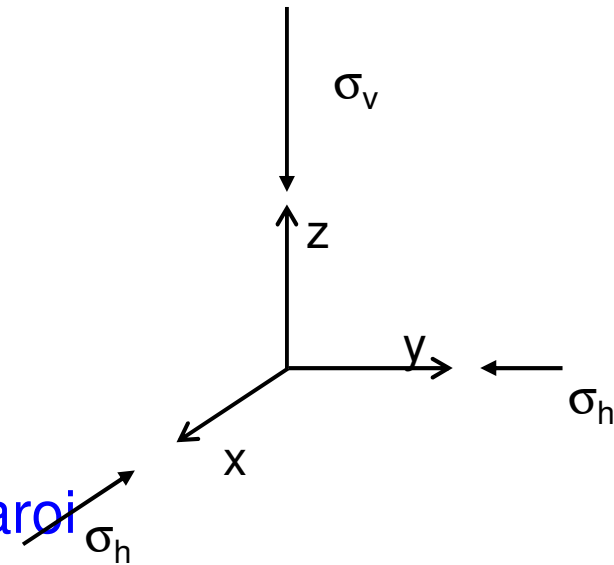
$$\frac{8G}{R}u_r = (p_1 + p_2)\left((\kappa - 1)\frac{r}{R} + \frac{2R}{r}\right) + (p_1 - p_2)\left\{2\frac{r}{R} + \frac{2R}{r}\left(\kappa + 1 - \frac{R^2}{r^2}\right)\right\}\cos 2\theta$$

$$\frac{8G}{R}u_\theta = (p_1 - p_2)\left[-\frac{2r}{R} + \frac{2R}{r}\left\{1 - \kappa - \frac{R^2}{r^2}\right\}\right]\sin 2\theta$$

## Application à la stabilité des puits pétroliers

**Objectif : Optimiser la pression de boue à la paroi  $p_b$  pour assurer la stabilité du forage**

Exemple d'un puits vertical creusé dans un milieu élasto-fragile isotrope sous un état de contraintes initiales horizontales isotrope, paroi imperméable



Contraintes principales de Terzaghi à la paroi

$$\sigma'_r = p_b - p_f$$

$$\sigma'_\theta = 2\sigma_h - p_b - p_f$$

$$\sigma'_z = \sigma_v - p_f$$

Rupture en cisaillement (critère de Mohr-Coulomb) si :

$$p_b \leq p_f + \frac{2(\sigma_h - p_f) - \sigma_c}{K_p + 1}$$

Rupture en traction si :

$$p_b \geq 2\sigma_h - p_f + \sigma_T$$

( $\sigma_T$  est la résistance en traction)

## Application à la stabilité des puits pétroliers

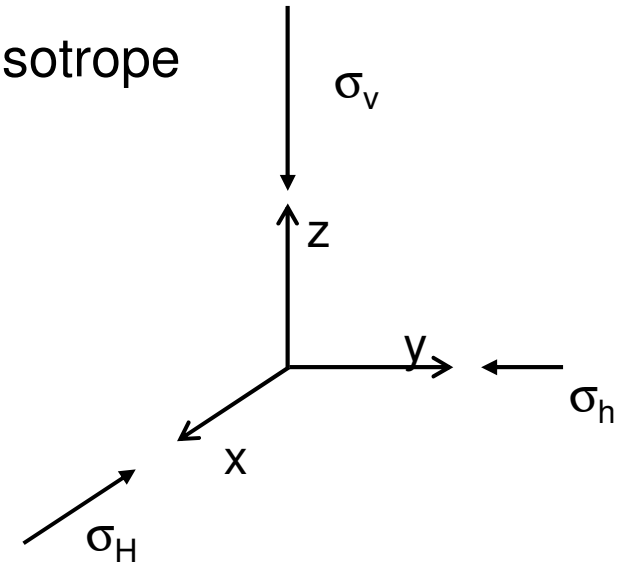
Puits vertical creusé dans un milieu élasto-fragile isotrope  
sous un état de contraintes initiales horizontales  
anisotrope, paroi imperméable

