



## Séance 1

- Quelques rappels théoriques
- Présentation du cas d'étude
- Méthodes d'analyse au second ordre
- Méthode générale
- Méthode basée sur la rigidité nominale
- Méthode basée sur la courbure nominale
- Comparaison

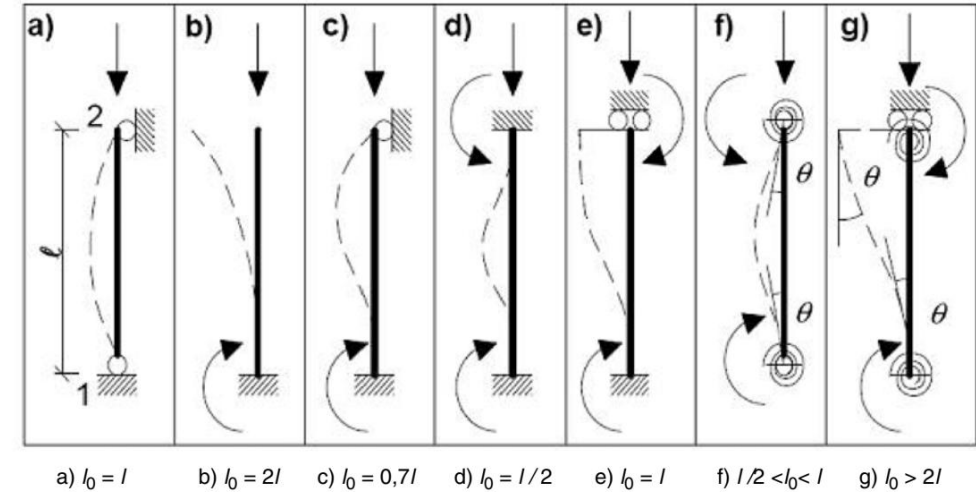


Figure 5.7 : Exemples de modes de flambement et longueurs efficaces correspondantes dans le cas d'éléments isolés

# RAPPELS THEORIQUES

RDM

Lien avec EC2 : Méthode basée sur la rigidité nominale

Lien avec EC2 : méthode base sur la courbure nominale

01.

☐ Calculs au premier ordre :

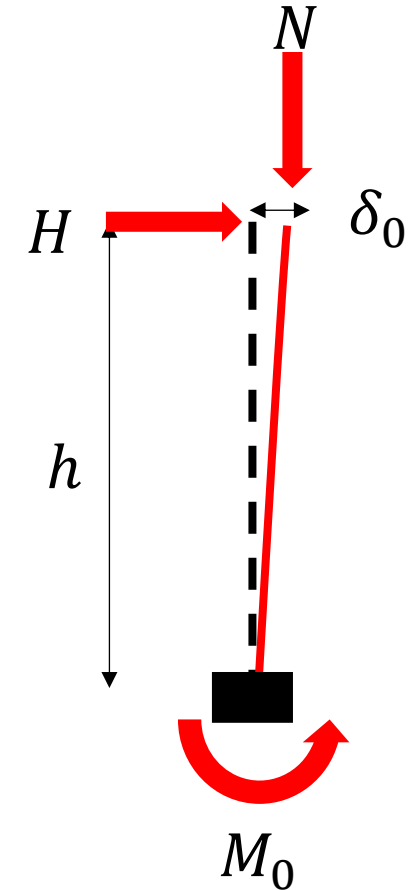
Ils ne prennent pas en compte les effets de la déformation de la structure sur les efforts et contraintes :

$$C_1 = H \times h$$

$$\delta_0 = H \times \frac{h^3}{3EI}$$



La charge verticale excentrée de  $\delta_0$  crée un moment complémentaire qui peut être significatif



*$\delta_0$  est une perturbation créée par un chargement latéral, un défaut d'alignement, une déformation initiale du poteau, qui sera amplifiée par  $V$ . Au 1er ordre,  $V$  ne crée pas de moment*

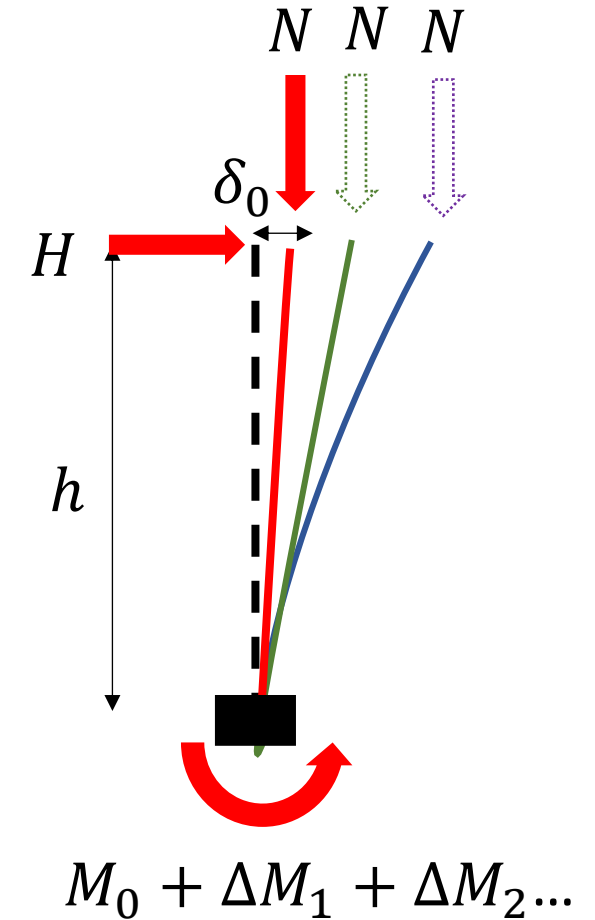
☐ Calculs au second ordre :

Ils intègrent les déformations de la structure :

Le déplacement  $\delta_0$  entraîne un accroissement du moment à la base :

$$\Delta M_1 = N \times \delta_0$$

Le moment additionnel crée une courbure additionnelle du poteau, donc un déplacement supplémentaire en tête du poteau, ce qui crée complément de moment en pied  $\Delta M_2$ , etc...



*$\delta_0$  est une perturbation créée par un chargement latéral, un défaut d'alignement, une déformation initiale du poteau, qui sera amplifiée par  $V$ . Au 1er ordre,  $V$  ne crée pas de moment*

## □ Calculs au second ordre : méthode d'Euler

A l'état « final », déplacement  $\delta_2$  de la tête du poteau

$$M(x) = H(h - x) + N(\delta_2 - v(x)) = EIv''(x)$$

$$\Rightarrow v''(x) + k^2v(x) = \frac{H}{EI}(h - x) + k^2\delta_2 \quad k^2 = N/EI$$

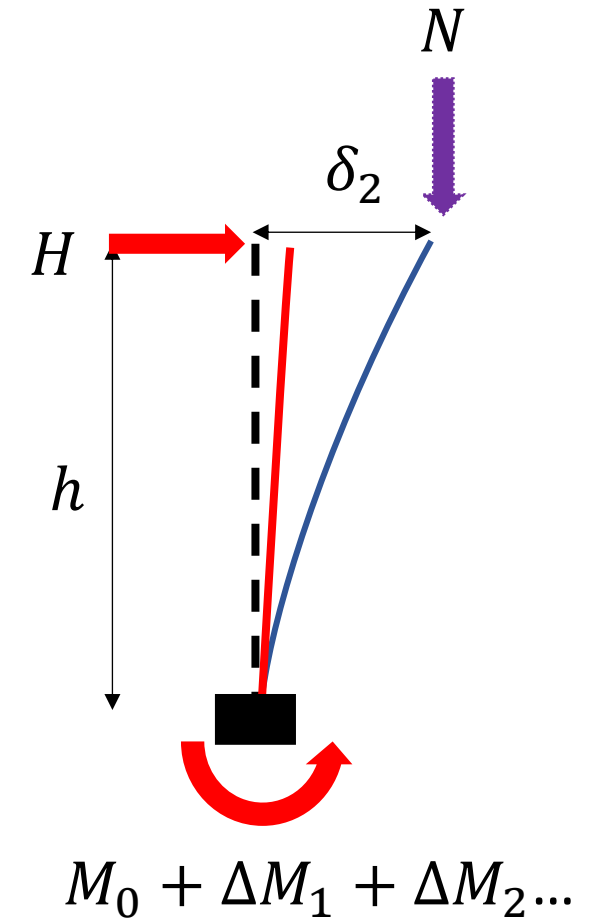
Solution de l'équation homogène:

$$v_h(x) = A \cos kx + B \sin kx$$

Solution particulière :

$$v_p(x) = \delta_2 + \frac{H}{N}(h - x)$$

Conditions aux limites :  $v(0) = 0$ ,  $v'(0) = 0$ ,  $v(h) = \delta_2$



## □ Calculs au second ordre : méthode d'Euler

On déduit :

$$\delta_2 = \frac{H}{N} \left( \frac{\tan kh}{kh} - 1 \right) h$$

Moment total du second ordre :

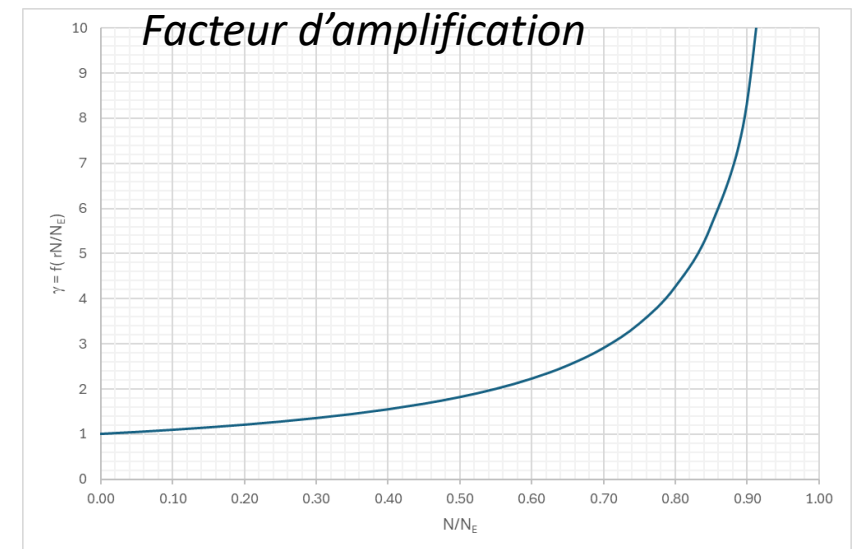
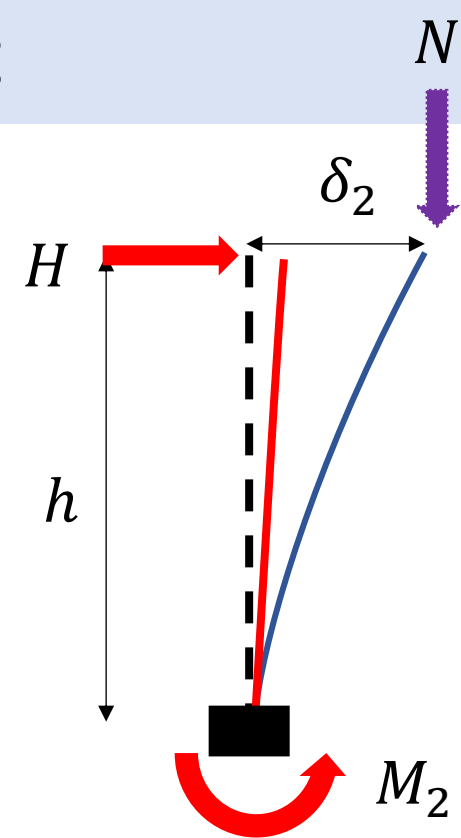
$$M_2 = M_0 + N \delta_2 = Hh \times \frac{\tan kh}{kh}$$

Le moment du premier ordre est amplifié du facteur :

$$\gamma = \frac{\tan kh}{kh} = \frac{\tan \left( \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{N/N_E} \right)}{\frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{N/N_E}}$$

Où  $N_E = \frac{\pi^2 EI}{4h^2}$

Spécification EN 1992-1-1 : effets de second ordre pris en compte s'ils représentent plus de 10% du moment total. Ici,  $\gamma = 1,1$  pour  $N = 0,108N_E$ .



## Calculs au second ordre : méthode simplifiée à courbure sinusoidale

On se donne :

- Une déformée du 1<sup>er</sup> ordre respectant les c.a.l. :

$$v_0(x) = \delta_0 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2h}\right)$$

- La déformée additionnelle, de même forme :

$$v_N(x) = \delta_N \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2h}\right)$$

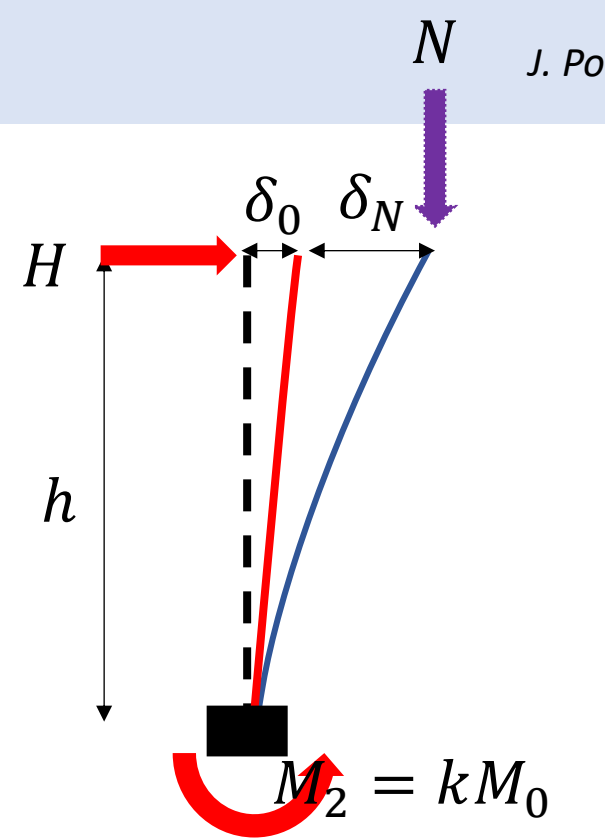
- Relation entre courbure additionnelle et moment additionnel dû à N :

$$EI v_N''(x) = N \left[ \delta_0 \cos \frac{\pi x}{2h} + \delta_N \cos \frac{2\pi x}{2h} \right]$$

On déduit :

$$\delta_N = \frac{N}{N_E - N}$$

$$v_2(x) = \delta_0 \left(1 + \frac{N}{N_E - N}\right) \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2h}\right) = \frac{N_E}{N_E - N} v_0(x)$$



$$\text{Où } N_E = \frac{\pi^2 EI}{4h^2}$$

## Calculs au second ordre : méthode simplifiée à courbure sinusoidale

Moment total incluant les effets du second ordre :

$$M_2 = Hh + \frac{N_E}{N_E - N} N \delta_0$$

Soit :

$$M_2 = M_0 \left( 1 + \frac{c}{N_E/N - 1} \right)$$

On retrouve la méthode de la rigidité nominale de l'EN 1992-1-1

### 5.8.7.3 Coefficient de majoration des moments

(1) Le moment de calcul total, incluant le moment de second ordre, peut être exprimé comme une valeur majorée du moment fléchissant résultant d'une analyse au premier ordre, à savoir :

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{\left( \frac{N_B}{N_{Ed}} \right) - 1} \right] \quad \dots (5.28)$$

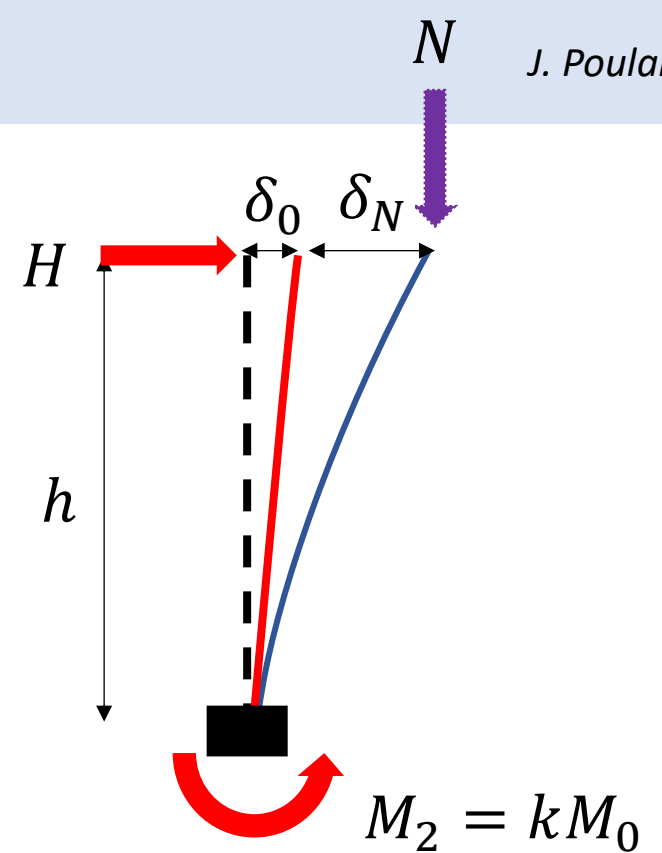
où :

$M_{0Ed}$  est le moment du premier ordre, voir également 5.8.8.2 (2)

$\beta$  est un coefficient qui dépend de la distribution des moments du premier et du second ordre, voir 5.8.7.3 (2)-(3)

$N_{Ed}$  est l'effort normal agissant de calcul

$N_B$  est la charge de flambement basée sur la rigidité nominale.



$$N_E = \pi^2 EI / 4h^2$$

$$\delta_0 = \frac{Hh^3}{3EI}$$

$$M_0 = Hh$$

$$c = \pi^2 / 12$$

☐ Calculs au second ordre : méthode simplifiée basée sur la courbure

Moment total incluant les effets du second ordre :

$$M_2 = M_0 + N\delta_2$$

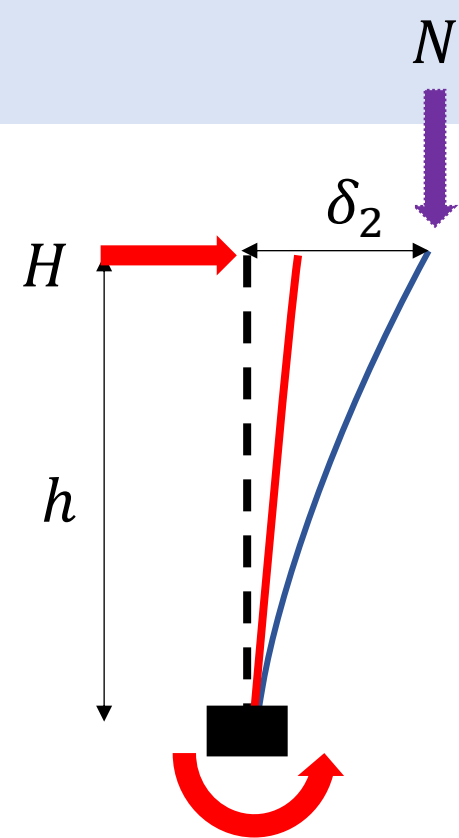
Où  $\delta_2$  est exprimé en fonction de la courbure de la section critique (ici pied de poteau).

On se donne une déformée respectant les c.a.l. :

$$v_2(x) = \delta_2 \left( 1 - \cos \frac{\pi x}{2h} \right)$$

Courbure maximale dans la section critique:

$$v''_{max} = \frac{\pi^2}{4h^2} \delta_2 \Rightarrow \delta_2 = \frac{4h^2}{\pi^2} v''_{max} = \frac{l_0^2}{\pi^2} v''_{max}$$



$$M_2 = M_0 + N\delta_2$$

$$l_0 = 2h$$

Longueur de flambement

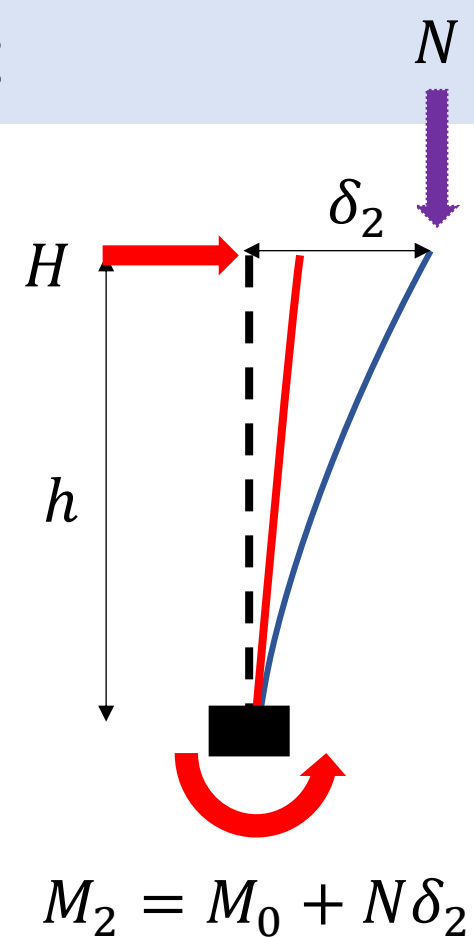
☐ Calculs au second ordre : méthode simplifiée basée sur la courbure

Moment maximal dans la section critique :

$$M_2 = M_0 + N\delta_2 = M_0 + Nv''_{max} \frac{l_0^2}{\pi^2}$$

En BA, on limite à courbure maximale :

$$v''_{max} = \frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_y}{0,45d} \quad \varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s}$$



### 5.8.8.2 Moments fléchissants

(1) Le moment de calcul vaut :

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad \dots (5.31)$$

où :

$M_{0Ed}$  est le moment du premier ordre, compte tenu de l'effet des imperfections, voir également 5.8.8.2 (2)

$M_2$  est le moment nominal du second ordre, voir 5.8.8.2 (3).

(3) Le moment nominal du second ordre  $M_2$  dans l'expression (5.31) vaut :

$$M_2 = N_{Ed} e_2 \quad \dots (5.33)$$

où :

$N_{Ed}$  est l'effort normal agissant de calcul

$e_2$  est la déformation  $e_2 = (1/r) l_0^2 / c$

$1/r$  est la courbure, voir 5.8.8.3

$l_0$  est la longueur efficace, voir 5.8.3.2

$c$  est un coefficient dépendant de la distribution des courbures, voir 5.8.8.2 (4).

(4) Dans le cas d'une section constante, on adopte normalement  $c = 10 (\approx \pi^2)$ . Si le moment du premier ordre est constant, il convient d'adopter une valeur inférieure (8 constituant une limite inférieure, qui correspond à un moment total constant).

