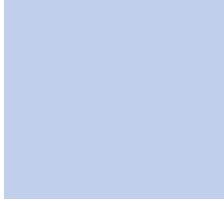




## Séance 2

- Rappel des propriétés du béton
- Méthode de prise en compte des effets du fluage
- Effet du retrait et du fluage sur les sections BA



# Rappel des propriétés du béton

Le fluage

La relaxation

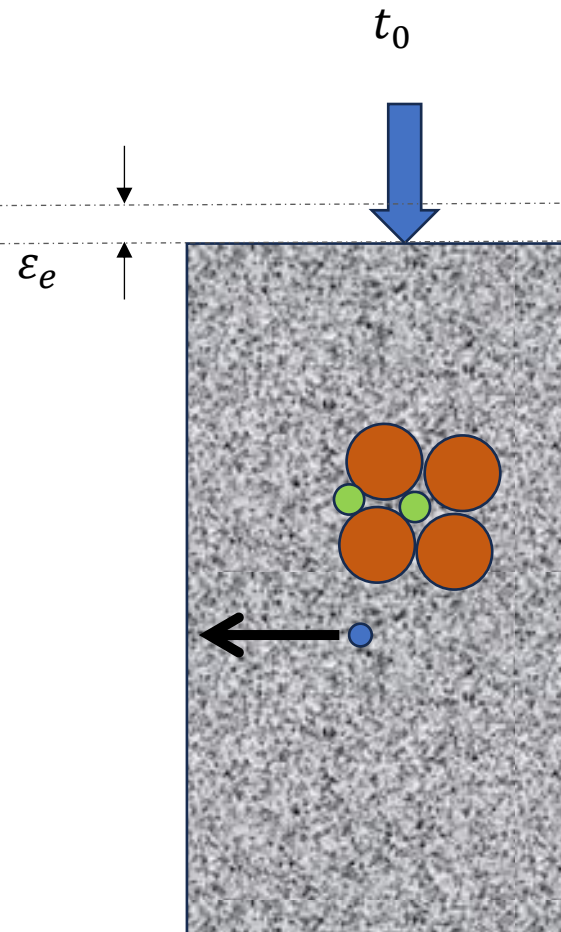
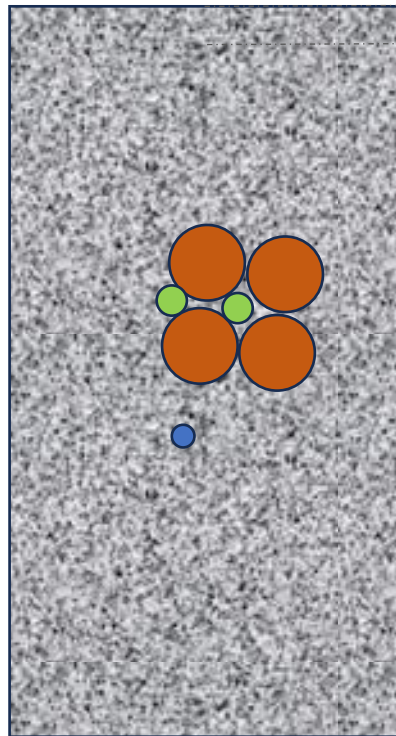
Le retrait

01.

## Fluage du béton

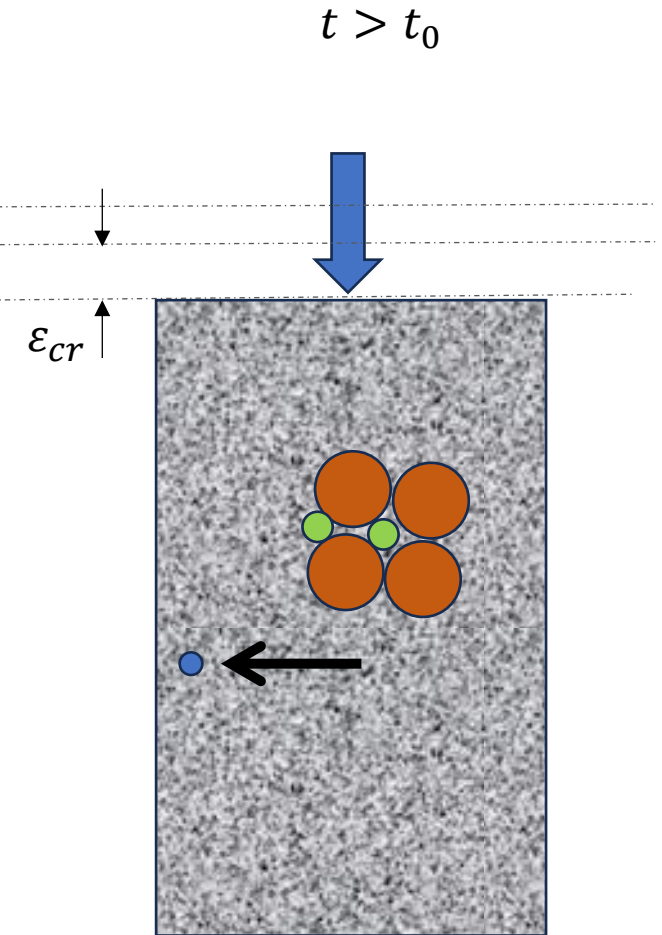
Granulat, sable,  
ciment hydraté

Eau non liée



$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E_c(t_0)}$$

Compression instantanée  
du squelette



$$\varepsilon_{cr}(t, t_0) = \varphi(t, t_0)\varepsilon_e$$

Compression du squelette  
Migration de l'eau non liée

## Fluage du béton

### Définition:

Raccourcissement du béton observé après le raccourcissement instantané.