Contraintes principales de Terzaghi à la paroi

$$\sigma'_r = p_b - p_f$$

$$\sigma'_\theta = \sigma_H + \sigma_h - 2(\sigma_H - \sigma_h)\cos 2\theta - p_b - p_f$$

$$\sigma'_z = \sigma_v - 2\nu(\sigma_H - \sigma_h)\cos 2\theta - p_f$$



Rupture en cisaillement (critère de Mohr-Coulomb) si :

$$\text{Si } \sigma_r < \sigma_z < \sigma_\theta, \quad p_b \leq p_f + \frac{3\sigma_H - \sigma_h - 2p_f - \sigma_c}{1 + K_p};$$

$$\text{Si } \sigma_r < \sigma_\theta < \sigma_z, \quad p_b \leq p_f + \frac{\sigma_v + 2\nu(\sigma_H - \sigma_h) - p_f - \sigma_c}{K_p}$$

Fracturation verticale si:

$$\sigma'_\theta = -\sigma_T$$

Fracturation horizontale si:

$$\sigma'_z = -\sigma_T$$

## Stresses around the borehole - Example

$\sigma_v = 88.2$  MPa (depth 3213 m)

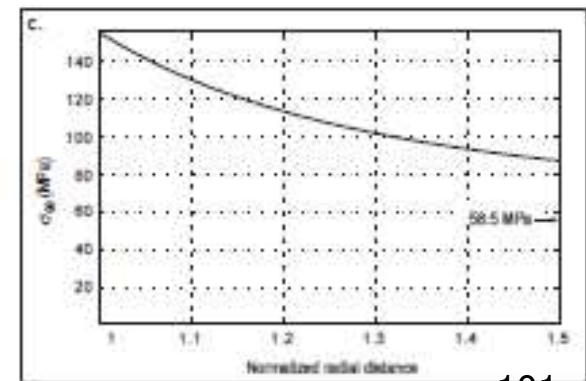
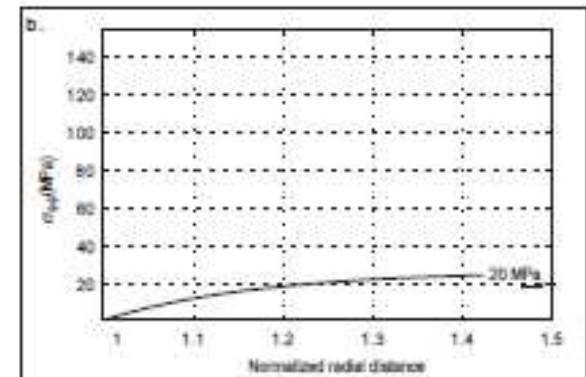
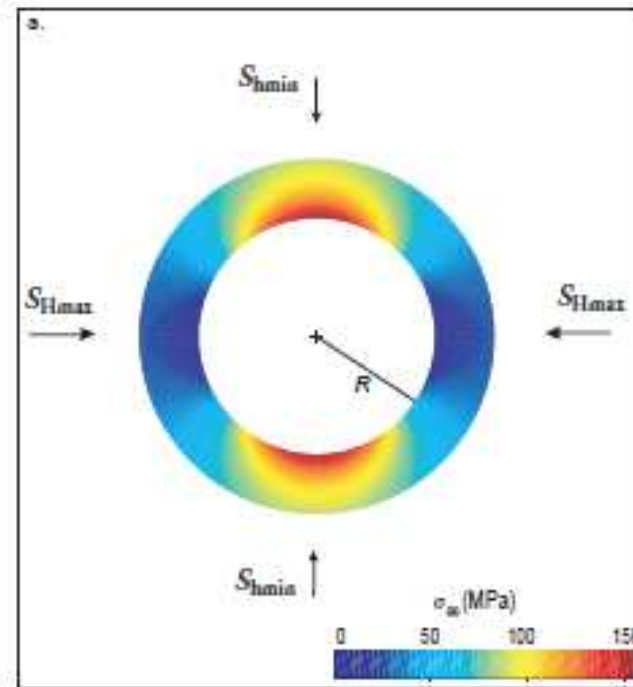
$\sigma_H = 90$  MPa (orientation east-west)