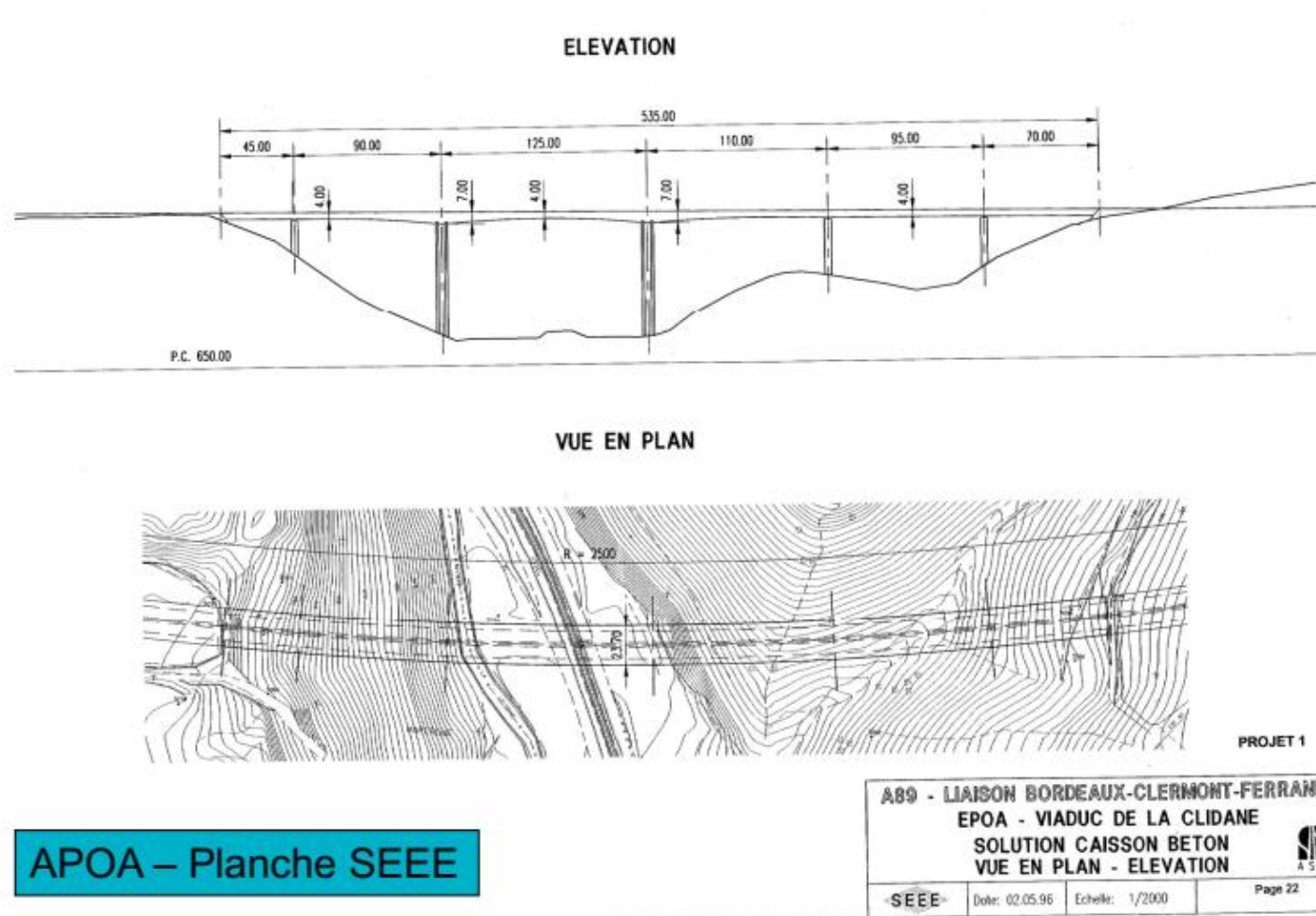
NOTE La valeur  $\pi^2$  correspond à une distribution sinusoïdale des courbures. Dans le cas d'une courbure constante,  $c = 8$ . On notera que  $c$  dépend de la distribution de la courbure totale, tandis que  $c_0$  en 5.8.7.3 (2) dépend de la courbure correspondant au moment de premier ordre uniquement.



# Présentation du cas d'étude

Viaduc de la Clidane

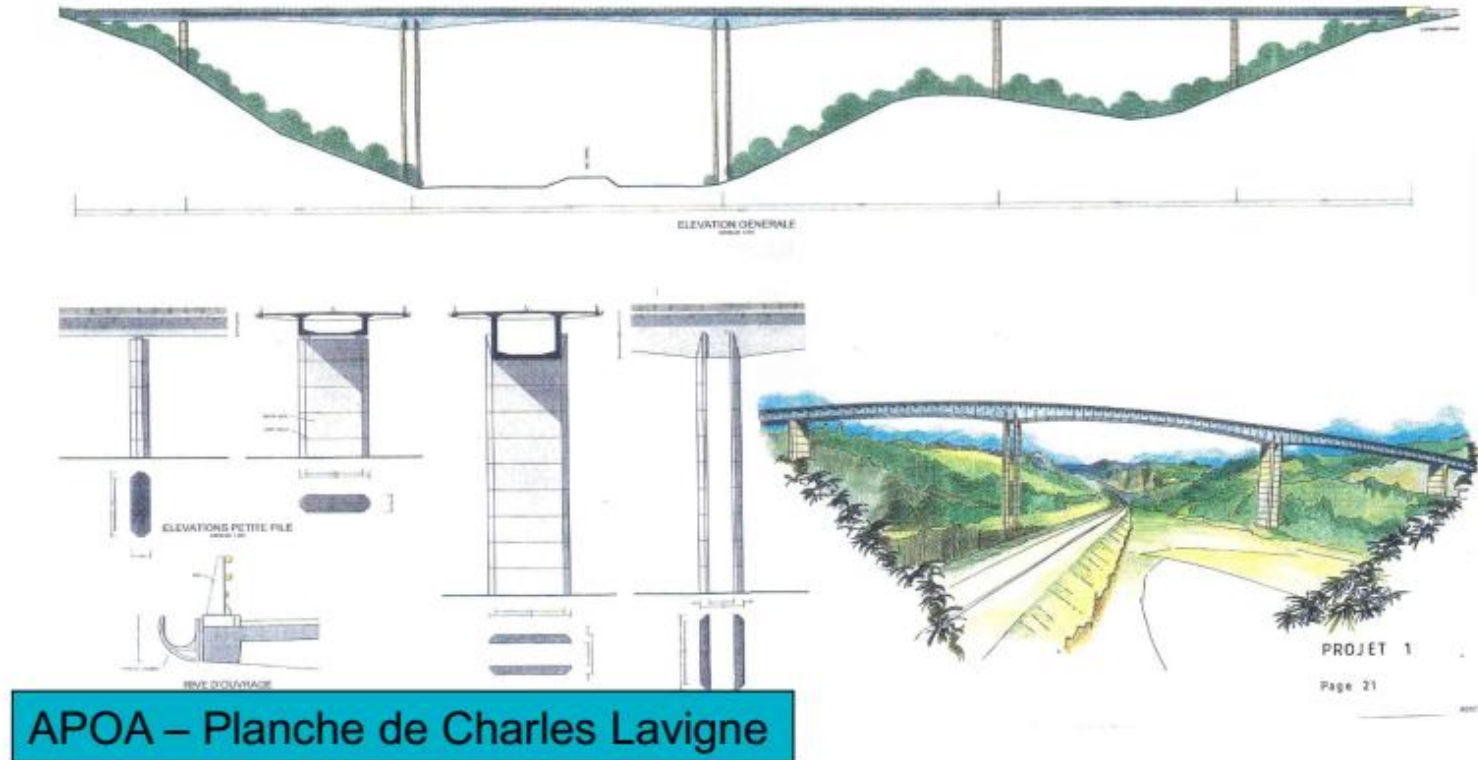
02.



**APOA – Planche SEEE**

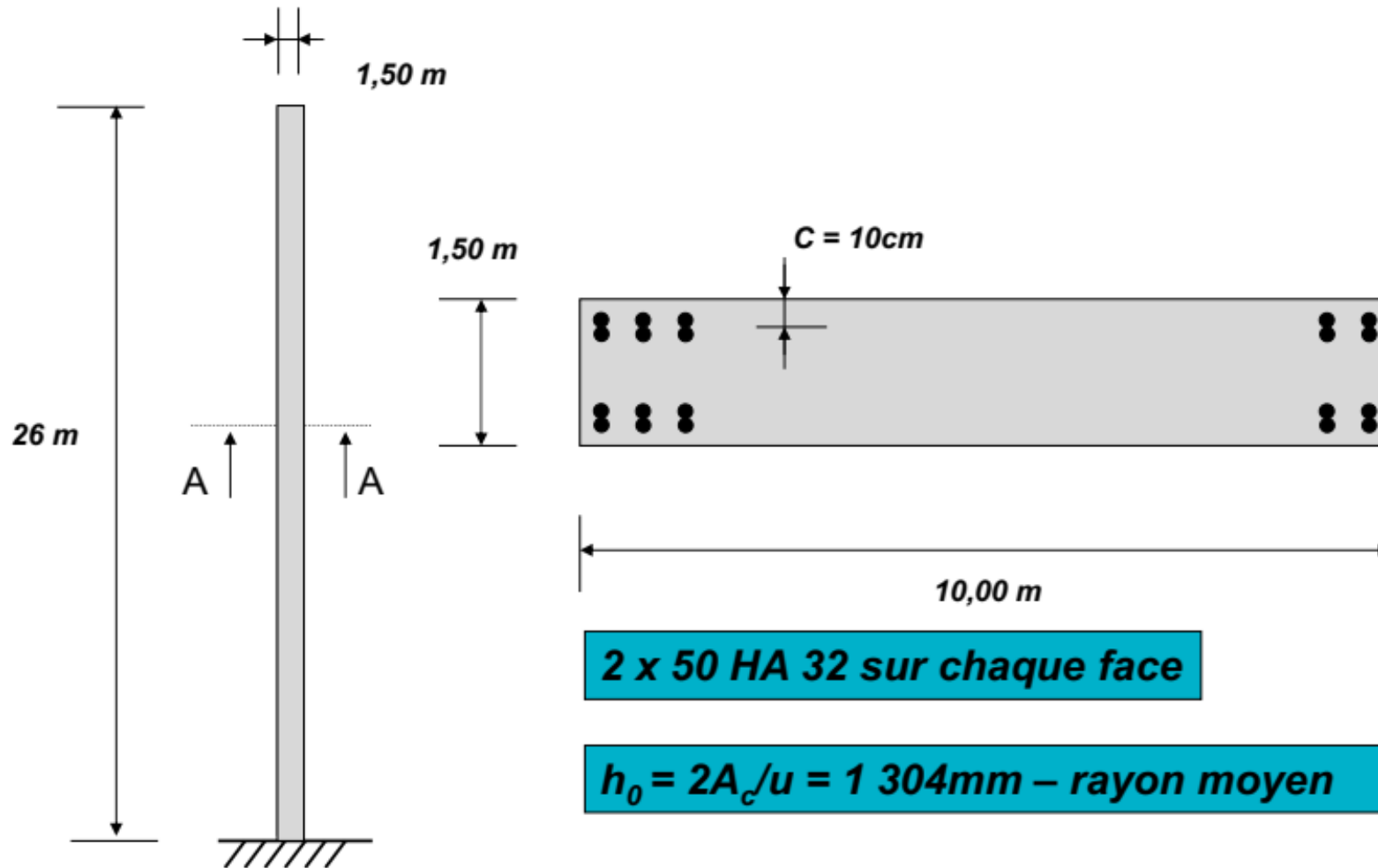
Pont précontraint autoroutier A89 (Bordeaux – Clermont Ferrand)  
 Franchissement de la vallée de la Clidane

## LE VIADUC DE LA CLIDANE OUVRAGE BETON



Piles dédoublées de 70m de hauteur  
Portée centrale de 132m

1. CARACTERISTIQUES DU FUT



100 HA32=804 cm<sup>2</sup>

100 HA32=804 cm<sup>2</sup>

$$\rho = \frac{1608}{1500} = 1,07\%$$

MATERIAU : BETON C60

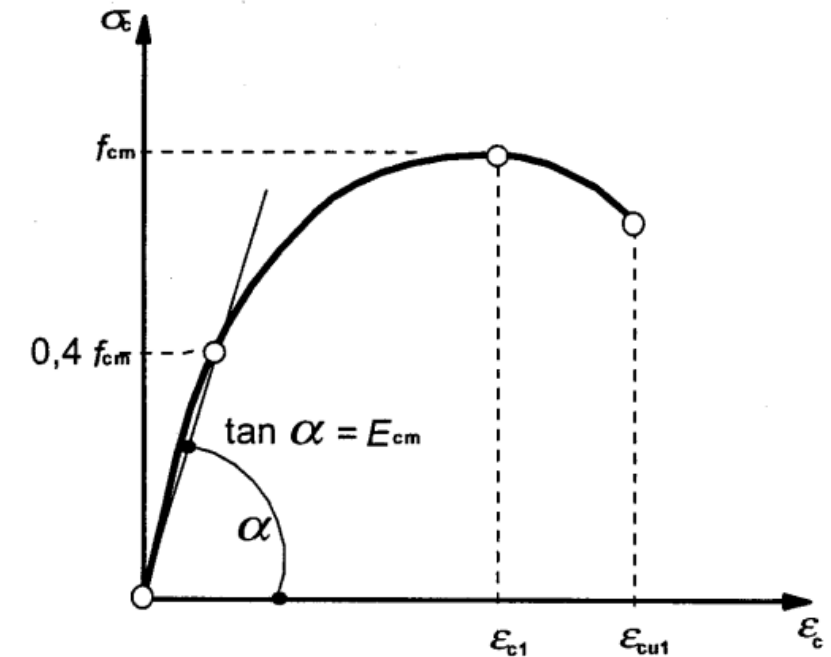
Relation contrainte-déformation pour l'analyse structurale non-linéaire:

Loi de Sargin :

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$$k = \frac{1,05 E_{cm}}{f_{cm}} \varepsilon_{c1}$$



EC2 Fig. 3.2

MATERIAU : BETON C60

$$f_{ck} = 60 \text{ MPa}$$

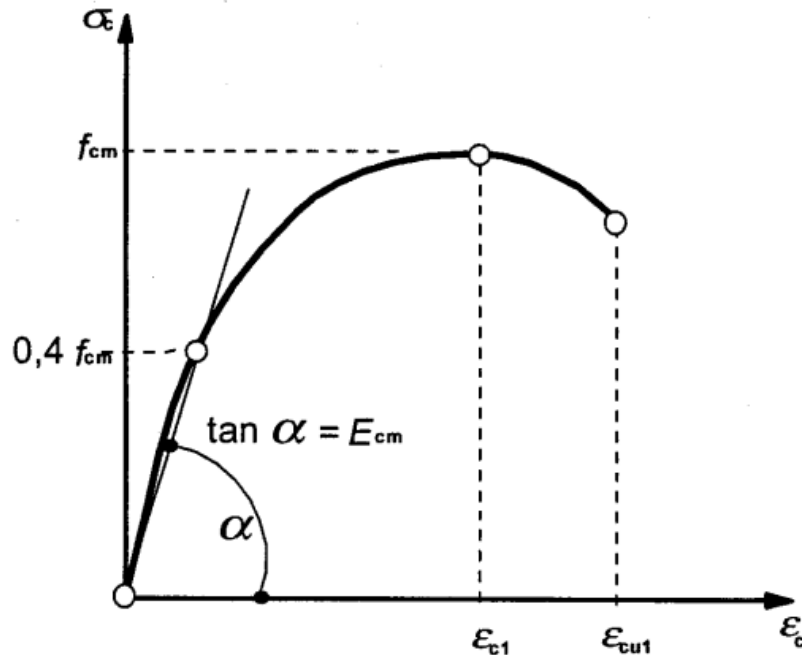
$$\gamma_c = 1,5$$

$$f_{cd} = 40 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 39\,000 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{c1} = 2,6\text{‰}$$

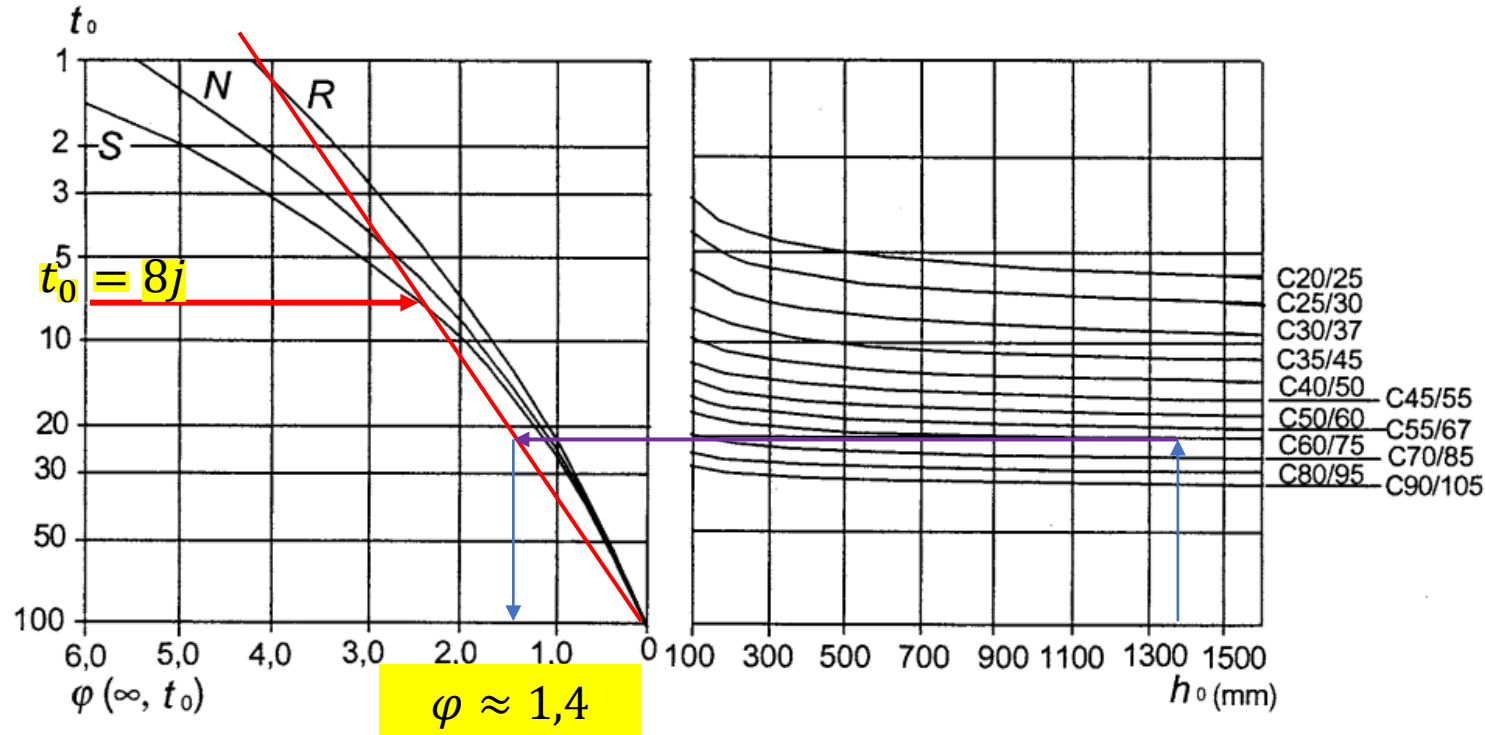
$$\varepsilon_{cu1} = 3\text{‰}$$



	Classes de résistance du béton													Expression analytique Commentaires	
$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck, cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
$f_{cm}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
$f_{ctm}$ (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$ fractile 5 %
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$ fractile 95 %
$E_{cm}$ (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm}/10)^{0,3}]$ ( $f_{cm}$ en MPa)
$\varepsilon_{c1}$ (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	Voir figure 3.2 $\varepsilon_{c1}(\text{‰}) = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$
$\varepsilon_{cu1}$ (‰)					3,5					3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	Voir figure 3.2 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu1}(\text{‰}) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
$\varepsilon_{c2}$ (‰)					2,0					2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	Voir Figure 3.3 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c2}(\text{‰}) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$
$\varepsilon_{cu2}$ (‰)					3,5					3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	Voir Figure 3.3 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu2}(\text{‰}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
$n$					2,0					1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
$\varepsilon_{c3}$ (‰)					1,75					1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	Voir Figure 3.4 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c3}(\text{‰}) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
$\varepsilon_{cu3}$ (‰)					3,5					3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	Voir Figure 3.4 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu3}(\text{‰}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

EC2 Tableau 3.1

Calcul du coefficient de fluage : méthode simplifiée



$RH = 80\%$   
 $h_0 = 1340\text{mm}$

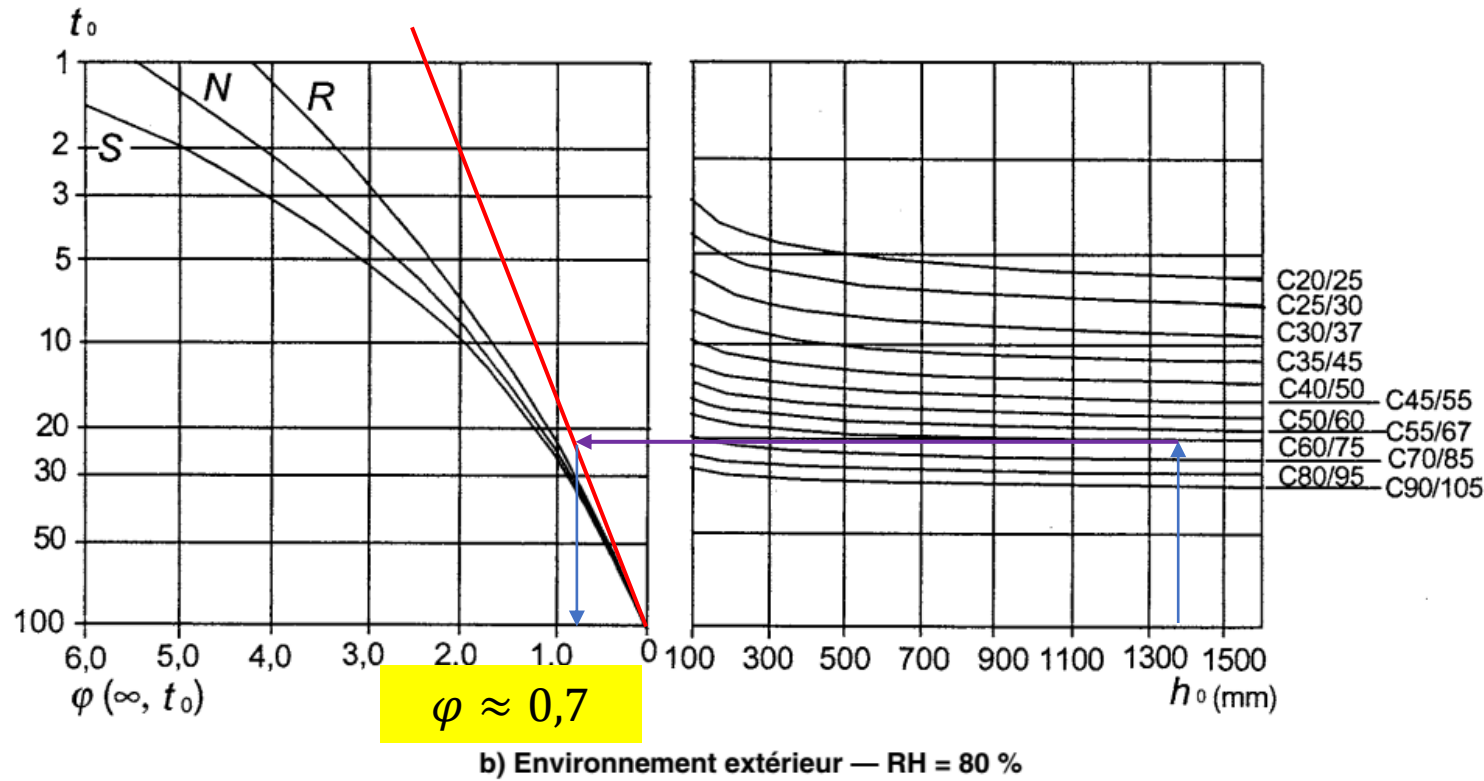
Exemple avec  $t_0 = 8j$

$\varphi \approx 1,4$

b) Environnement extérieur — RH = 80 %

EC2 §3.1.4(2)

Calcul du coefficient de fluage : méthode simplifiée



$RH = 80\%$   
 $h_0 = 1340mm$

ici :  
 $t_0 = 180j$   
=> On considère la tangente des courbes  $t_0 - \varphi$

EC2 §3.1.4(2)

Calcul du coefficient de fluage : détermination avec Annexe B – EN 1992-1-1

$\varphi_0$  coefficient de fluage conventionnel

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \times \beta(f_{cm}) \times \beta(t_0) = 0,680$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \sqrt[3]{h_0}} \alpha_1 \right] \alpha_2 \text{ pour } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}}$$

$$\alpha_1 = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7} ; \alpha_2 = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2}$$

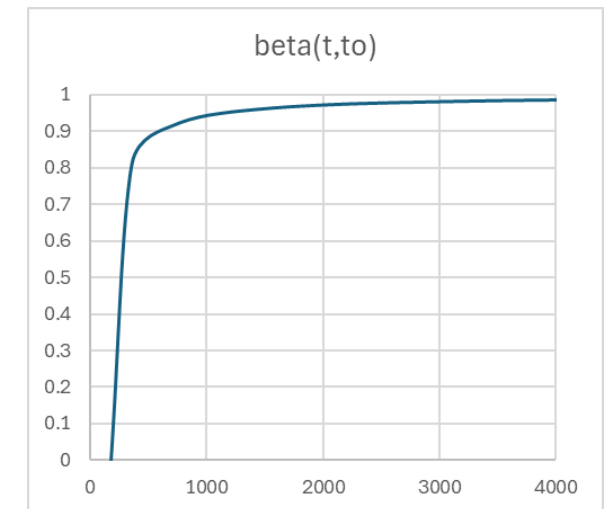
*Ici type de ciment non considéré car insensible compte tenu de  $t_0$*

$$\varphi(t, t_0) = \beta_c(t, t_0) \times \varphi_0 \quad \beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{t - t_0}{t - t_0 + \beta_H} \right]^{0,3}$$

Rem : il aurait été préférable d'appliquer l'EC2-2 applicable aux ponts et pièces épaisses.

### Coefficient de fluage selon EC2-B Viaduc de la Clidane

f <sub>cm</sub>	68 MPa	
b	1.5 m	
h	10 m	
t <sub>0</sub>	180 jours	
RH	80 %	
h <sub>0</sub>	1304	mm
β(f <sub>cm</sub> )	2.037	
β(t <sub>0</sub> )	0.342	
α <sub>1</sub>	0.628	
α <sub>2</sub>	0.876	
φ <sub>RH</sub>	0.976	
φ <sub>0</sub>	<b>0.680</b>	



## CHARGEMENT

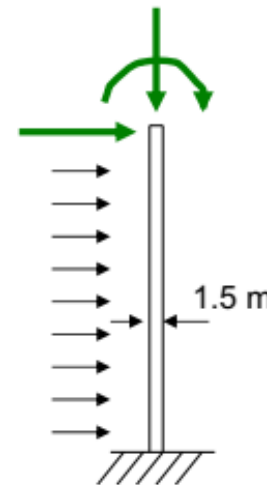
- Charges appliquées en tête de pile

<i>Charges permanentes</i>	<i>Charges routières d'exploitation</i>	<i>Forces horizontales de freinage</i>
$N_G = 30 \text{ MN}$ $M_G = 4 \text{ MNm}$	$N_Q = 18 \text{ MN}$ $M_Q = 2 \text{ MNm}$	$H_Q = 0.18 \text{ MN}$

*On considérera  $H_Q$  concomitant à  $N_Q, M_Q$*

- Effet du vent sur la hauteur de la pile

<i>Charge de vent</i>
$p_w = 10 \text{ KN/ml}$



## IMPERFECTIONS GEOMETRIQUES

Elles doivent être intégrées dans l'analyse structurale à l'ELU (pas à l'ELS).  
Elles peuvent être représentées par une déviation angulaire :

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h$$

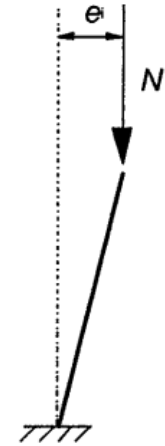
$\theta_0 = 1/200$  valeur de base

$2/3 < \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} < 1$  facteur de correction lié à la hauteur

L'effet peut être modélisé par une excentricité de l'effort vertical :

$$e_i = \theta_i h$$

$$\text{Ici : } \theta_i = \frac{1}{200} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{300} \Rightarrow e_i = \frac{26}{300} = \mathbf{0,0867m}$$



EC2-2 §5.2

## CALCULS DES EFFORTS EN PIED ET EN TÊTE

L'analyse des effets de second ordre se fait à l'**ELU**  
 Mais nécessite également de connaître les efforts à l'**ELSpq**  
 pour déterminer le coefficient de fluage effectif

- Combinaison ELU fondamentale :

$$\sum \gamma_{Gsup} G_{sup} + \sum \gamma_{Ginf} G_{inf} + \gamma_{Q1} Q_{k1} + \sum \gamma_{Qi} \Psi_{oi} Q_{ki}$$

Avec :

$\gamma_G = 1. ou 1.35$  selon le caractère favorable ou défavorable

$\gamma_{Q1} = 1.35$  pour la charge de trafic prépondérante

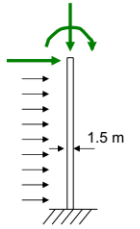
$\gamma_{Qi} = 0 ou 1.5$  pour les autres charges en fonction de leur caractère

- Charges appliquées en tête de pile

Charges permanentes	Charges routières d'exploitation	Forces horizontales de freinage
$N_G = 30 \text{ MN}$ $M_G = 4 \text{ MNm}$	$N_Q = 18 \text{ MN}$ $M_Q = 2 \text{ MNm}$	$H_Q = 0.18 \text{ MN}$

- Effet du vent sur la hauteur de la pile

Charge de vent
$p_w = 10 \text{ KN/ml}$



ECO §6

ECO/A1Tab A.2.4.B

## CALCULS DES EFFORTS EN PIED ET EN TÊTE

- Coefficients de combinaison  $\Psi_{0i}$

Action	Symbole		$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
Charges de trafic (voir l'EN 1991-2, tableau 4.4)	gr1a (LM1+ charges de piétons ou de piste cyclable) <sup>1)</sup>	TS	0,75	0,75	0
		UDL	0,40	0,40	0
		Charges de piétons + piste cyclable <sup>2)</sup>	0,40	0,40	0
	gr1b (essieu unique)		0	0,75	0
	gr2 (forces horizontales)		0	0	0
	gr3 (charges dues aux piétons)		0	0	0
Forces dues au vent	$F_{Wk}$ — situations de projet durables — exécution		0,6	0,2	0
			0,8	—	0
	$F_W^i$		1,0	—	—
Actions de la température	$T_k$		0,6 <sup>3)</sup>	0,6	0,5
Charges de neige	$Q_{Sn,k}$ (pendant l'exécution)		0,8	—	—
Charges de construction	$Q_c$		1,0	—	1,0

(3) Il n'est pas nécessaire de combiner les charges de neige ni les actions du vent avec :

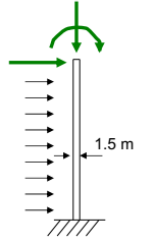
- les forces de freinage ou d'accélération, ou les forces centrifuges, ou le groupe de charge associé gr2,

- Charges appliquées en tête de pile

Charges permanentes	Charges routières d'exploitation	Forces horizontales de freinage
$N_G = 30$ MN $M_G = 4$ MNm	$N_G = 18$ MN $M_G = 2$ MNm	$H_G = 0.18$ MN

- Effet du vent sur la hauteur de la pile

Charge de vent
$p_w = 10$ KN/ml



EC0/A1Tab A.2.1

EC0/A1 A.2.2(3)

## CALCULS DES EFFORTS EN PIED ET EN TÊTE

### Efforts en tête :

$$N_{ed,top} = 1,35N_G + 1,35N_Q$$

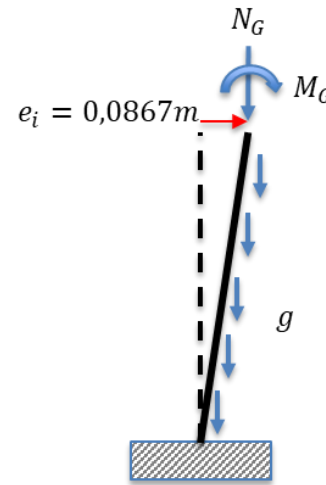
$$M_{ed,top} = 1,35M_G + 1,35M_Q$$

### Efforts en pied :

$$N_{ed,bot} = N_{ed,top} + 1,35G_{pile}$$

$$M_{ed,bot} = \max \begin{cases} M_{ed,top} + N_{ed,top} \times e_i + 1,35G_{pile} \times \frac{e_i}{2} + 1,35H_Q \times h \\ M_{ed,top} + N_{ed,top} \times e_i + 1,35G_{pile} \times \frac{e_i}{2} + 1,5p_w \times \frac{h^2}{2} \end{cases}$$

Ce sont les moments de premier ordre à l'ELU



- Charges appliquées en tête de pile

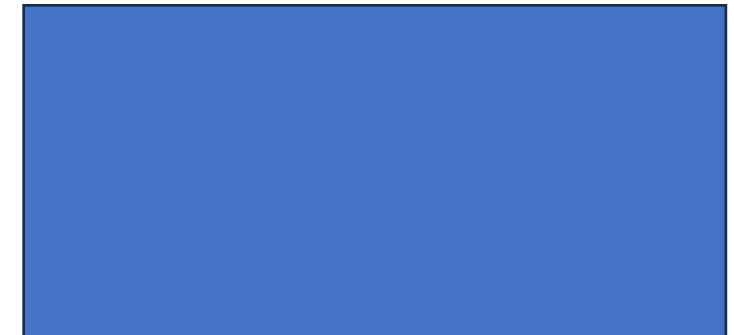
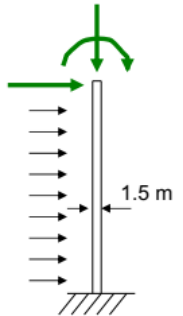
Charges permanentes	Charges routières d'exploitation	Forces horizontales de freinage
$N_G = 30 \text{ MN}$ $M_G = 4 \text{ MNm}$	$N_Q = 18 \text{ MN}$ $M_Q = 2 \text{ MNm}$	$H_Q = 0.18 \text{ MN}$

- Effet du vent sur la hauteur de la pile

Charge de vent
$p_w = 10 \text{ KN/ml}$

$$h = 26 \text{ m}$$

$$\gamma = 26 \text{ kN/m}^3$$



## CALCULS DES EFFORTS EN PIED ET EN TÊTE

L'analyse des effets de second ordre se fait à l'ELU

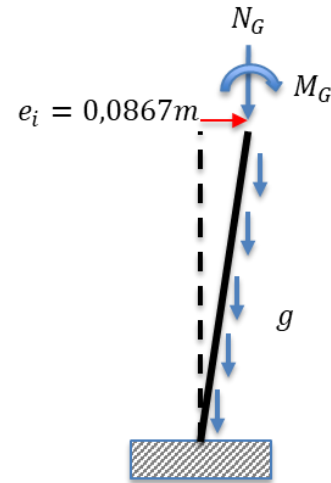
Mais nécessite également de connaître les efforts à l'ELSpq pour déterminer le coefficient de fluage effectif

- Combinaison ELSqp:

$$\sum G_{sup} + \sum G_{inf} + \sum \Psi_{2i} Q_{ki}$$

Avec :

Ici, tous les  $\Psi_{2i}$  sont nuls



- Charges appliquées en tête de pile

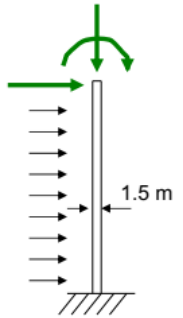
Charges permanentes	Charges routières d'exploitation	Forces horizontales de freinage
$N_G = 30 \text{ MN}$ $M_G = 4 \text{ MNm}$	$N_Q = 18 \text{ MN}$ $M_Q = 2 \text{ MNm}$	$H_Q = 0.18 \text{ MN}$

- Effet du vent sur la hauteur de la pile

Charge de vent
$p_w = 10 \text{ kN/ml}$

$$h = 26m$$

$$\gamma = 26 \text{ kN/m}^3$$



ECO §6

ECO/A1Tab A.2.6

## CALCULS DES EFFORTS EN PIED ET EN TÊTE

### Efforts en tête :

$$N_{elsqp,top} = N_G$$

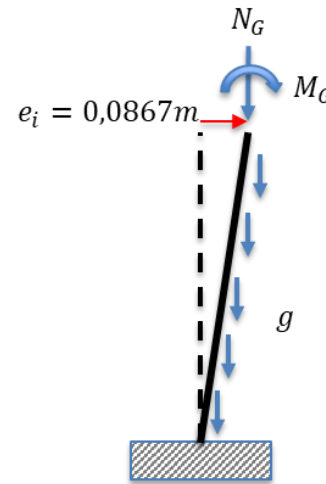
$$M_{elsqp,top} = M_G$$

### Efforts en pied :

$$N_{elsqp,bot} = N_{G,top}$$

$$M_{elsqp,bot} = M_{G,top} + N_G \times e_i + N_{G,pile} \times \frac{e_i}{2}$$

Ce sont les moments de premier ordre à l'ELSqp



- Charges appliquées en tête de pile

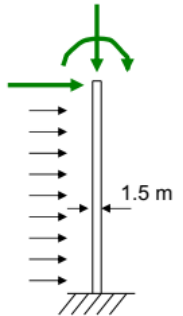
Charges permanentes	Charges routières d'exploitation	Forces horizontales de freinage
$N_G = 30 \text{ MN}$ $M_G = 4 \text{ MNm}$	$N_Q = 18 \text{ MN}$ $M_Q = 2 \text{ MNm}$	$H_Q = 0.18 \text{ MN}$

- Effet du vent sur la hauteur de la pile

Charge de vent
$p_w = 10 \text{ kN/ml}$

$$h = 26 \text{ m}$$

$$\gamma = 26 \text{ kN/m}^3$$





# Méthodes d'analyse au second ordre



03.

Quand doit-on faire une analyse au second ordre ?

Quand les effets de second ordre représentent plus de 10% des effets du 1<sup>er</sup> ordre.

Critères simplifiés pour décider : **l'élancement**

$$\lambda < \lambda_{lim} = \frac{ABC}{\sqrt{n}} \Rightarrow \text{pas de calcul au second ordre}$$

EC2 §5.8.2

$$A = \frac{1}{1+0.2 \times \varphi_{eff}}$$

$\varphi_{eff}$ : coefficient de fluage effectif

$$B = \sqrt{1 + 2\omega}$$

$A_s$ : aire totale d'aciers passifs,

$A_c$ : aire section béton

$$C = 1,7 - r_m$$

$r_m = M_{O1}/M_{O2}$  rapport des moments aux extrémités avec

$|M_{O2}| > |M_{O1}|$ . Si  $r_m$  non connu, prendre  $C = 0,7$

$$n = N_{Ed}/A_c f_{cd}$$

$\omega$  ratio mécanique

$$\omega = A_s f_{yd}/A_c f_{cd}$$

EC2 §5.8.3

## Calcul du coefficient effectif de fluage

**Il permet de tenir compte de façon pondérée des charges permanentes**

$$\varphi_{eff} = \varphi(t, t_0) \times M_{0Eqp} / M_{0Ed}$$

$M_{0Eqp}$ : moment de premier ordre sous combinaison quasi-permanente (ELS)

$M_{0Ed}$ : moment de premier ordre sous combinaison de charges ELU

## Application au projet

Ici :

$$\varphi_{eff} = \varphi(t, t_0) \times \frac{M_{0qp}}{M_{0Ed}} =$$



*Ici les effets de second ordre ont été prise à l'ELSqp pour maximiser  $\varphi_{eff}$  et par souci de cohérence dans la définition du moment du premier ordre avec prise en compte des imperfections*

EC2 §5.8.4

Quand doit-on faire une analyse au second ordre ?

$$\lambda_{lim} = 20 \frac{ABC}{\sqrt{n}} \Rightarrow \text{pas de calcul au second ordre}$$

$$A = \frac{1}{1 + 0.2 \times \varphi_{eff}} = \dots$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \dots$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = \dots$$

$$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}} = \dots$$

$$C = 1,7 - r_m = \dots$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} = \dots$$

$\varphi_{eff}$ : coefficient de fluage effectif

$A_s$ : aire totale d'aciers passifs,

$A_c$ : aire section béton

$r_m = M_{01}/M_{02}$  rapport des moments aux extrémités avec  $|M_{02}| > |M_{01}|$ . Si  $r_m$  non connu, prendre  $C = 0,7$

EC2 §5.8.2

EC2 §5.8.3

Quand doit-on faire une analyse au second ordre ?

$$\lambda_{lim} = 20 \frac{ABC}{\sqrt{n}} = 20 \times \frac{0.956 \times 1.110 \times 0.7}{\sqrt{0.131}} = 41.1$$

$$A = \frac{1}{1 + 0.2 \times \varphi_{eff}} = \frac{1}{1 + 0.2 \times 0.232} = 0.956$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \frac{200 \times 8.04 \times 10^{-4} \times 435}{15 \times 40} = 0.1165$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1.110$$

$r_m$  : non calculé

$$C = 1.7 - r_m = 0.7$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} = 0.131$$

$\varphi_{eff}$ : coefficient de fluage effectif

$A_s$ : aire totale d'aciers passifs,

$A_c$ : aire section béton

$r_m = M_{01}/M_{02}$  rapport des moments aux extrémités avec  $|M_{02}| > |M_{01}|$ . Si  $r_m$  non connu, prendre  $C = 0,7$

EC2 §5.8.2

EC2 §5.8.3

Quand doit-on faire une analyse au second ordre ?

$$\lambda_{lim} = 20 \frac{ABC}{\sqrt{n}} = 20 \times \frac{0.956 \times 1.110 \times 0.7}{\sqrt{0.131}} = 41.1$$

Calcul de l'élancement

$$I = \frac{bh^3}{12}; A = bh \Rightarrow i = \sqrt{I/A} = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{1,5}{\sqrt{12}} = 0.433m$$

$$l_f = 2l = 2 \times 26 = 52m$$

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{52}{0.433} = 120$$

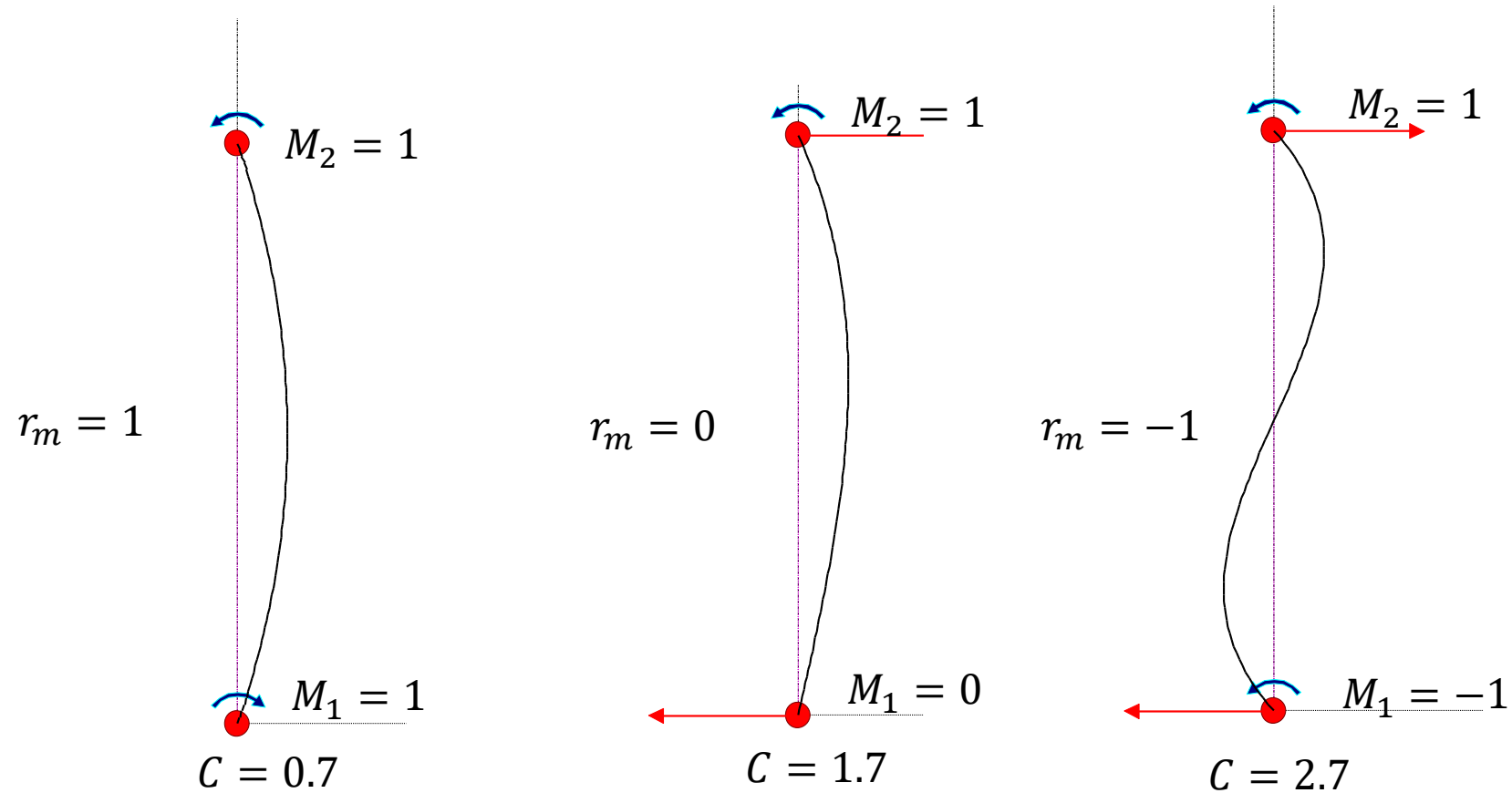
*Inertie dans la direction de flambement*

**=> Il faut faire un calcul au second ordre**

EC2 §5.8.2

EC2 §5.8.3.1

## Evolution de $r_m$ en fonction du signe des moments aux extrémités



Si les 2 moments aux extrémités sont de même signe, ils accentuent la courbure du poteau

Si les 2 moments aux extrémités sont de signe opposé, la courbure s'annule à un endroit du poteau, ce qui contribue à diminuer sa longueur de flambement.