$\sigma_h = 51.5$  MPa

$p_w = p_{\text{mud}} = 31.5$  MPa

$\sigma_c = 45$  MPa

$\phi = \pi / 4$



from Zoback, 2012

## Stresses around the borehole - Example

$$\sigma_V = 88.2 \text{ MPa (depth 3213 m)}$$

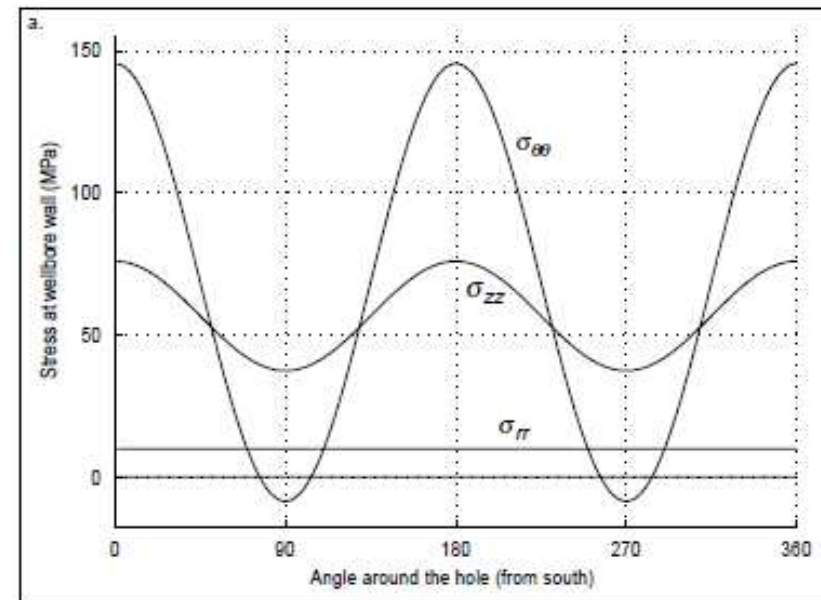
$$\sigma_H = 90 \text{ MPa (orientation east-west)}$$