## 3 TYPES D'ANALYSE POSSIBLES

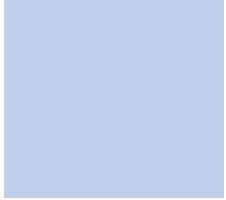
EC2 §5.8.5

- **Méthode générale**, basée sur une analyse non-linéaire au second ordre
- Méthode (simplifiée) basée sur une **rigidité nominale**
- Méthode (simplifiée) basée sur une **courbure nominale**

EC2 §5.8.6

EC2 §5.8.7

EC2 §5.8.8



# Méthode générale

04.

## Principe général :

- Identifier les sections critiques pour réduire la complexité du problème et éviter une analyse globale de la structure
- Dans les sections critiques, vérifier qu'il existe un état de déformation des matériaux (donc une courbure  $\chi$  ) tel que :

$$M_{Rd}(\chi) \geq M_{ed}(\chi)$$

$M_{Rd}(\chi)$  = résistance de la section

$M_{ed}(\chi)$  = moment provoqué par les actions

**Il faut donc établir des courbes « Moment-courbure » pour les actions et la résistance des sections critiques**

EC2 §5.8.6

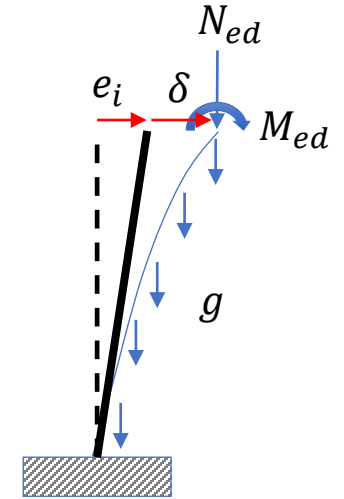
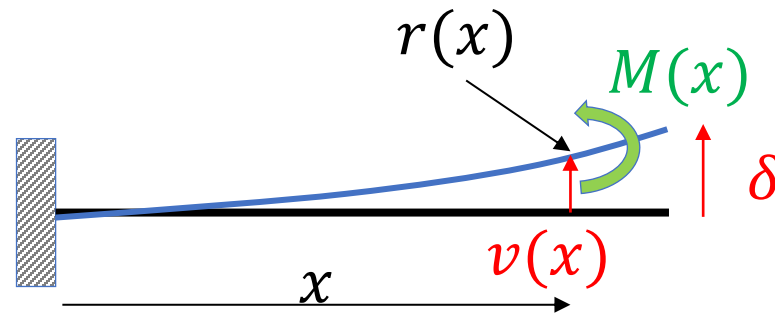
## Principe général :

- Les effets du second ordre sont pris en compte
- Le fluage est pris en compte dans les deux termes

**Relation moment-courbure externe  $M_{ed}(\chi)$  dans la section critique**  
(ici la base de la pile)

Rappel : Equation de Bresse :

$$M(x) \approx EI \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} = EI \chi(x) = EI \times \frac{1}{r(x)}$$



Déformée retenue pour le problème :

$$v(x) = \delta \left( 1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right)$$

La déformée respecte les conditions  $v(0) = 0 ; v(l) = \delta ; \theta(0) = v'(0) = 0$

EC2 §5.8.6

**Relation moment-courbure externe  $M_{ed}(\chi)$  dans la section critique**  
(ici la base de la pile)

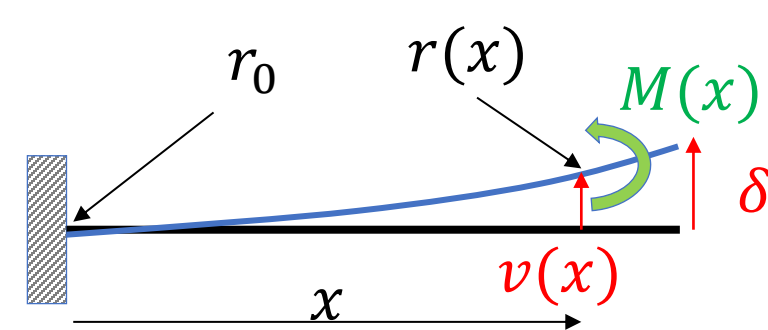
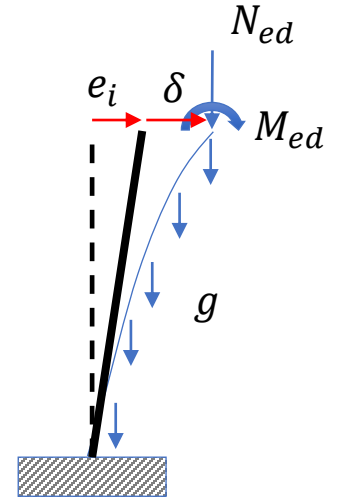
Courbure à la base de la pile :

$$v''(0) = \frac{1}{r_0} = \frac{\pi^2}{4l^2} \delta$$

Soit:

$$\delta = \frac{4l^2}{\pi^2} \frac{1}{r_0} = \frac{l_o^2}{\pi^2} \frac{1}{r_0}$$

$l_o = 2l$  : longueur de flambement de la console



EC2 §5.8.6

**Relation moment-courbure externe  $M_{ed}(\chi)$  dans la section critique**  
(ici la base de la pile)

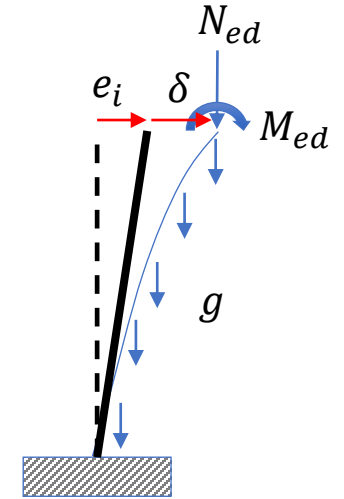
Moment à la base de la pile avec la déformée choisie

$$M_{o2d} = M_{ed} + N_{ed}(e_i + \delta) + \int_0^l g(e_i + v(x))dx$$

$$M_{o2d} = M_{ed} + \left(N_{ed} + \frac{gl}{2}\right)e_i + N_{ed}\delta + g\delta l \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)$$

$$M_{o2d} \approx M_{ed} + \left(N_{ed} + \frac{gl}{2}\right)e_i + \left(N_{ed} + \frac{1}{3}gl\right)\delta$$

$$M_{o2d} = M_{ed} + \left(N_{ed} + \frac{gl}{2}\right)e_i + \left(N_{ed} + \frac{1}{3}gl\right)\frac{4l^2}{\pi^2} \frac{1}{r_o} = A + B \times \frac{1}{r_o}$$



$$v(x) = \delta \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l}\right)$$

$$\delta = \frac{4l^2}{\pi^2} \frac{1}{r_o}$$

EC2 §5.8.6

**Relation moment-courbure externe  $M_{ed}(\chi)$  dans la section critique**  
(ici la base de la pile)

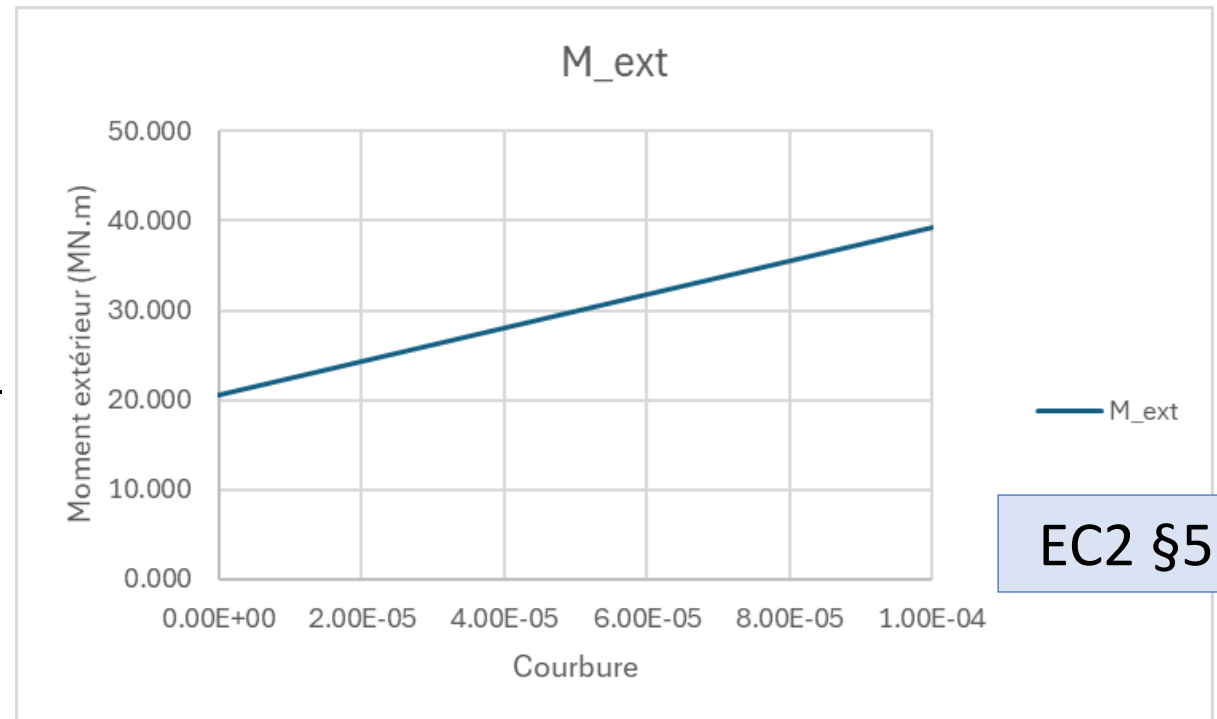
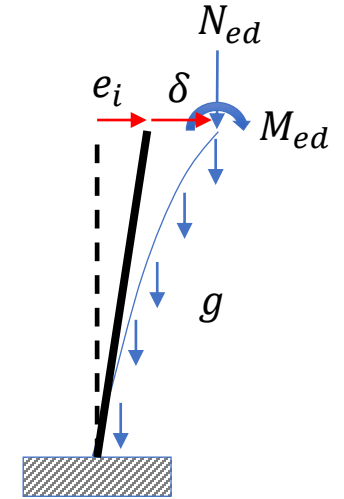
Moment à la base de la pile avec la déformée choisie

$$M_{o2d} = M_{o1} + \left( N_{ed} + \frac{1}{3} gl \right) \frac{4l^2}{\pi^2} \frac{1}{r_o} = A + B \times \frac{1}{r_o}$$

$$A = M_{ed} + \left( N_{ed} + \frac{gl}{2} \right) e_i = M_{od} = \dots$$

$$B = \left( N_{ed} + \frac{1}{3} gl \right) \frac{4l^2}{\pi^2} = \dots$$

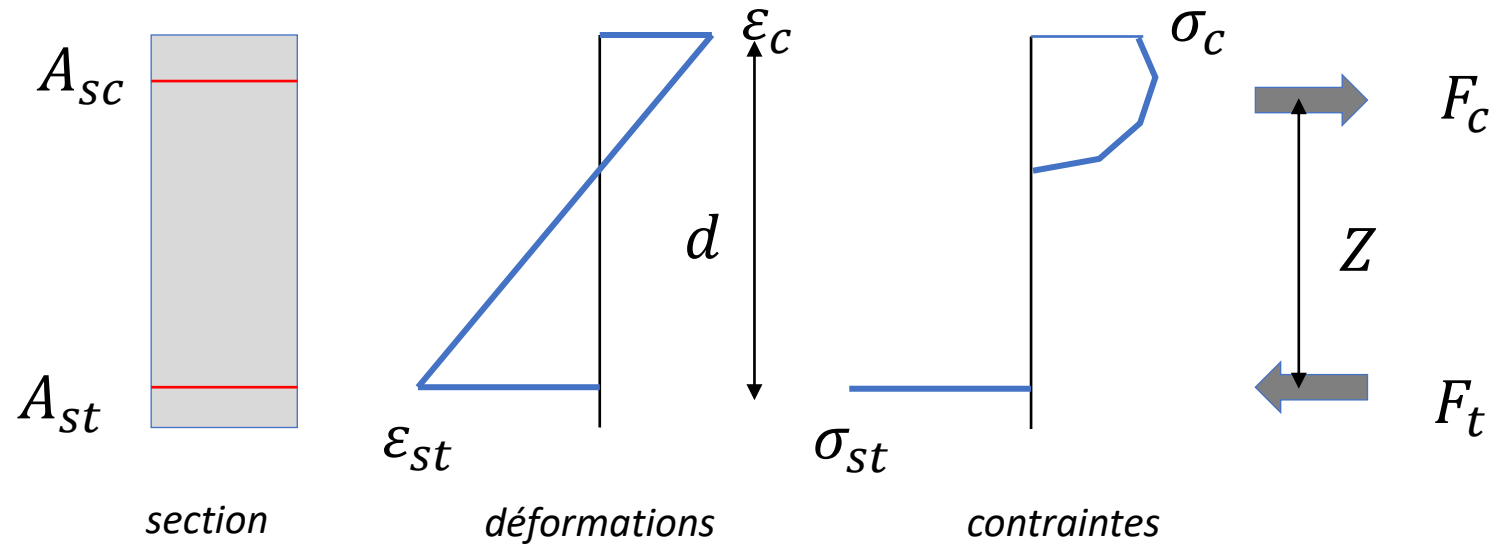
$$M_{o2d} = A + B \times \frac{1}{r_o}$$



EC2 §5.8.6



## Relation moment-courbure interne $M_{rd}(\chi)$

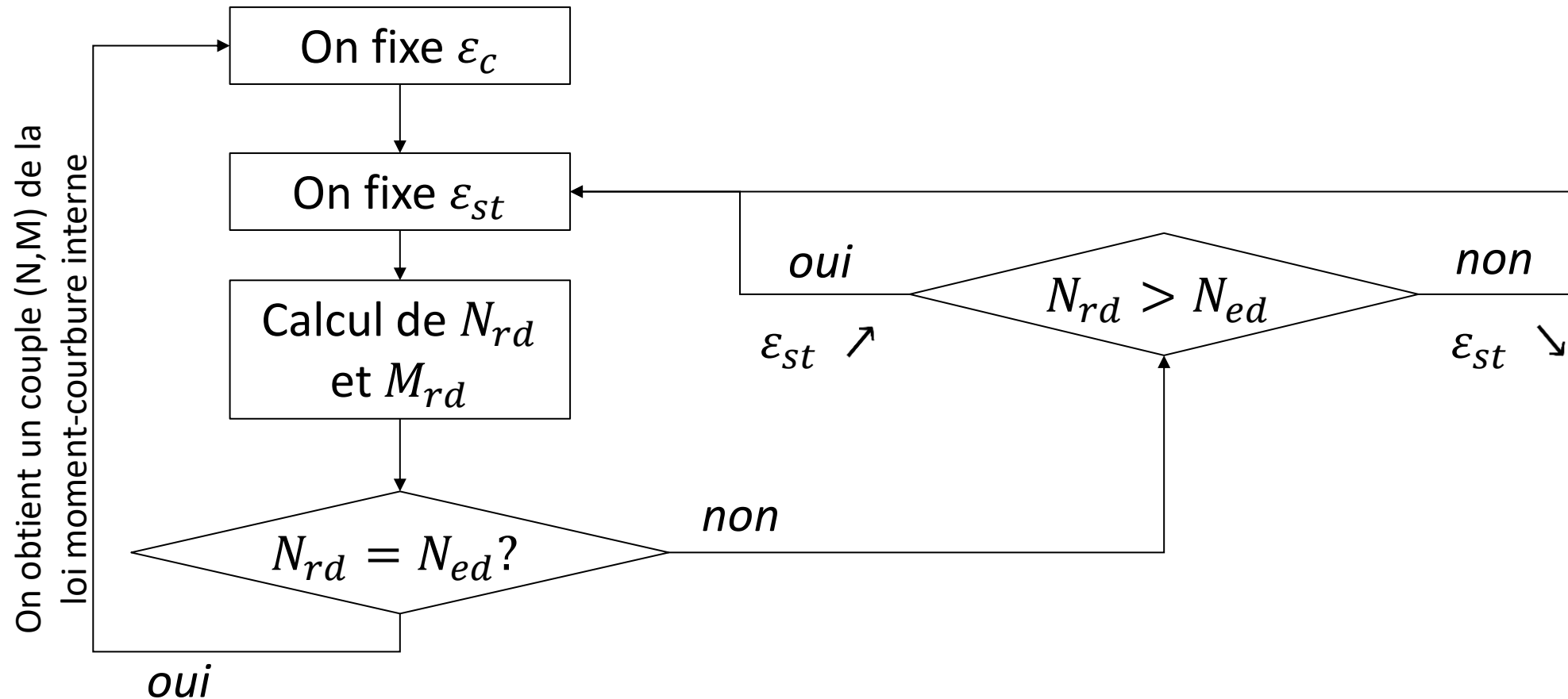


$$N_{int} = N_{rd} = F_c - F_t$$

$$M_{int} = M_{rd} = F_c Z = f(\varepsilon_c; \varepsilon_{st}) = f\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$\text{où } \frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{st}}{d}$$

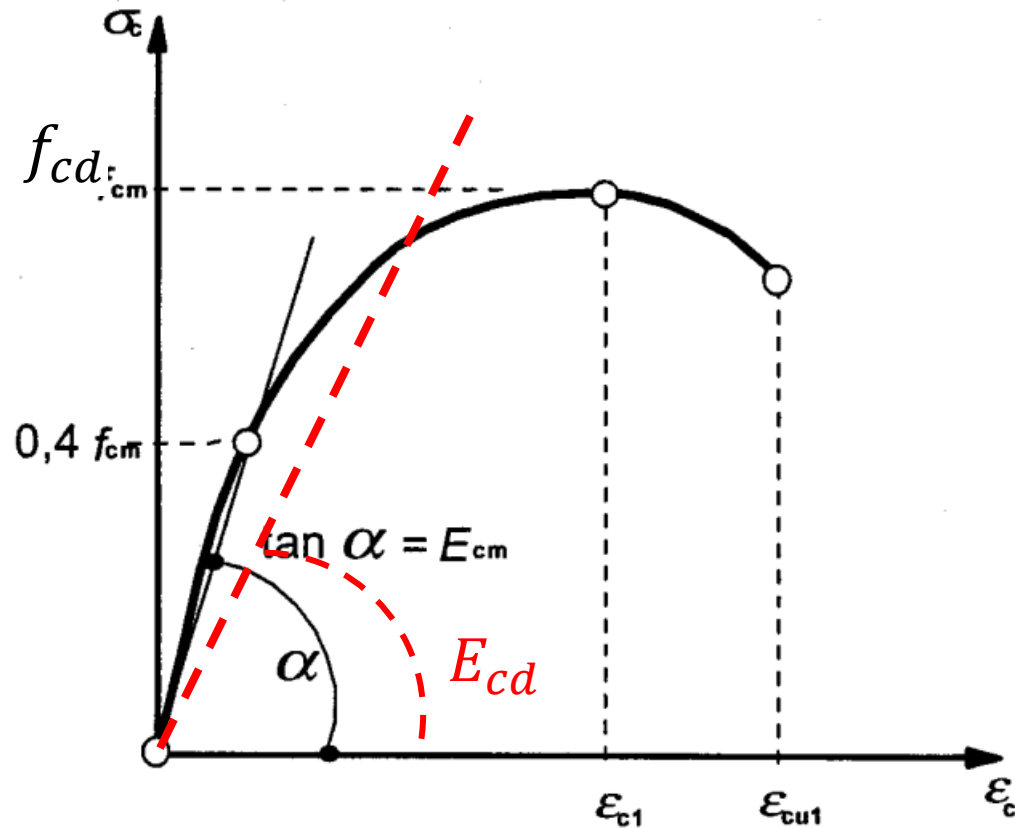
## Relation moment-courbure interne $M_{rd}(\chi)$ : algorithme