$$\sigma_h = 51.5 \text{ MPa}$$

$$p_w = p_{\text{mud}} = 41.5 \text{ MPa}$$

$$C_0 = 45 \text{ MPa}$$

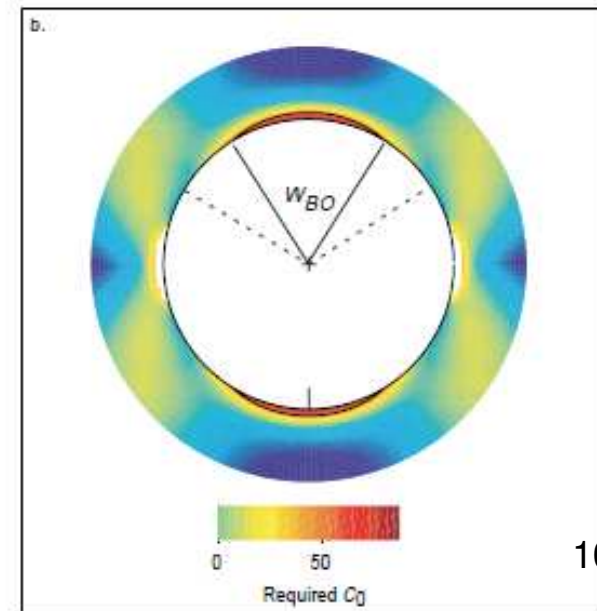
$$\phi = \pi / 4$$



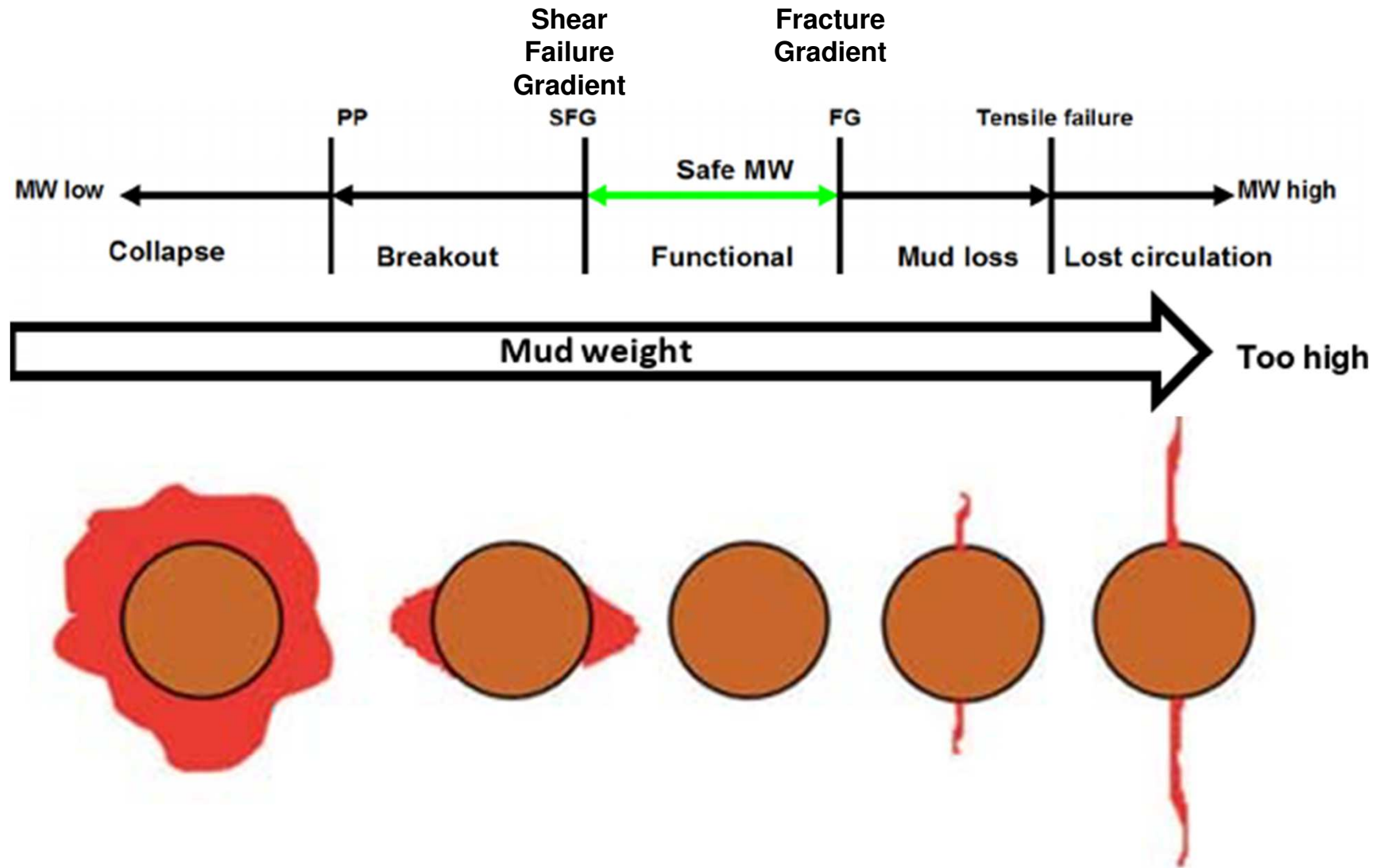
The mud weight has been raised of 10 MPa.

Raising the mud weight decreases the size of the breakouts considerably.

The area in white shows the region where tensile stresses exist at the wellbore wall.

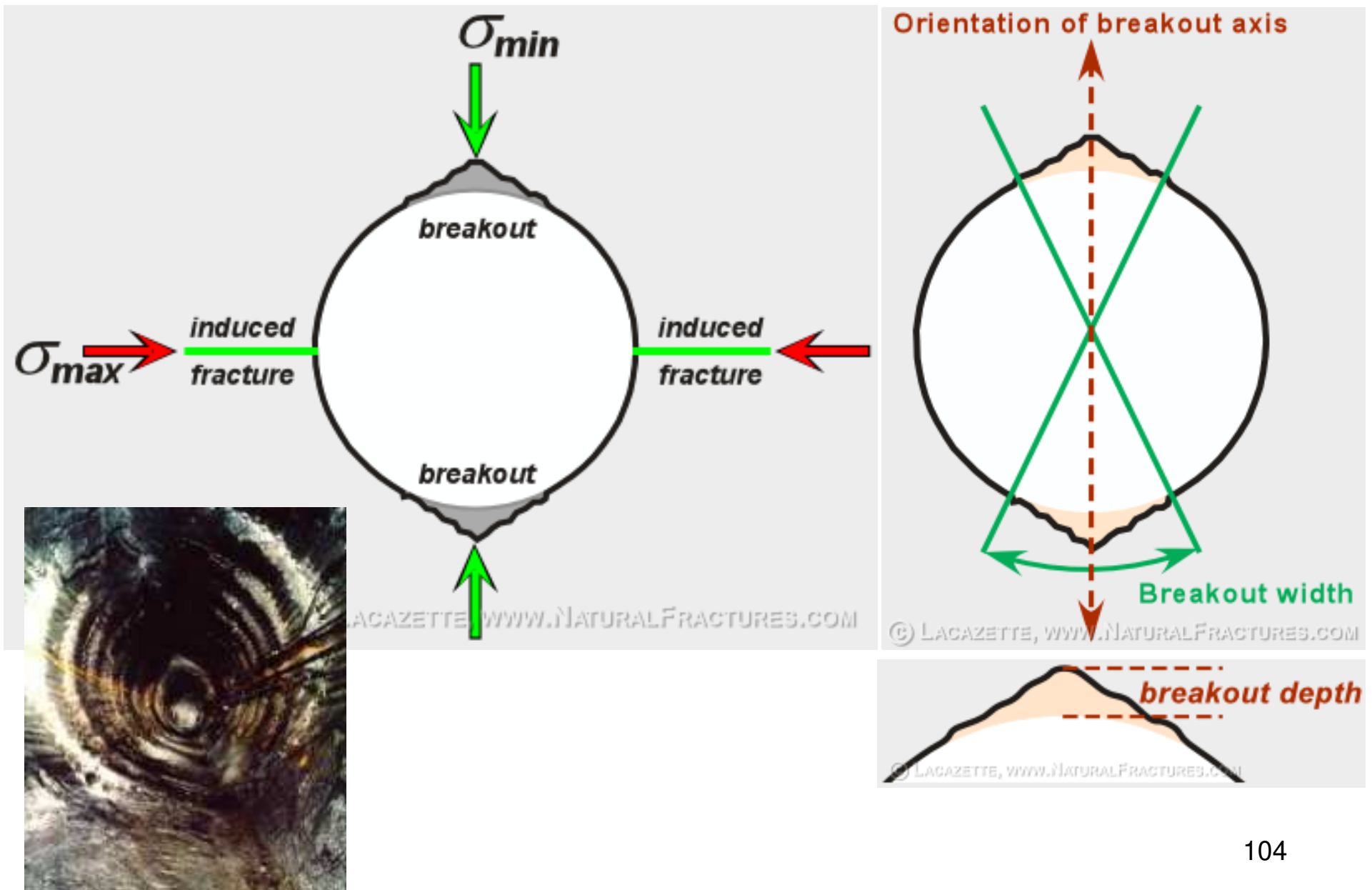


# Pression de boue et rupture des puits





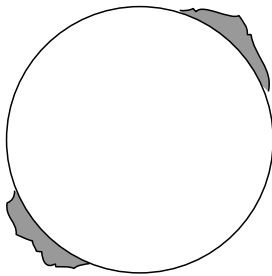
# Rupture en paroi des puits



# Wellbore breakouts

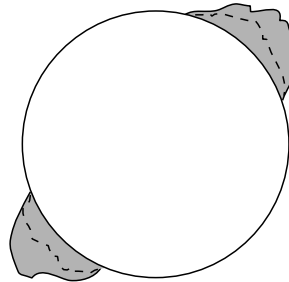
a.

small breakouts width    Stable well (breakout)

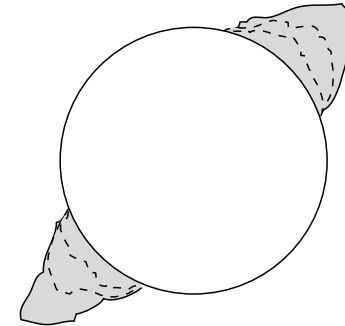


1.