$\epsilon_{st} > 0$  : élongation acier

EC2 §5.8.6

## Relation contrainte déformation pour l'analyse non linéaire



Loi de Sargin

$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}$$

$$k = 1,05 E_{cd} \times \frac{|\epsilon_{c1}|}{f_{cd}}$$

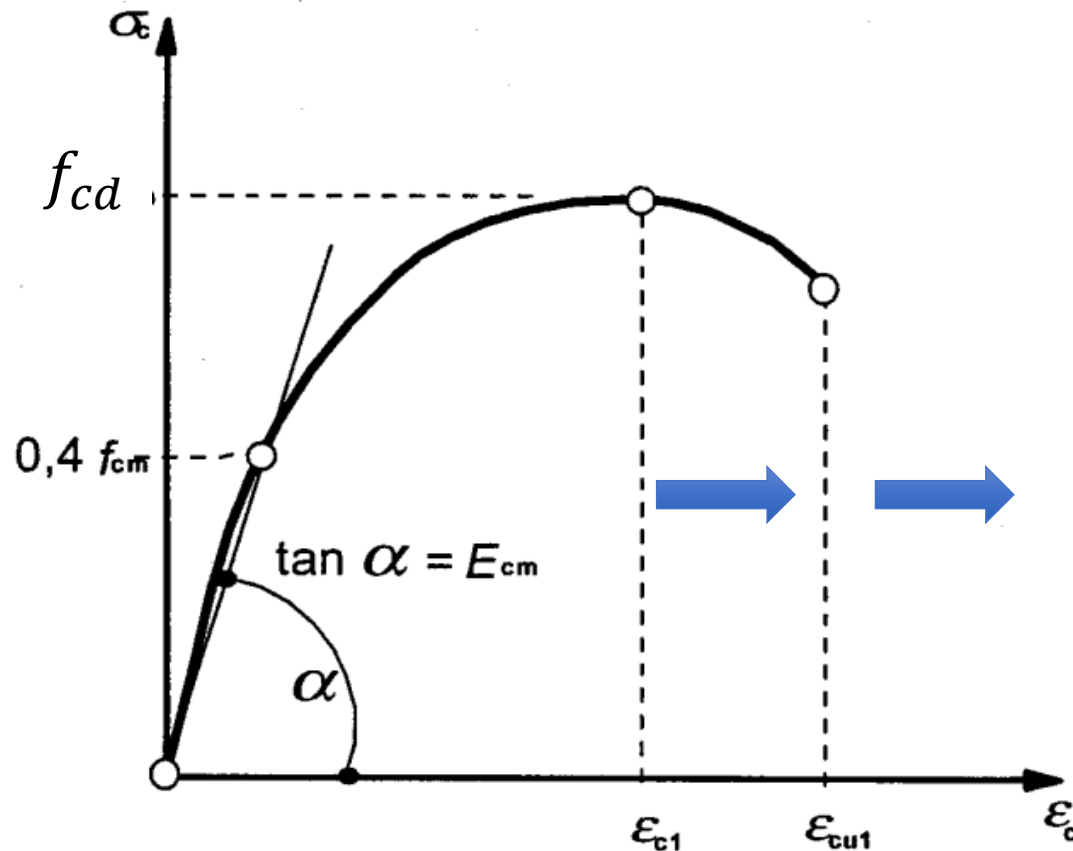
Où

$$E_{cd} = E_{cm}/1.2$$

Module sécant

EC2 §5.8.6(3)

## Relation contrainte déformation : prise en compte du fluage

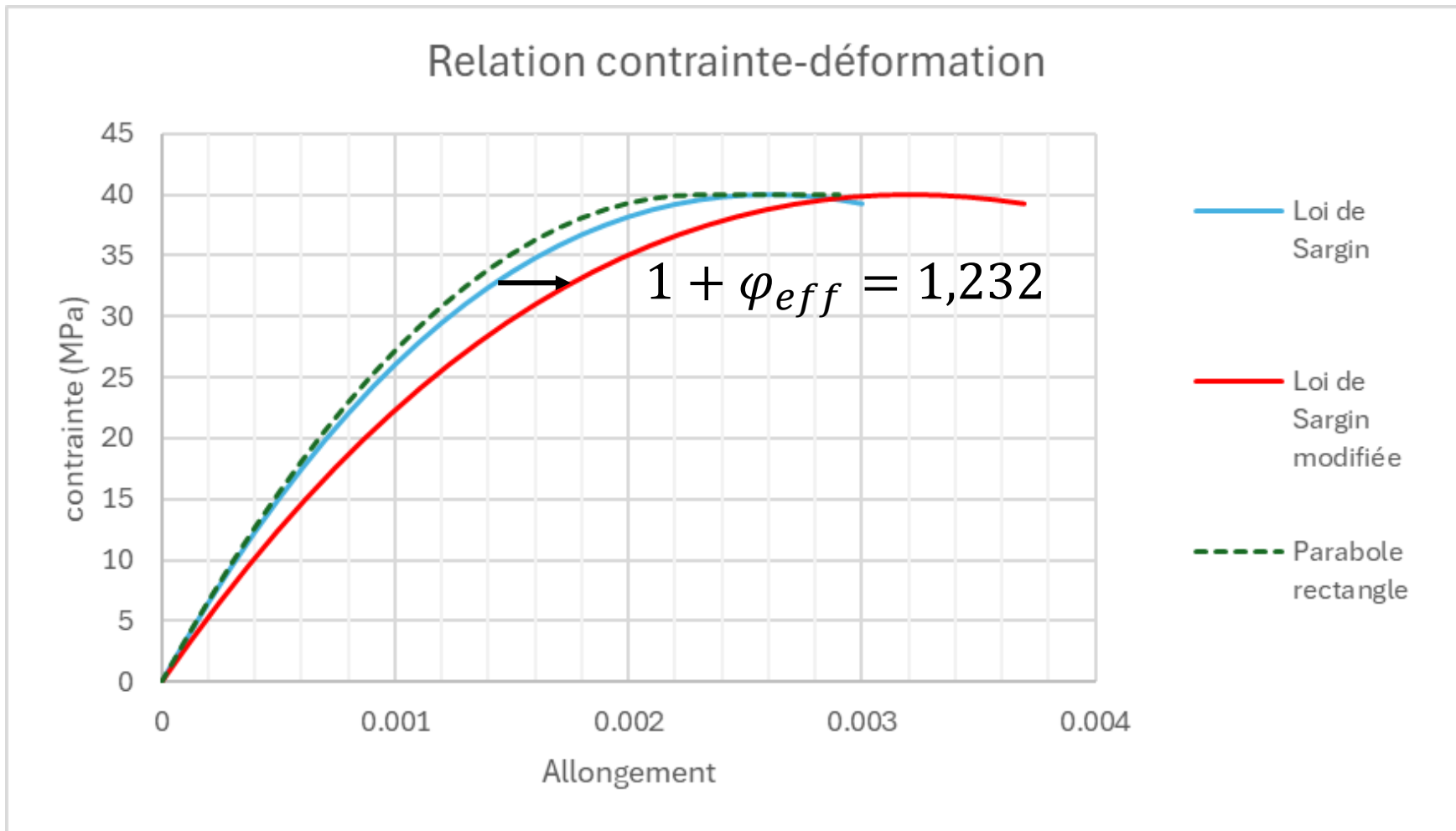


On multiplie les déformations par un facteur

$$1 + \varphi_{eff}$$

Affinité  $\times (1 + \varphi_{eff})$

## Application au projet



$$f_{ck} = 60 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{60}{1,5} = 40 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 39\,000 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{c1} = 2,6\text{‰}$$

$$\varepsilon_{cu1} = 3\text{‰}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{CE}} = \frac{39100}{1.2} = 32383 \text{ MPa}$$

$$k = 2,224$$

$$1 + \varphi_{eff} = 1,232$$

Rem :

Loi parabole rectangle :

$$\sigma_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{0.0026} \right)^{1.6} \right]$$

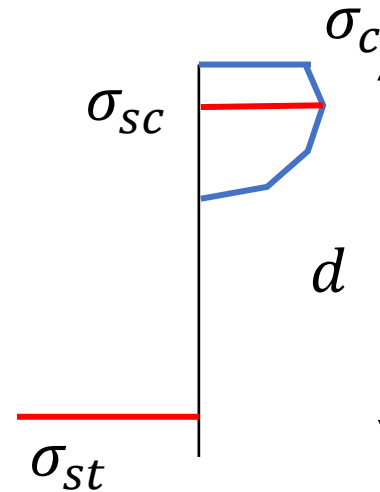
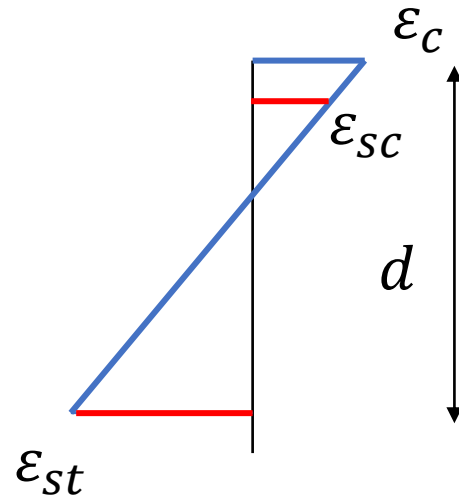
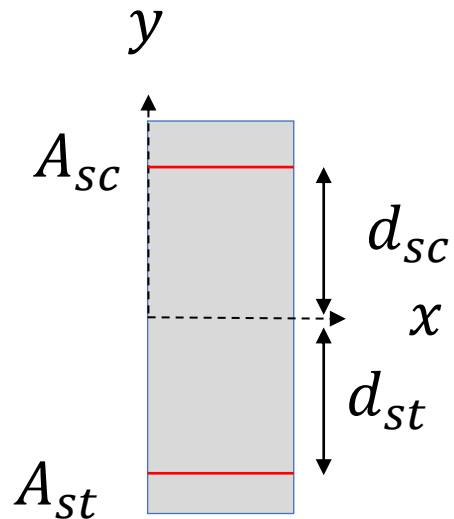
## Etablissement de la loi moment-courbure interne

$$N_{int} = \int_{-0,5h}^{0,5h} b\sigma_c(y)dy + A_{sc}\sigma_{sc} + A_{st}\sigma_{st}$$

$$M_{int} = \int_{-0,5h}^{0,5h} b\sigma_c(y) \cdot y \cdot dy + A_{sc}\sigma_{sc}d_{sc} + A_{st}\sigma_{st}d_{sc}$$

Si  $\varepsilon_c > 0$  (traction) :  $\sigma_c = 0$   
 Si  $-f_{yd} < \sigma_s < f_{yd}$  :  $\sigma_s = E_s\varepsilon_s$ ,  
 sinon

$$\sigma_s = f_{yd} \times \text{signe}(\varepsilon_s)$$



EC2 §5.8.6(4)

## Etablissement de la loi moment-courbure interne

Code Python, Excel , vba, autre à développer pour établir la courbure telle que :

$$N_{int}(\chi) = N_{ed}$$

Donnant alors :

$$M_{int} = f(\chi)$$

Relation Moment - courbure interne									
$\epsilon_{c,ef}$	3.00E-04					Nsc	4.572	MN	} aciers
$\epsilon_s$	8.00E-05		Asc	0.080412	m <sup>2</sup>	Nst	1.287	MN	
			dsc	0.65	m	Nc	72.609	MN	
b	10	m	Ast	0.080412	m <sup>2</sup>	<b>Nint</b>	<b>78.468</b>	<b>MN</b>	} Total
h	1.5	m	dst	-0.65	m				
d	1.4	m	$\sigma_{sc}$	56.86	MPa	Mc	11.351	MN.m	} aciers
c	0.1	m	$\sigma_{st}$	16.00	MPa	Msc	2.972	MN.m	
			Es	200 000	MPa	Mst	-0.836	MN.m	
<b>Valeur cible pour N</b>						<b>Mint</b>	<b>13.487</b>	<b>MN.m</b>	} Total
Ned	78.489	MN	f <sub>yd</sub>	434.8	MPa				
			$\epsilon_{sy}$	0.00217					
						<b>1/r</b>	<b>1.57E-04</b>		

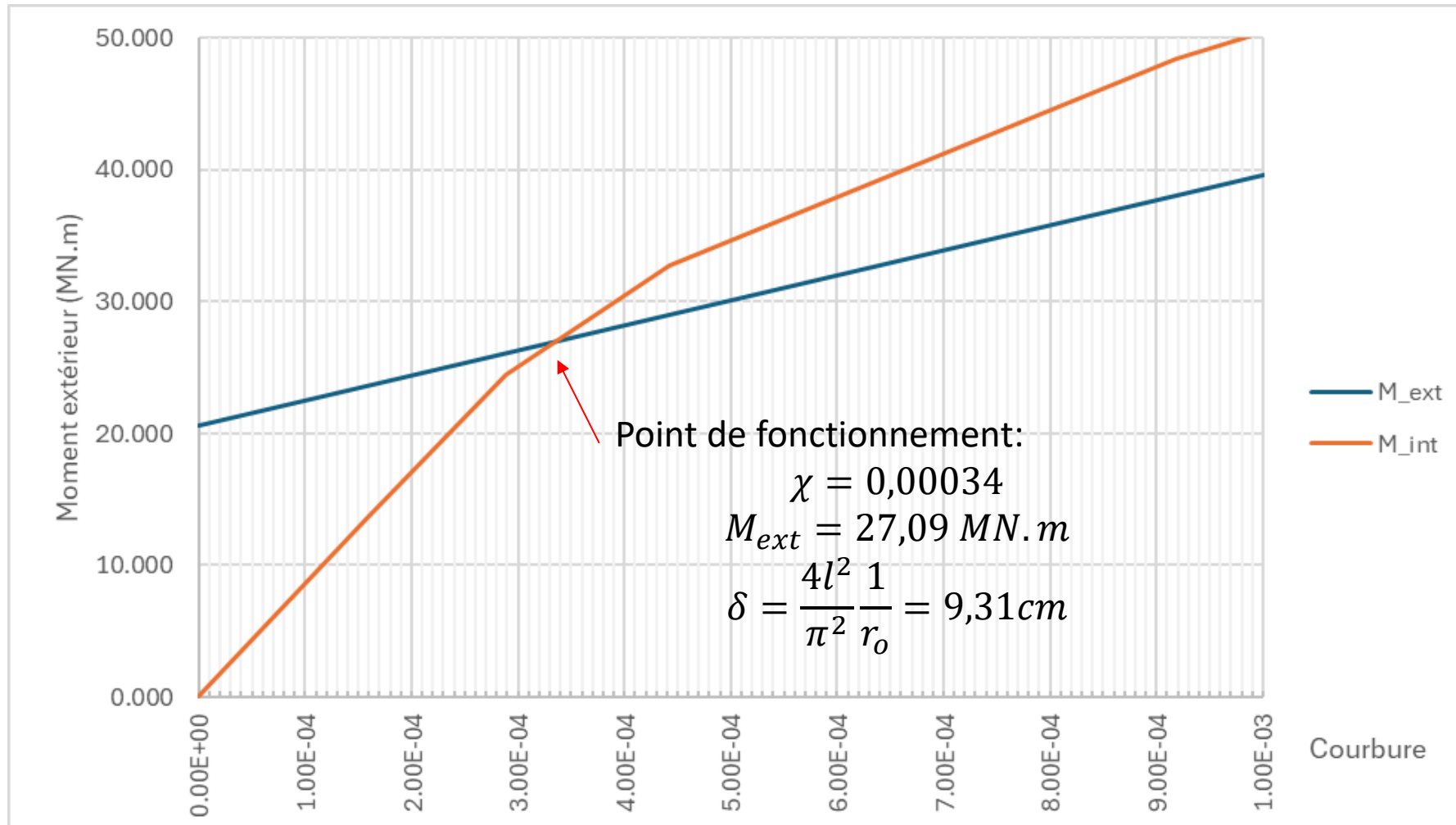
EC2 §5.8.6(4)

## Etablissement de la loi moment-courbure interne

Calcul des efforts internes du béton							
$y=0.5h-y$ (m)	$\varepsilon_{c,ef}$	$\varepsilon_c$	$\varepsilon_c/\varepsilon_{c1}$	$\sigma_c$ (MPa)	$N_c$ (MN)	$z$ (m)	$M_c$ (MN.m)
0	3.00E-04	2.43E-04	9.37E-02	7.81599817	0.77968412	0.745	0.58086467
0.010	2.98E-04	2.42E-04	9.32E-02	7.77768418	0.77585136	0.735	0.57025075
0.020	2.97E-04	2.41E-04	9.27E-02	7.7393431	0.7720159	0.725	0.55971153
0.030	2.95E-04	2.40E-04	9.22E-02	7.7009749	0.76817772	0.715	0.54924707
0.040	2.94E-04	2.38E-04	9.17E-02	7.66257958	0.76433684	0.705	0.53885747
0.050	2.92E-04	2.37E-04	9.12E-02	7.62415714	0.76049323	0.695	0.5285428
0.060	2.91E-04	2.36E-04	9.07E-02	7.58570755	0.75664692	0.685	0.51830314
0.070	2.89E-04	2.35E-04	9.02E-02	7.54723082	0.75279789	0.675	0.50813857
0.080	2.87E-04	2.33E-04	8.97E-02	7.50872693	0.74894614	0.665	0.49804918
0.090	2.86E-04	2.32E-04	8.92E-02	7.47019588	0.74509168	0.655	0.48803505
0.100	2.84E-04	2.31E-04	8.87E-02	7.43163765	0.74123449	0.645	0.47809625
0.110	2.83E-04	2.29E-04	8.83E-02	7.39305224	0.73737459	0.635	0.46823287
1.390	8.16E-05	6.62E-05	2.55E-02	2.22651898	0.22054355	-0.645	-0.14225059
1.400	8.00E-05	6.49E-05	2.50E-02	2.18435206	0.21632544	-0.655	-0.14169317
1.410	7.84E-05	6.37E-05	2.45E-02	2.1421568	0.2121045	-0.665	-0.14104949
1.420	7.69E-05	6.24E-05	2.40E-02	2.09993316	0.20788072	-0.675	-0.14031948
1.430	7.53E-05	6.11E-05	2.35E-02	2.05768115	0.2036541	-0.685	-0.13950306
1.440	7.37E-05	5.98E-05	2.30E-02	2.01540076	0.19942464	-0.695	-0.13860012
1.450	7.21E-05	5.86E-05	2.25E-02	1.97309198	0.19519234	-0.705	-0.1376106
1.460	7.06E-05	5.73E-05	2.20E-02	1.93075479	0.1909572	-0.715	-0.1365344
1.470	6.90E-05	5.60E-05	2.15E-02	1.88838919	0.18671922	-0.725	-0.13537143
1.480	6.74E-05	5.47E-05	2.10E-02	1.84599517	0.18247839	-0.735	-0.13412162
1.490	6.59E-05	5.35E-05	2.06E-02	1.80357271	0.17823473	-0.745	-0.13278487
1.500	6.43E-05	5.22E-05	2.01E-02	1.76112182		-0.75	0

*Effort internes du béton obtenu par discrétisation et intégration*

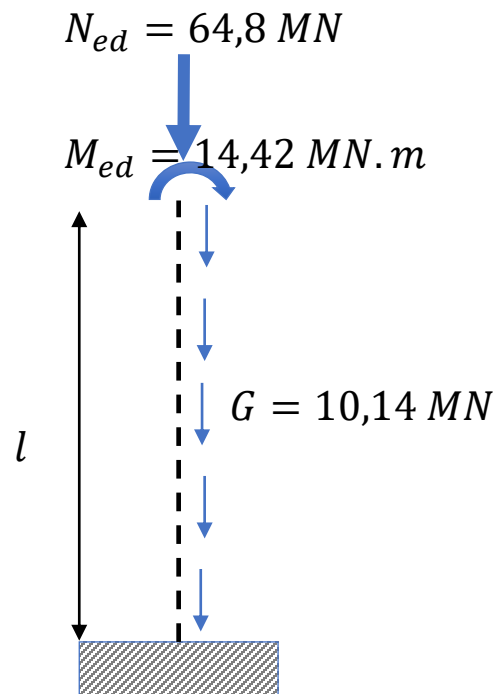
## Vérification de la résistance : existence d'un point de fonctionnement



EC2 §5.8.6(4)

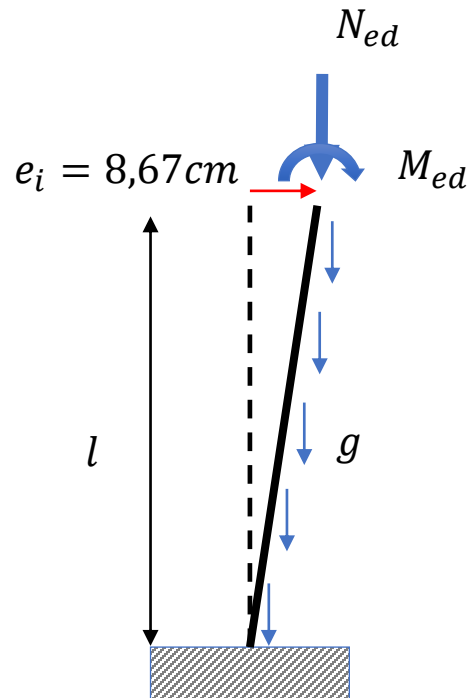
## Bilan des moments à la base et déformations en tête

RDM



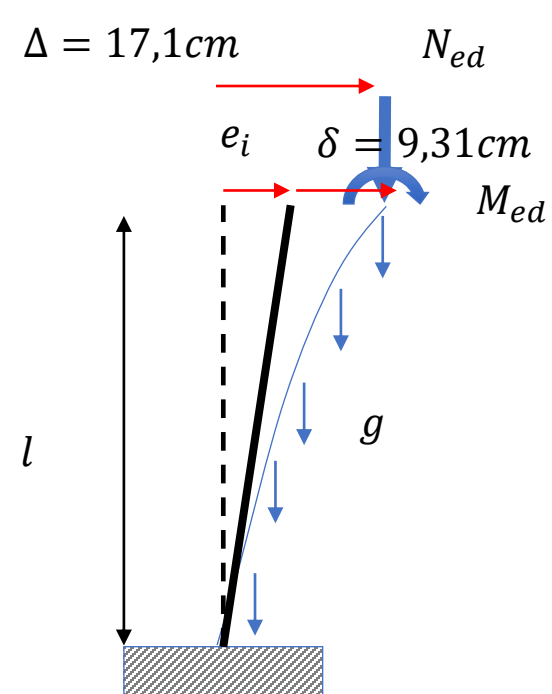
$$M_o = 14,42 \text{ MN.m}$$

1<sup>er</sup> ordre EC2



$$M_{o1} = 20,63 \text{ MN.m}$$

2<sup>nd</sup> ordre EC2



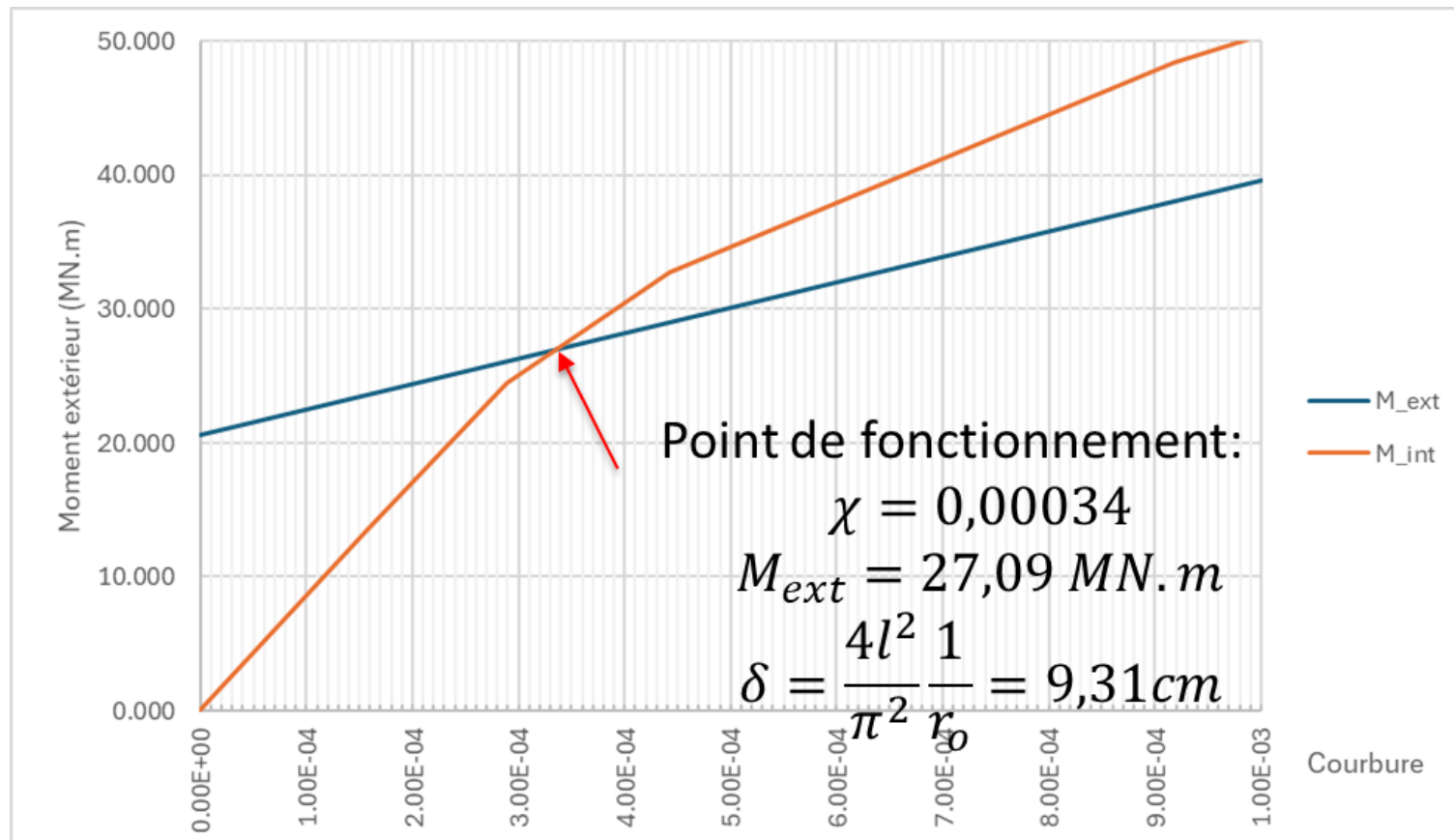
$$M_{ed} = 27,09 \text{ MN.m}$$

EC2 §5.8.6(4)