*Initial breakouts < 60°*



2.

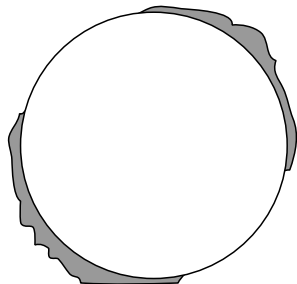


3.

*Stable wellbore*

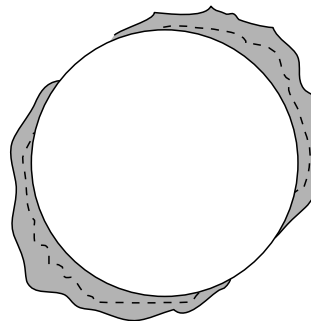
b.

large breakouts width    Unstable well (washout)

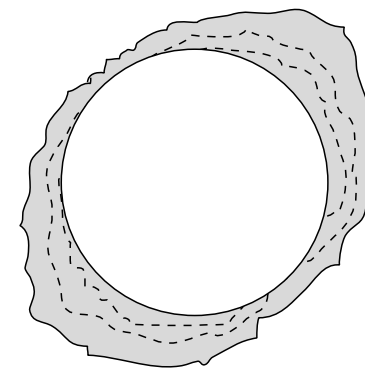


1.

*Initial breakouts ~120°*



2.

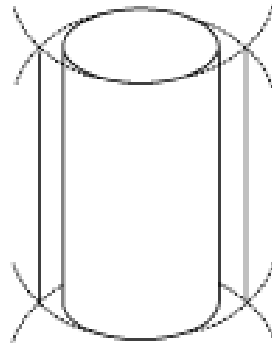
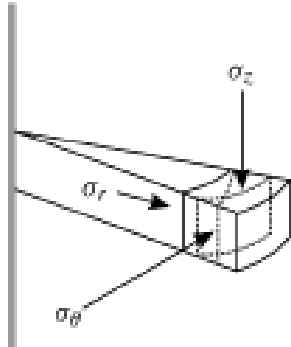


3.

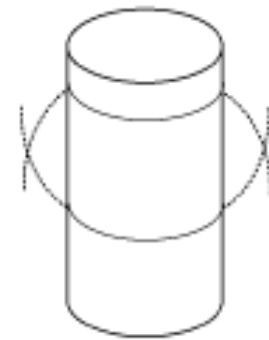
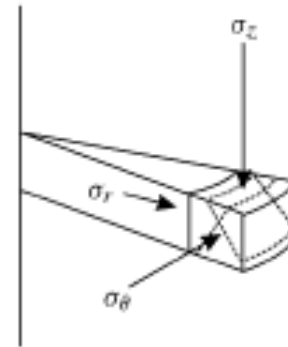
*Wellbore collapse*

# Borehole breakouts

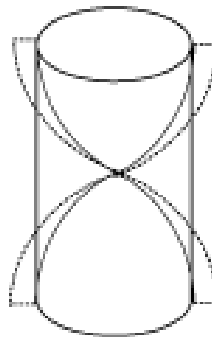
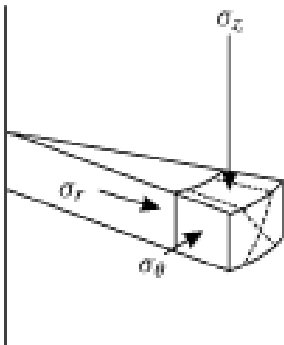
## Rupture modes for the failure of boreholes



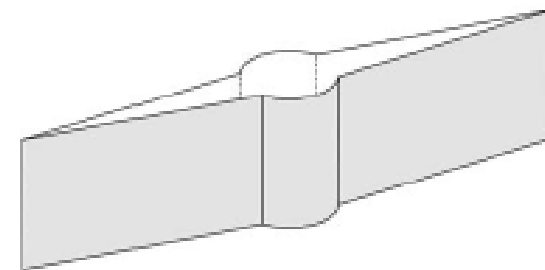
Shear surfaces intersecting parallel to the axial stress