## Discussion sur la stabilité de l'équilibre

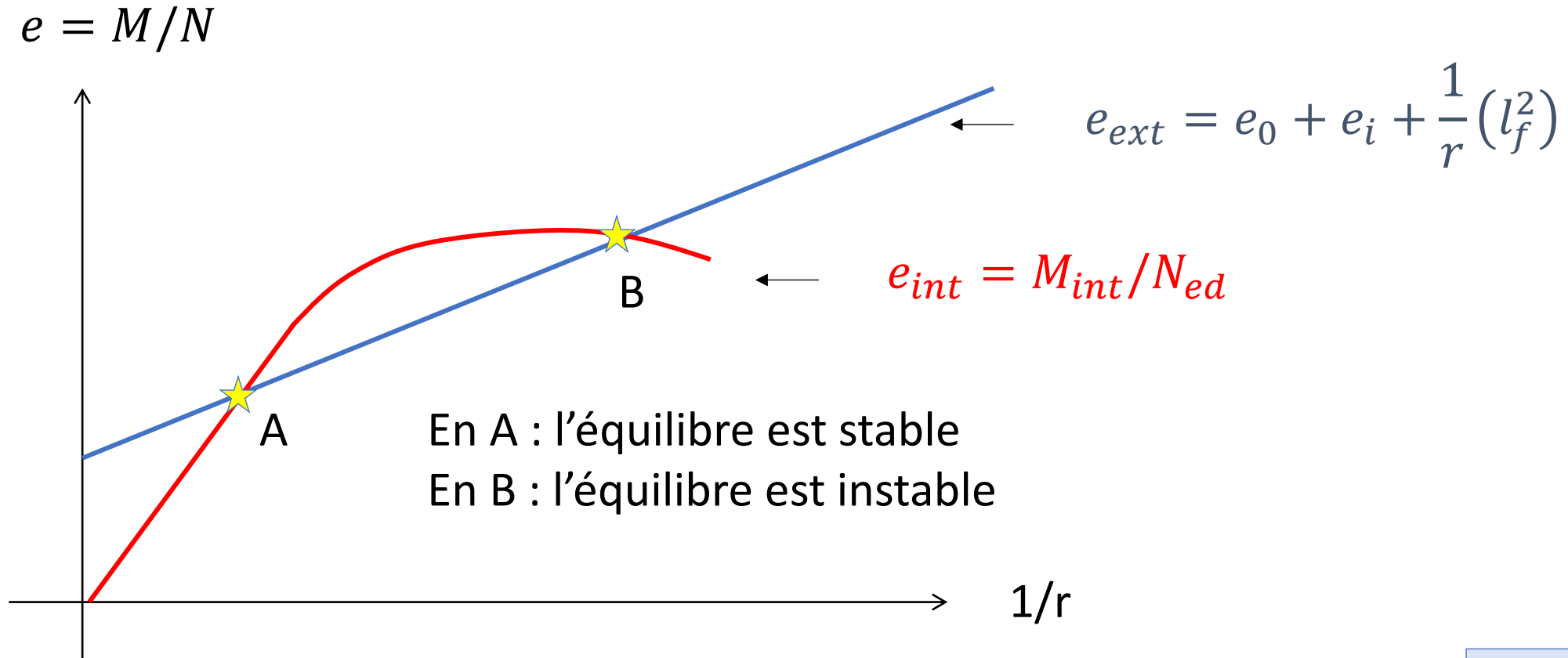
Ici : pour une augmentation de la courbure autour du point de fonctionnement:

$$M_{int} > M_{ext} \Rightarrow \text{l'équilibre est stable}$$



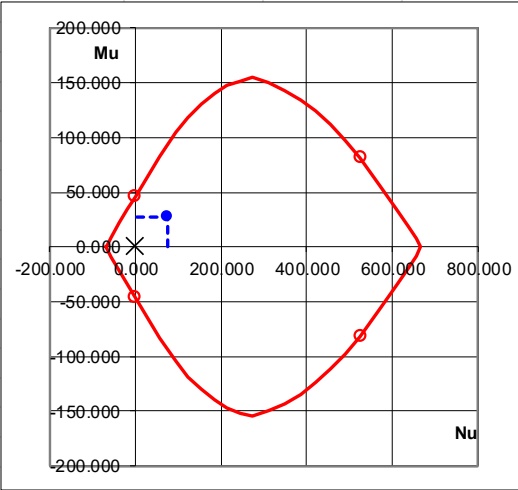
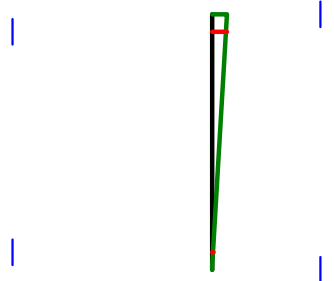
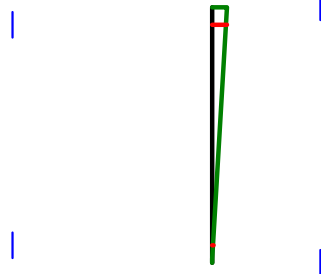
EC2 §5.8.6(4)

# Discussion sur la stabilité de l'équilibre



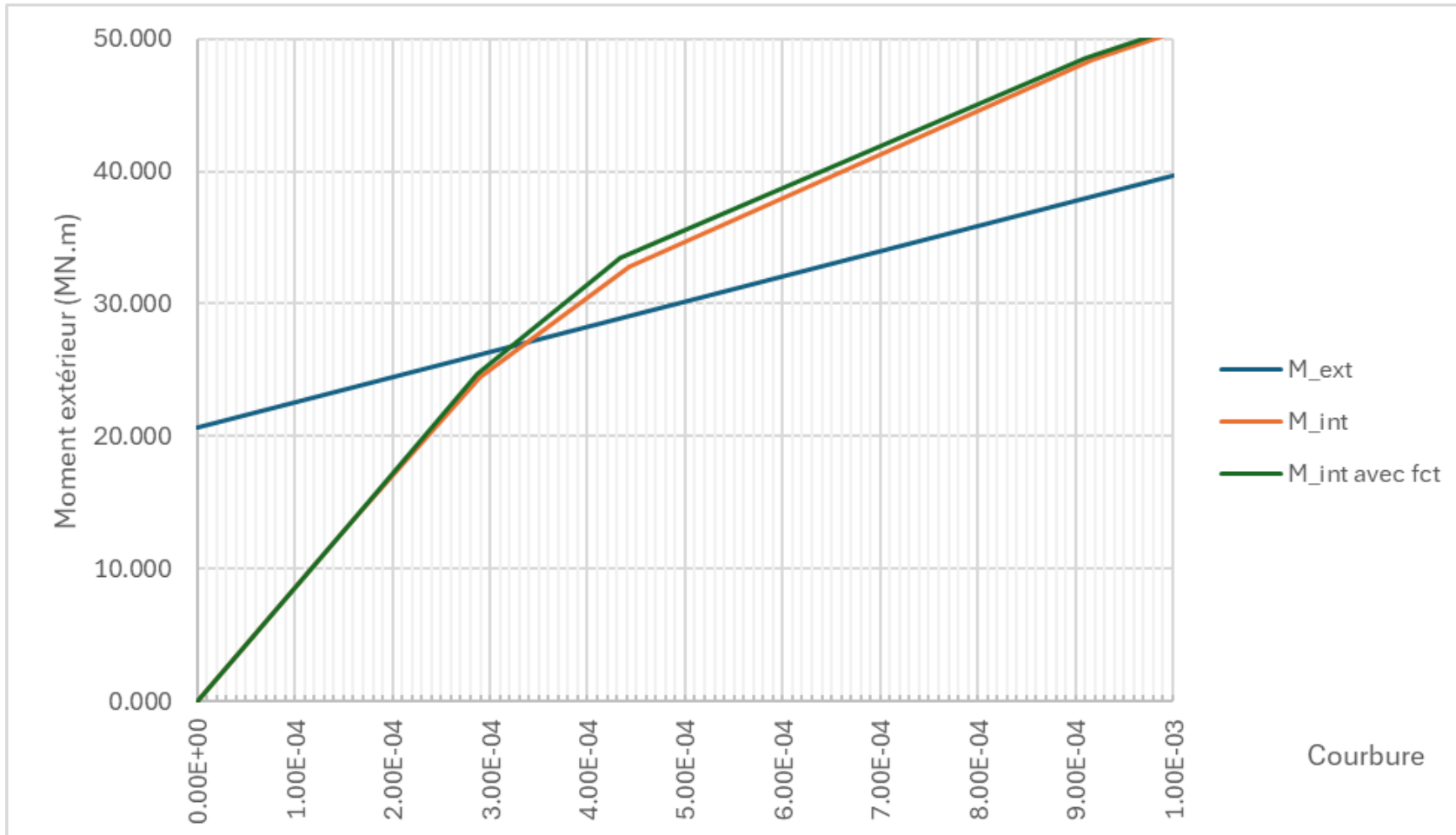
EC2 §5.8.6(4)

## Position du point de fonctionnement dans le diagramme d'interaction

VERIFICATION D'UNE SECTION RECTANGULAIRE B.A EN FLEXION COMPOSEE			
Selon règles EC2			
Titre :		Viaduc de la Clidane	
<b>DONNEES</b>			
Section			
bo =	10.000	m	
h =	1.500	m	
Aciers	Section [*1] (cm <sup>2</sup> )	Section (cm <sup>2</sup> )	Pos % ext (m)
Sup	804.00	804.00	0.100
Inf	804.00	804.00	0.100
[*1] Par défaut, les aciers sont déterminés à l'ELU			
Matériaux	fck (MPa)	γc	σ adm (ELS) (MPa)
Béton	60.0	1.50	36.0
	fyk	γs	σ adm (ELS)
Acier	500.0	1.15	400.0
	n = Ea / Eb =		6
Sollicitations	ELU	ELS	
Nu =	74.4890 MN	Ns =	40.0000 MN
Mu =	27.0900 MN.m	Ms =	11.1000 MN.m
<b>RESULTATS</b>			
> Matériaux			
fcd =	40.0	MPa	
fyd =	434.8	MPa	
> Ratio d'armatures			
ρ = A tot / bo.d =	1.15	%	
> Diagramme d'interaction - ELU			
Moments résistants pour Nu=0 :			
- M min =	-47.320	MN.m	
- M max =	47.320	MN.m	
<b>- Vérification des contraintes ELS</b>			
	Béton	Acier	
σ sup	5.09	-28.5	MPa
σ inf	0.00	-1.6	MPa
h comprimé	1.477		m
			
			
			

EC2 §5.8.6(4)

## Possibilité de prendre en compte la résistance du béton tendu



Si :  
 $\varepsilon_c > f_{ctd}/E_{cef}$  (traction) :  $\sigma_c = 0$   
 Si :  
 $\frac{f_{ctd}}{E_{cef}} > \varepsilon_c > 0$  :  $\sigma_c = E_{cef} \times \varepsilon_c$   
 Où :  $f_{ctd} = f_{ckt,0,05}/\gamma_c$

EC2 §5.8.6(5)



# Méthode basée sur la rigidité nominale

(adaptée aux éléments isolés et structures complètes)

05.

## Principe :

Il faut vérifier la section critique sous l'effet de :

$$M_{ed} = k M_{0ed} = M_{0ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{ed}} - 1} \right]$$

*Rem : le coef d'amplification comprenant  $\beta$  s'applique aux éléments d'ossature. Pour des éléments isolés, appliquer les rappels théoriques (cf infra).*

Où :

$M_{0ed}$  : moment de premier ordre tenant compte des imperfections

$N_{ed}$  : effort normal agissant

$N_B = \frac{\pi^2 EI}{l_o^2}$  : effort critique de flambement où  $l_o$  est la longueur de flambement.

Le moment de premier ordre est donc amplifié d'un facteur qui dépend:

- De la longueur de l'élément et des conditions aux limites
- Du chargement axial ( $N_{ed}$ ) et du chargement transversal de l'élément

EC2 §5.8.7

## Evaluation de la rigidité nominale $EI$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

Où:

$$E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{CE} = E_{cm} / 1,2$$

$I_c$  : inertie de la section brute (non fissurée) de béton (selon la direction sollicitée)

$$E_s = 200\,000 \text{ MPa}$$

$I_s = \sum A_s d_s^2$  : inertie des armatures par rapport au centre de la section de béton

$K_c$  : coefficient tenant compte du comportement du béton (fissuration, fluage,...)

$K_s$  : coefficient tenant compte de la contribution des armatures à la raideur de la section

EC2 §5.8.7(2)

## Evaluation de la rigidité nominale EI

CAS :  $\rho = A_s/A_c \geq 0,002$ :

$$K_s = 1$$

$$K_c = \frac{k_1 k_2}{1 + \varphi_{ef}}$$

Où :

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} \text{ (MPa)}$$

$$k_2 = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}} \times \frac{\lambda}{170} \leq 0,20 \text{ par défaut :}$$

$$k_2 = 0,3n \leq 0,20 \text{ où } n = N_{ed}/A_c f_{cd}$$

CAS :  $\rho = A_s/A_c \geq 0,01$ :

$$K_s = 0$$

$$K_c = 0,3(1 + 0,5\varphi_{ef})$$

*PS : on peut utiliser cette expression pour démarrer l'itération en mode « détermination »*

Si  $A_s$  n'est pas connu (mode vérification) ou si on est en mode « détermination », le processus est itératif car EI (donc  $N_B$ ) dépend de  $A_s$ .

EC2 §5.8.7(2)

## Détermination du coefficient d'amplification $k$

- Cas d'un chargement latéral donné par  $M(x) = Cte$

Flèche à mi-travée :  $v_0 = -\frac{M_{0Ed}L^2}{8EI} = -\frac{M_{0Ed}L^2}{c_0EI}$

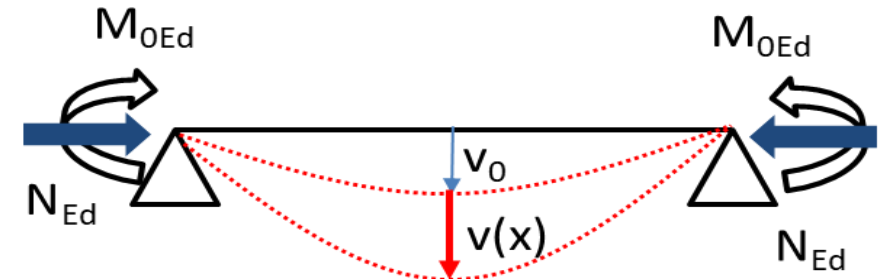
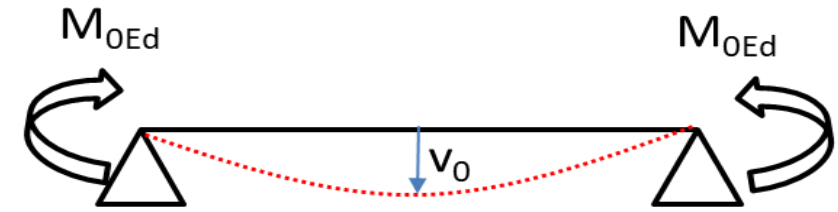
Hypothèse : déformée du type :  $v_0(x) = v_0 \sin(\pi x/L)$

Moment additionnel dû à  $N_{Ed}$  :

$$M_2 = -N_{Ed}(v_0 + v) = -v_0 \frac{N_{cr}}{N_{cr}/N_{Ed} - 1} = \frac{M_{0Ed}L^2}{c_0EI} \frac{N_{cr}}{N_{cr}/N_{Ed} - 1} = \frac{\pi^2/c_0}{N_{cr}/N_{Ed} - 1} M_{0Ed}$$

Moment total :

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 = M_{0Ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1} \right]$$



$$k^2 = \frac{N_{Ed}}{EI}$$

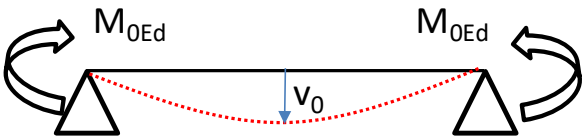
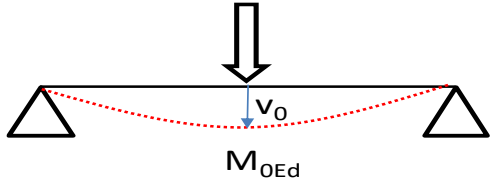
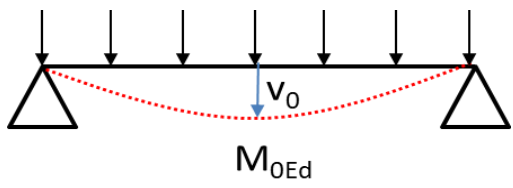
$$N_B = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$$

Où  $c_0 = 8$  ici

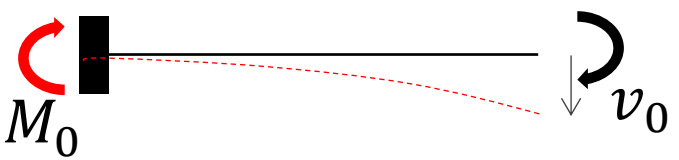
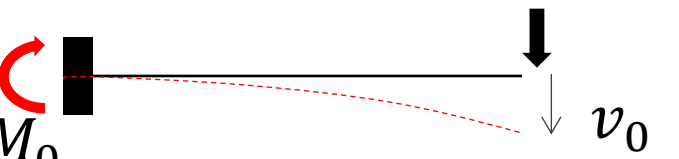
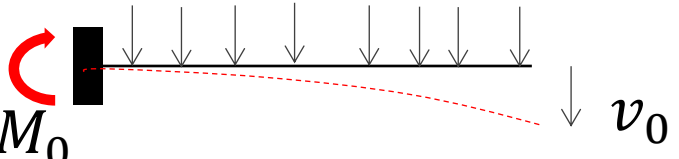
EC2 §5.8.7(3)

## Valeurs de $c_0$ pour d'autres chargements

Chargement	$c_0$	$\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$
	8	1,234
	12	0,822
	$48/5=9,6$	1,028

EC2 §5.8.7(3)

## Cas des consoles

Chargement	$c_0$	$\beta = \frac{\pi^2}{4c_0}$
	2	1,234
	3	0,822
	4	0,617

$$v_0 = \frac{M_0 l^2}{c_0 EI}$$

Voir  
partie I

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 = M_{0Ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1} \right], \quad N_B = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$$

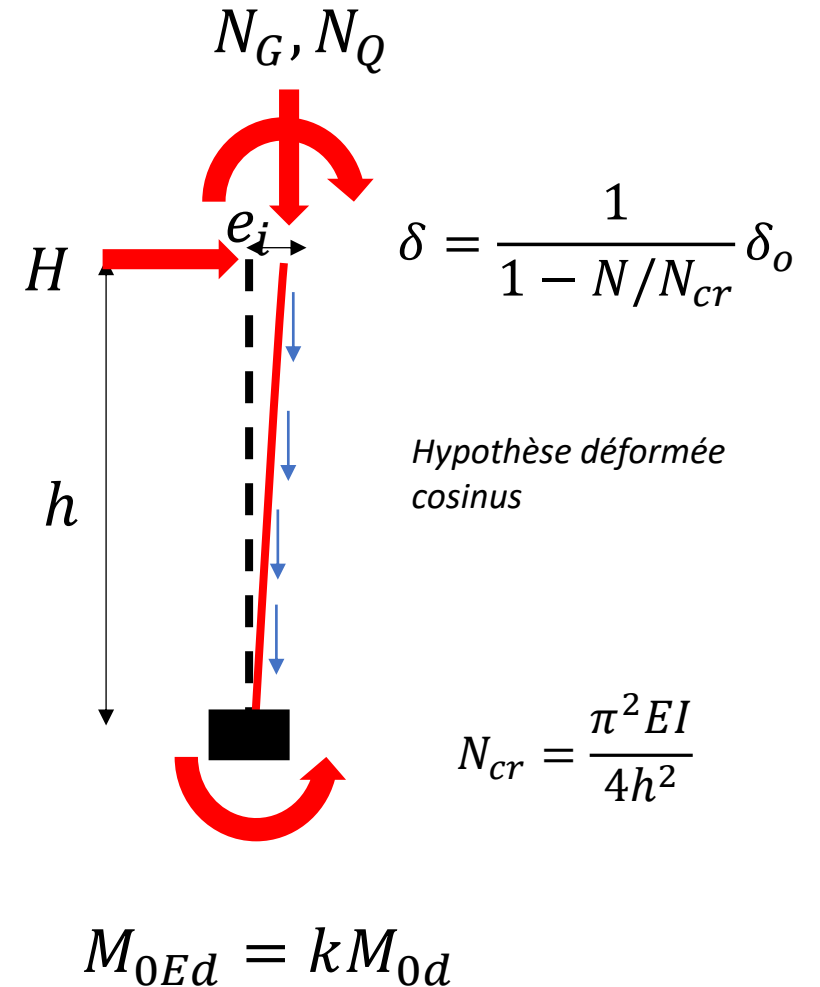
EC2 §5.8.7(3)- étendu

## Application au projet

Application « brutale » de la méthode difficile car les chargements sont multiples et donc associés à des coefficients d'amplification différents et propres à chaque chargement.

2 solutions :

- Calculer le moment de 1<sup>er</sup> ordre à la base (yc défaut d'alignement) et appliquer le coefficient  $\beta$  le plus pénalisant parmi les types de chargement rencontrés
- Calculer un  $\beta$  moyen au prorata des moments de 1<sup>er</sup> ordre => option choisie



## Application au projet

Moment en tête :

$$M_{O1} = 1,35M_G + 1,5M_Q = 5,4 + 2,7 = 8,1 \text{ MN.m}$$

Moment en pied :

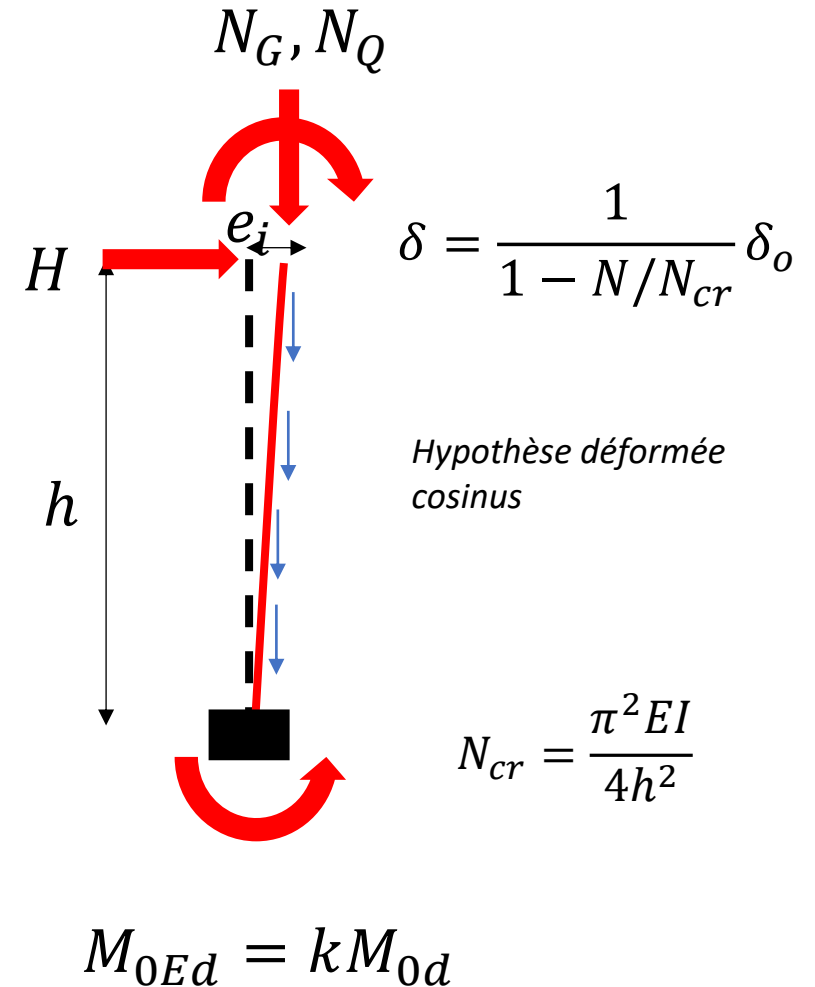
- dû à  $M_G, M_Q$  : 8,1 MN.m soit 39,3%
- dû à  $H_Q$  :  $1,35 \times 0,18 \times 25 = 6,318 \text{ MN.m}$  soit 30,6%
- dus au défaut d'alignement :
  - $N_G$  :  $1,35 \times 30 \times 0,087 = 3,51 \text{ MN.m}$ , soit 17,0%
  - $N_Q$  :  $1,35 \times 18 \times 0,087 = 2,106 \text{ MN.m}$  soit 10,2%
  - PP pile :  $N_g$  :  $1,35 \times 10,14 \times 0,043 = 0,593$  soit 2,9%

TOTAL :  $M_{O2} = 20,627 \text{ MN.m}$

Coefficient  $\beta$  associés :

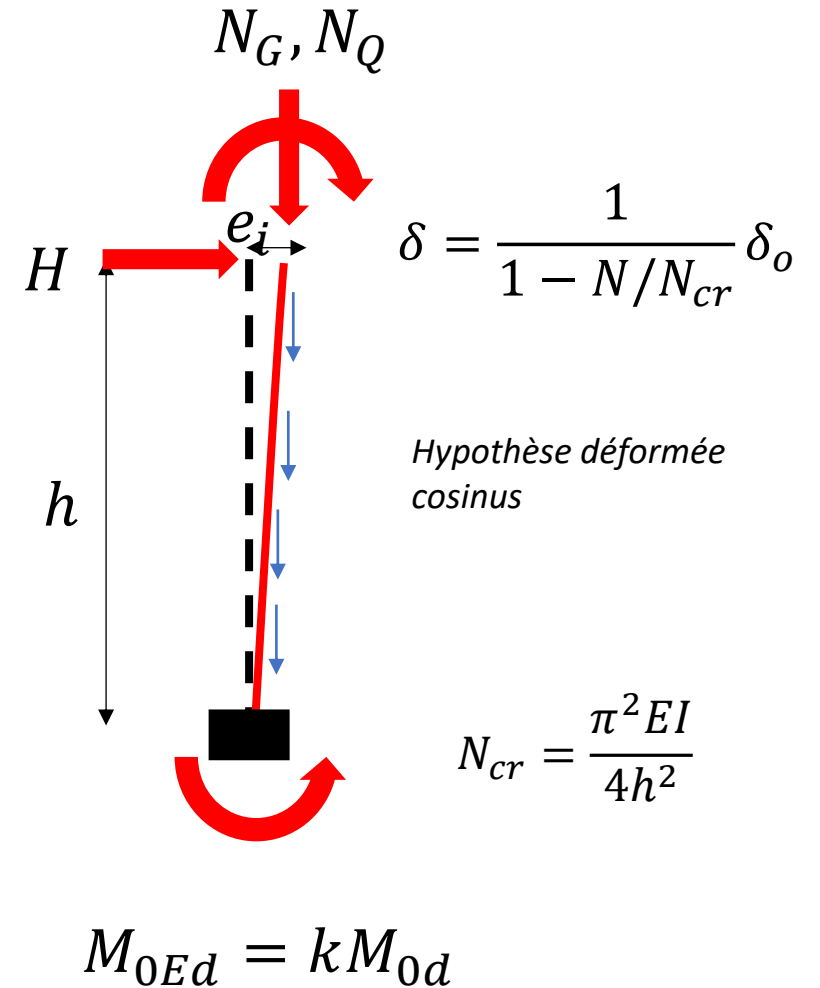
- Moment : 1,234
- Force ponctuelle : 0,822
- Force répartie : 0,617

} Applicable aux moments dus aux défauts d'alignement et selon l'effort vertical en jeu



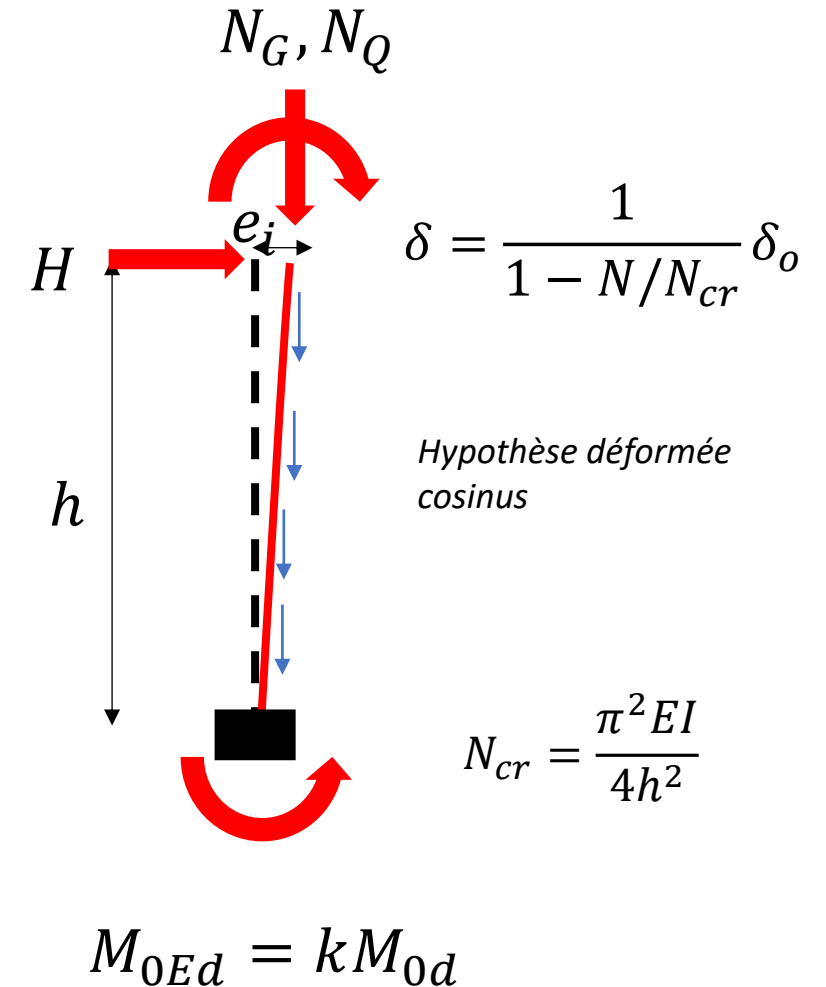
## Application au projet

- $\frac{A_s}{A_c} = \dots$
- $K_s = \dots$
- $K_c = \dots$
- $I_c = \dots$
- $EI = \dots$
- $\delta_o = \dots$
- $N_{cr} = \dots$
- $Hh = \dots$
- $N\delta = \dots$
- $M_{0Ed} = \dots$



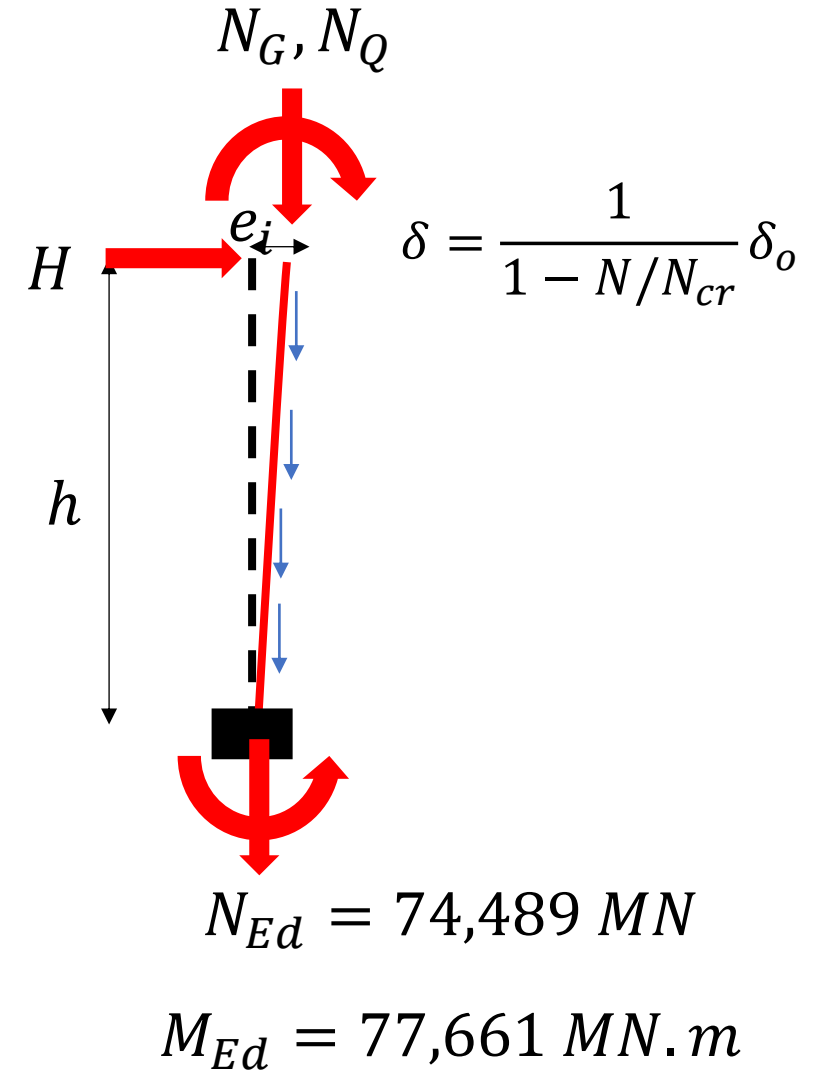
## Application au projet

$\varphi_{eff}$	0.232		$A_s/A_c$	0.01072	
$e$	1.5	m	$K_s$	0	
$h$	10	m	$K_c$	0.335	
$l$	26	m	$E_{cd}$	32 583	MPa
$A_c$	15	m <sup>2</sup>	$I_c$	2.813	m <sup>4</sup>
$A_s$	0.1608	m <sup>2</sup>	$EI$	30 682	MN.m <sup>2</sup>
$E_{cm}$	39 100	MPa			
$e_i$	0.087	m			
$N_{ed}$	78.489	MN	$N_{cr}$	111.989	MN
Effort en tête (MN,m)		Moment en pied (MN.m) et %		$\beta$ associé	
$M_g$	5.400	MN.m	5.400	26.2%	1.234
$M_q$	2.700	MN.m	2.700	13.1%	1.234
$H_q$	0.243	MN	6.318	30.6%	0.822
$N_G$ (tablier)	40.500	MN	3.510	17.0%	0.822
$N_G$ (pile)	13.689	MN	0.593	2.9%	0.617
$N_q$	24.300	MN	2.106	10.2%	0.822
			<b>20.627</b>	<b>100%</b>	
$M_{0ed}$	<b>20.627</b>	<b>MN.m</b>			
$\beta$ moyen	1.180				
Fact amplifi	3.765				
$M_{ed}$	<b>77.661</b>	<b>MN.m</b>			
Bilan : section à vérifier sous					
<b><math>N_{ed} =</math></b>	<b>78.489</b>	<b>MN</b>	<b><math>M_{ed} =</math></b>	<b>77.661</b>	<b>MN.m</b>



## Application au projet – vérification de la section

VERIFICATION D'UNE SECTION RECTANGULAIRE B.A EN FLEXION COMPOSEE																					
Selon règles EC2																					
Titre : <b>Clidane</b> <b>Méthode de la rigidité nominale</b>																					
<b>DONNEES</b>			<b>RESULTATS</b>																		
Section			<b>&gt; Matériaux</b>																		
bo =	10.000	m	fcd =	40.0	MPa																
h =	1.500	m	fyd =	434.8	MPa																
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aciers</th> <th>Section [*1] (cm<sup>2</sup>)</th> <th>Section (cm<sup>2</sup>)</th> <th>Pos % ext (m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Sup</td> <td>804.00</td> <td>804.00</td> <td>0.100</td> </tr> <tr> <td>Inf</td> <td>804.00</td> <td>804.00</td> <td>0.100</td> </tr> </tbody> </table>			Aciers	Section [*1] (cm <sup>2</sup> )	Section (cm <sup>2</sup> )	Pos % ext (m)	Sup	804.00	804.00	0.100	Inf	804.00	804.00	0.100	<b>&gt; Ratio d'armatures</b>						
Aciers	Section [*1] (cm <sup>2</sup> )	Section (cm <sup>2</sup> )	Pos % ext (m)																		
Sup	804.00	804.00	0.100																		
Inf	804.00	804.00	0.100																		
[*1] Par défaut, les aciers sont déterminés à l'ELU			$\rho = A_{tot} / bo.d = 1.15 \%$																		
<b>Matériaux</b>			<b>&gt; Diagramme d'interaction - ELU</b>																		
	fck (MPa)	$\gamma_c$	Moments résistants pour Nu=0 :																		
Béton	60.0	1.50	- M min =	-47.320	MN.m																
	fyk	$\gamma_s$	- M max =	47.320	MN.m																
Acier	500.0	1.15	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Béton</th> <th>Acier</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\sigma_{sup}</math></td> <td>5.07</td> <td>-28.4</td> <td>MPa</td> </tr> <tr> <td><math>\sigma_{inf}</math></td> <td>0.00</td> <td>-1.7</td> <td>MPa</td> </tr> <tr> <td>h comprimé</td> <td>1.483</td> <td></td> <td>m</td> </tr> </tbody> </table>				Béton	Acier		$\sigma_{sup}$	5.07	-28.4	MPa	$\sigma_{inf}$	0.00	-1.7	MPa	h comprimé	1.483		m
	Béton	Acier																			
$\sigma_{sup}$	5.07	-28.4	MPa																		
$\sigma_{inf}$	0.00	-1.7	MPa																		
h comprimé	1.483		m																		
	$n = E_a / E_b =$	6	<b>- Vérification des contraintes ELS</b>																		
<b>Sollicitations</b>		ELU		ELS																	
Nu =	78.4890	MN	Ns =	40.0000	MN																
Mu =	77.6610	MN.m	Ms =	11.0000	MN.m																
			$\delta = \frac{1}{1 - N/N_{cr}} \delta_o$																		
			$N_{Ed} = 74,489 \text{ MN}$																		
			$M_{Ed} = 77,661 \text{ MN.m}$																		
setec tpi	CI-EC2A.xls	27/06/24	RECT2		v.6																





# Méthode basée sur la courbure nominale

(adaptée aux éléments isolés)

06.

## Principe :

Il faut vérifier la section critique sous l'effet de :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{ed} \\ M_{ed} = M_{0ed} + M_2 \end{array} \right.$$

Où :

$M_{0ed}$  : moment de premier ordre tenant compte des imperfections

$N_{ed}$  : effort normal agissant

$M_2 = N_{ed} e_2$  : moment nominal de second ordre

Où :

$$e_2 = \frac{1}{r} \frac{l_0^2}{c}$$

$1/r$  courbure

$l_0^2$  longueur de flambement

$c$  coefficient dépendant de la distribution des courbures : voir coefficients précédents. Pour une console isolée,  $c = \pi^2$  (voir rappels théoriques)

*Rem : méthode avant tout indiquée pour les éléments isolés soumis à un effort normal constant*

EC2 §5.8.8

## Détermination de la courbure $1/r$

$$\frac{1}{r} = K_r K_\varphi \frac{1}{r_o}$$

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1$$

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1$$

Où :

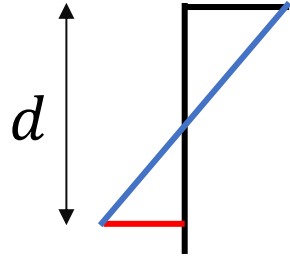
$$n_u = 1 + \omega = 1 + A_s f_{yd} / A_c f_{cd}$$

$$n = N_{ed} / A_c f_{cd}$$

$n_{bal} = 0,4$  : valeur de  $n$  correspondant au moment maximal

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}$$

$$\frac{1}{r_o} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45d} = \frac{f_{yd}/E_s}{0,45d}$$



$$\varepsilon_c = \varepsilon_{yd} \left( \frac{1}{0,45} - 1 \right) = 2,66\text{‰}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = 2,17\text{‰}$$

EC2 §5.8.8(3)