Toroidal breakouts



Multishear surfaces intersecting parallel to the radius

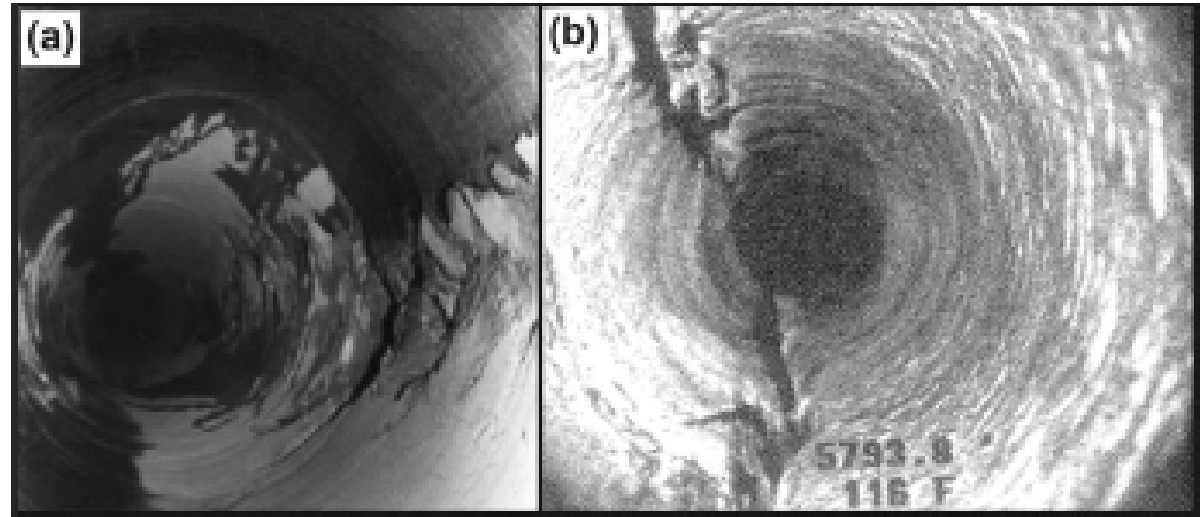
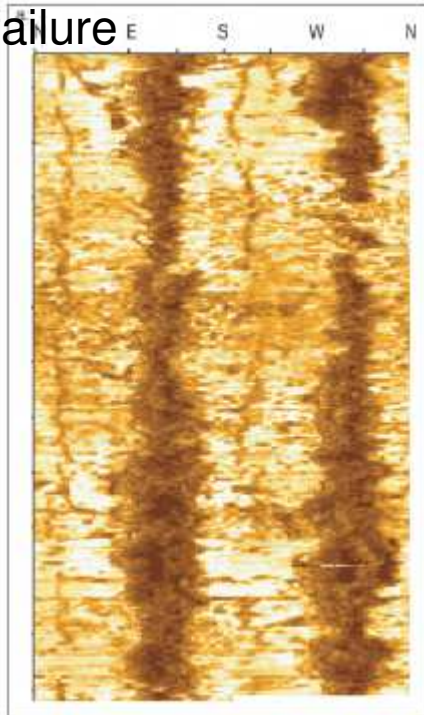


Vertical hydraulic fracturing

# Borehole breakouts

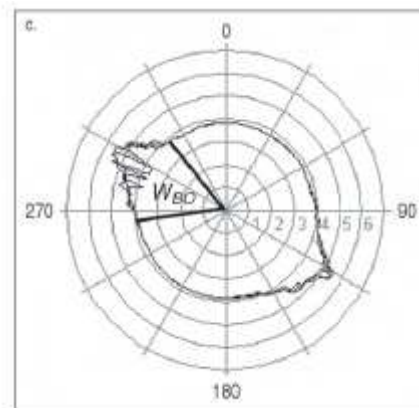


Cylindrical cavity after failure



Borehole breakouts observed by a  
dowhole camera

from Asquith and Krygowski  
(2004)



Wellbore breakouts appear in an ultrasonic borehole televiewer image as dark bands on either side of a well because of the low amplitude ultrasonic reflections off the wellbore wall

from Zoback, 2012