## APPLICATION AU PROJET

$$\frac{1}{r_0} = \dots$$

$$n_u = \dots$$

$$n = \dots$$

$$\beta = \dots$$

$$K_r = \dots$$

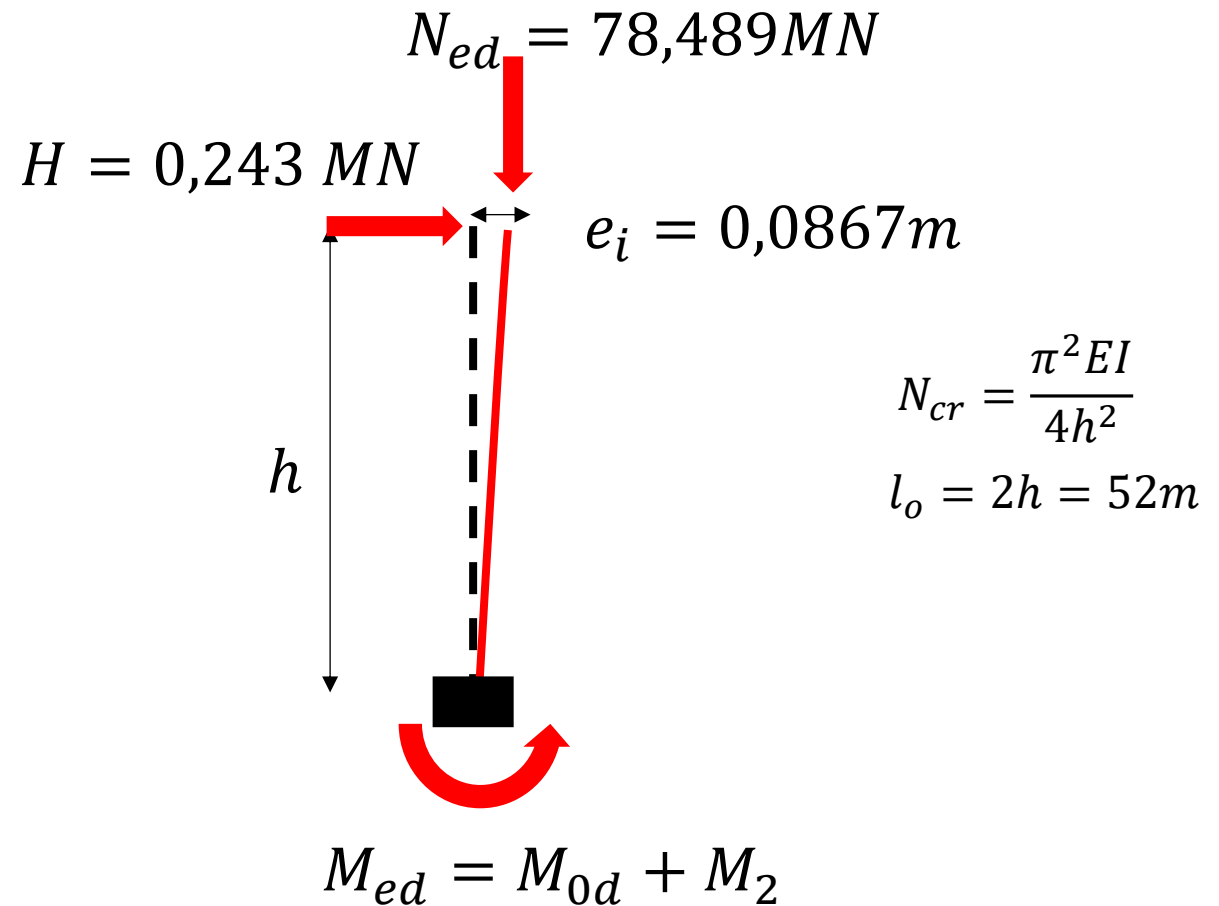
$$K_\varphi = \dots$$

$$\frac{1}{r} = K_r K_\varphi \frac{1}{r_0} = \dots$$

$$e_2 = \frac{1}{r} \frac{l_0^2}{\pi^2} = \dots$$

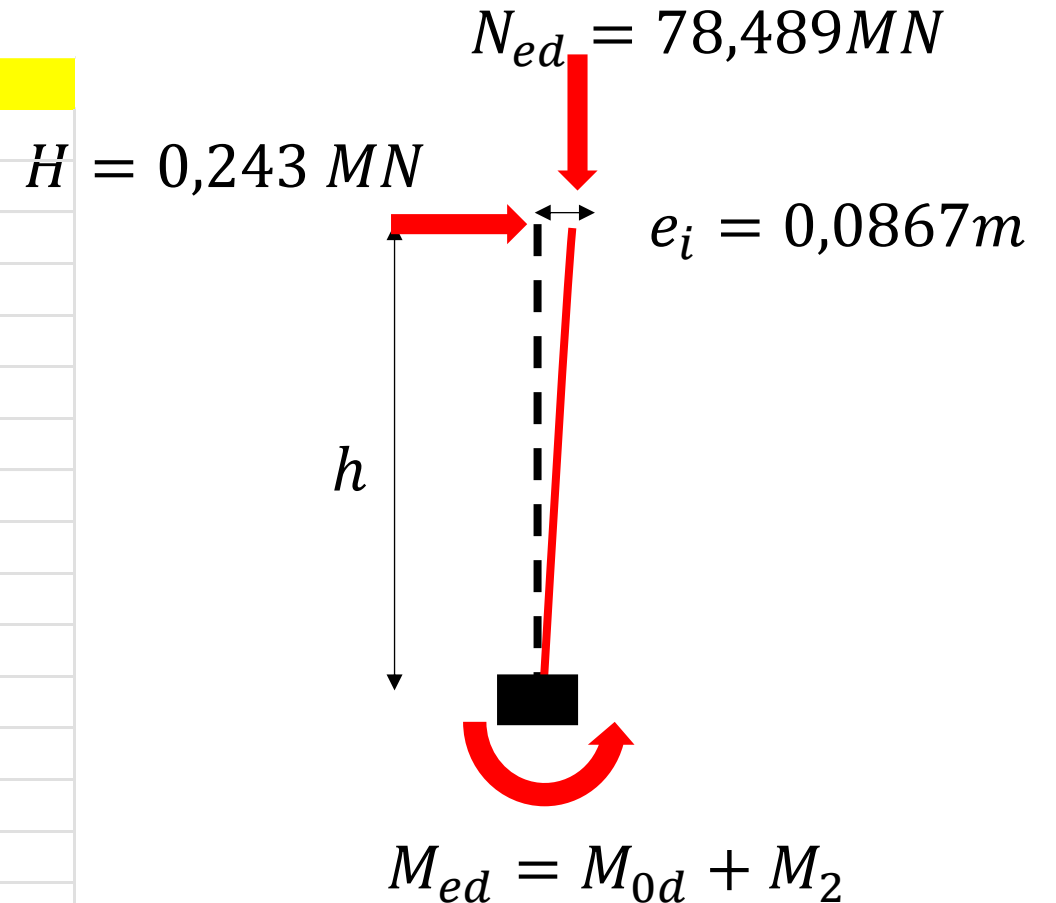
$$M_{od} = \dots$$

$$M_2 = \dots$$



## APPLICATION AU PROJET

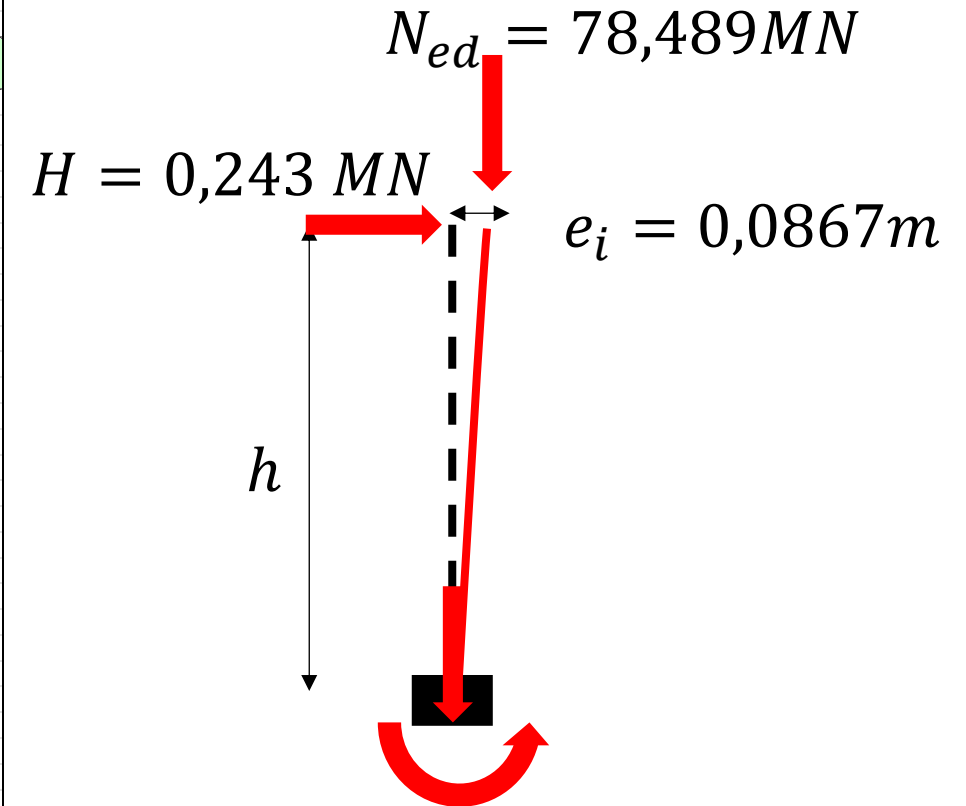
Méthode des courbures nominales					
$\varphi_{eff}$	0.232		As/Ac	0.011	
e	1.5	m	nu	1.078	
h	10	m	nbal	0.400	
d	1.4	m	n	0.131	
l	26	m	Kr	1.397	
Ac	15	m <sup>2</sup>	i	0.433	
As	0.161	m <sup>2</sup>	lo	52.000	
fck	60	MPa	lambda	120.089	
fyk	500	MPa	$\beta$	-0.151	
			K $\varphi$	0.965	
1/ro	0.00345		e2	0.945	m
1/r	0.00345		M2	74.202	MN.m
Ned	78.489	MN			
Mod	20.627	MN.m			
Bilan : section à vérifier sous					
Ned =	78.489	MN	Med =	94.829	MN.m



$$l_o = 2h = 52 \text{ m} \quad N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4h^2}$$

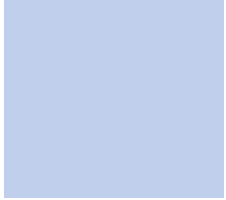
## APPLICATION AU PROJET : vérification de la section critique

VERIFICATION D'UNE SECTION RECTANGULAIRE B.A EN FLEXION COMPOSEE			
Selon règles EC2			
Titre : <b>Clidane</b> <b>Méthode de la rigidité nominale</b>			
<b>DONNEES</b>		<b>RESULTATS</b>	
Section			
bo =	10.000	m	
h =	1.500	m	
Aciers	Section [*1] (cm <sup>2</sup> )	Section (cm <sup>2</sup> )	Pos % ext (m)
Sup	804.00	804.00	0.100
Inf	804.00	804.00	0.100
[*1] Par défaut, les aciers sont déterminés à l'ELU			
Matériaux	fck (MPa)	γc	σ adm (ELS) (MPa)
Béton	60.0	1.50	36.0
Acier	fyk	γs	σ adm (ELS) (MPa)
	500.0	1.15	400.0
	n = Ea / Eb =		6
Sollicitations	ELU	ELS	
Nu =	78.4890	MN	Ns = 40.0000
Mu =	94.8290	MN.m	Ms = 11.0000
	- Vérification des contraintes ELS		
		Béton	Acier
σ sup		5.07	-28.4
σ inf		0.00	-1.7
h comprimé		1.483	m



$$N_{ed} = 78,489 \text{ MN}$$

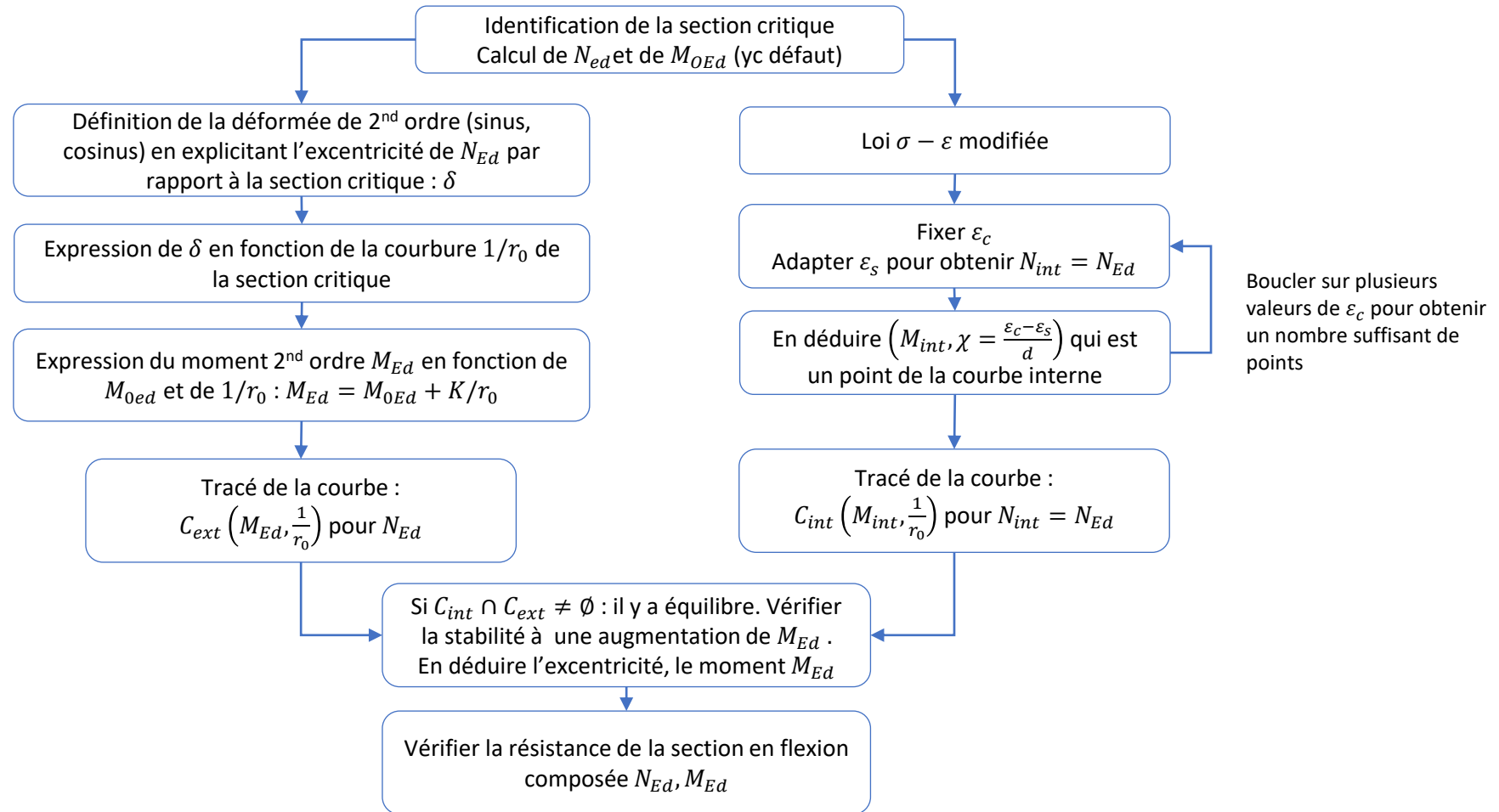
$$M_{ed} = 94,829 \text{ MN.m}$$



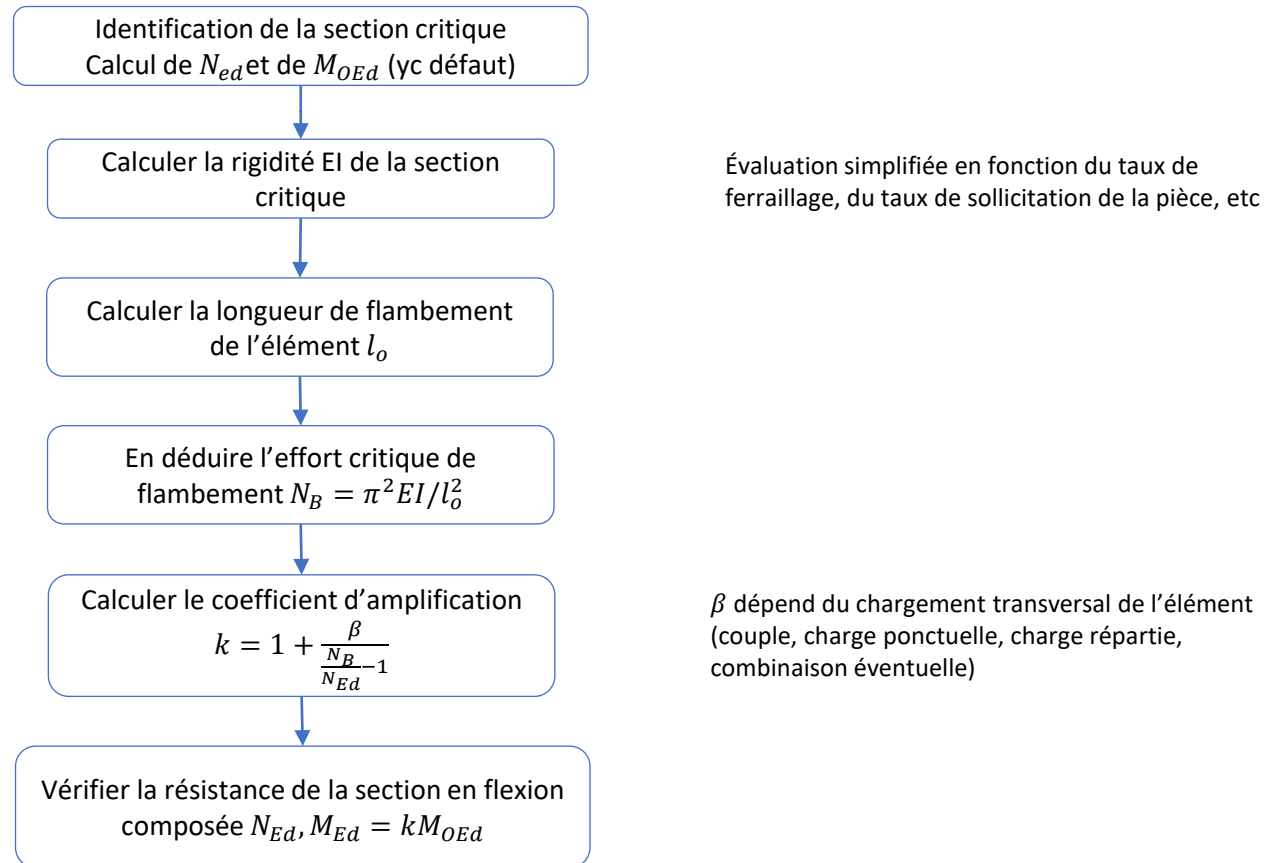
# Conclusion et comparaison

07.

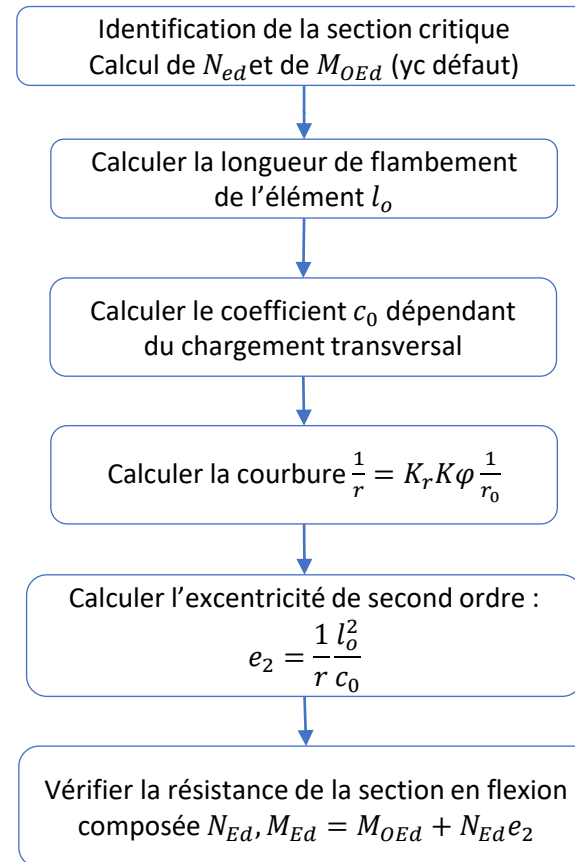
## Méthode générale



## Méthode basée sur la rigidité nominale



## Méthode basée sur la courbure nominale

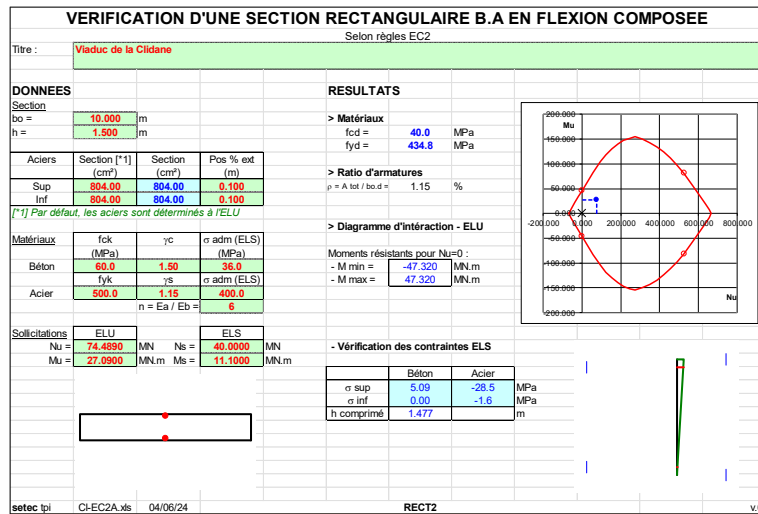


$c_0$  dépend du chargement transversal de l'élément  
(couple, charge ponctuelle, charge répartie,  
combinaison éventuelle)

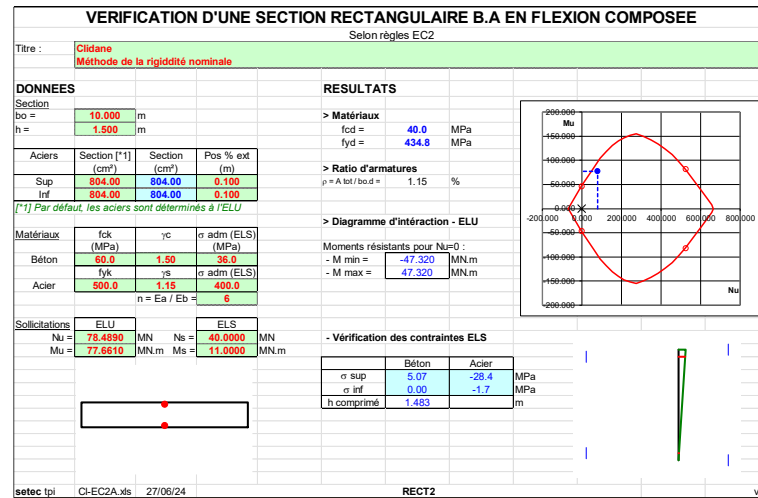
Voir tableaux

## Comparaison des méthodes

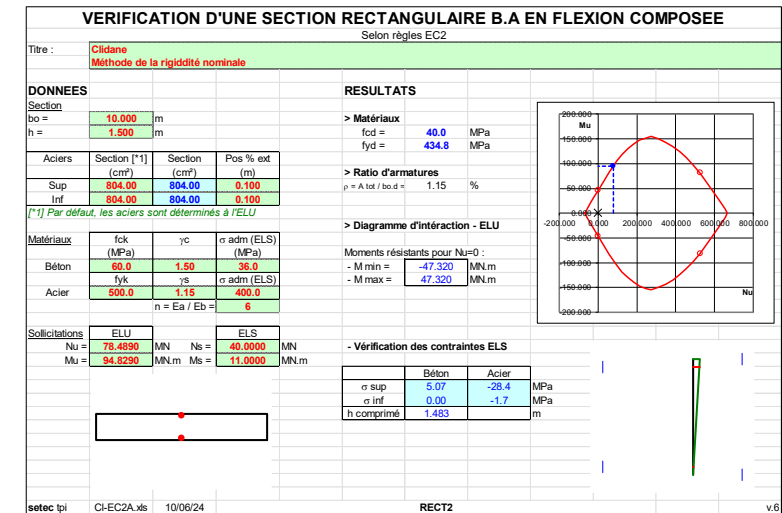
### Méthode générale



### Rigidité nominale



### Courbure nominale



La méthode générale donne ici le torseur  $M_{ed}$  le moins pénalisant pour la détermination des armatures. Les autres méthodes reposent sur des hypothèses enveloppes donc conservatrices.

## Merci pour votre attention

Jocelyn POULAIN

Directeur technique setec nucléaire

Tél +33 1 82 51 69 49 / Mob +33 6 23 98 06 77

Mél : [jocelyn.poulain@setec.com](mailto:jocelyn.poulain@setec.com)

INGÉNIEURS  
& CITOYENS



setec  
nucléaire