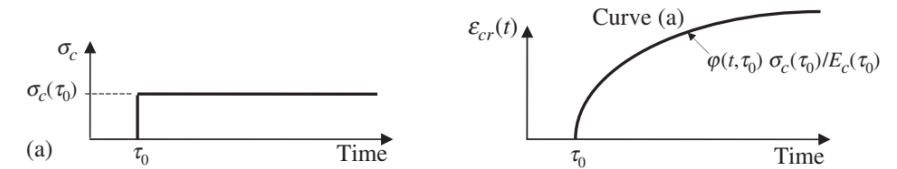
Il se poursuit dans le temps à une vitesse décroissante et tend vers une asymptote

$$\varepsilon_{cr}(t, t_0) = \varphi(t, t_0)\varepsilon_e$$

$$\varphi(t, t_0) = \textit{coefficient de fluage}$$

### Principaux facteurs influençant le fluage :

- La résistance du béton
- Le type de ciment  $\{S, N, R\}$
- L'épaisseur moyenne de la pièce  $h_0 = 2A_c/u$
- L'environnement (température, humidité relative RH)
- L'âge du béton au moment du chargement



$\varepsilon_{cr} \propto \varepsilon_e$  si  $\sigma < 0,45f_{ck}$  : on parle de fluage linéaire

$A_c$  = aire de la section transversale  
 $u$  = périmètre soumis à la dessiccation

## Fluage du béton

### Dispositions de l'EN 1992-1-1

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \times \beta_c(t, t_0)$$

$$\varphi_0 = \varphi_0(t_0; f_{cm}; RH; \{S, N, R\}):$$

Coefficient de fluage conventionnel

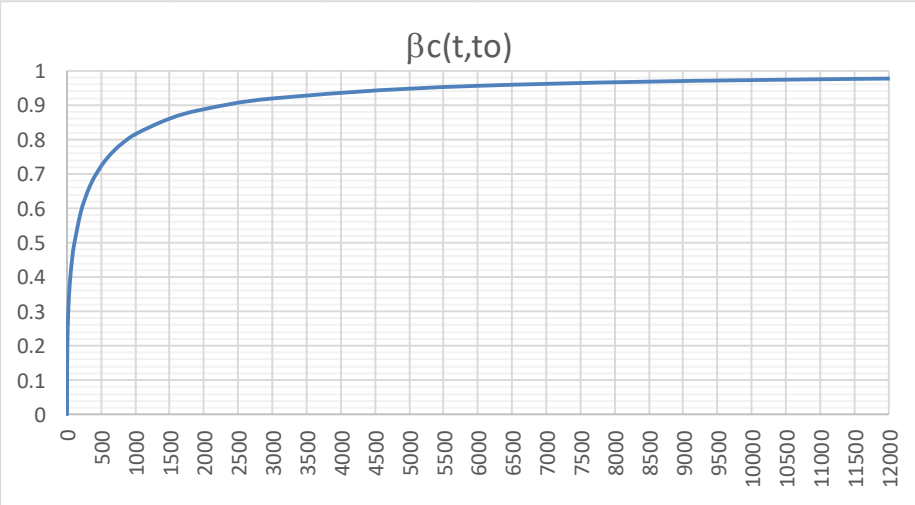
$$\beta_c(t, t_0) = \beta_c(t; t_0; RH, h_0; f_{cm}):$$

Coefficient d'évolution

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0.3}$$

Calcul des déformations instantanées et dues différées selon l'EN 1992-1-1 annexe B

fck	35	MPa	to	28	jours	âge du chargement
Aire	0.5	m <sup>2</sup>	t	2 000	jours	5.48 ans
u	2	m	t-to	1 972	jours	
<i>périmètre en contact avec l'atmosphère</i>						
RH	50	%	φ 0	1.856		
			φ (t,t <sub>0</sub> )	1.645		89%
E <sub>cm</sub>	34 077	MPa				
h <sub>0</sub>	500.00	mm				
φ RH	1.483					
β (f <sub>cm</sub> )	2.562					
β (t <sub>0</sub> )	0.488					
β <sub>c</sub> (t,t <sub>0</sub> )	0.886					

## Fluage du béton

### Caractéristiques principales du fluage

- 50% du fluage dans les 2-3 premiers mois,
- 90% du fluage dans les 3-4 premières années.

Le fluage diminue lorsque :

- $f_{ck}$  augmente
- $RH$  augmente
- L'âge  $t_0$  du béton au moment du chargement augmente
- L'épaisseur de la pièce augmente

Le fluage augmente lorsque :

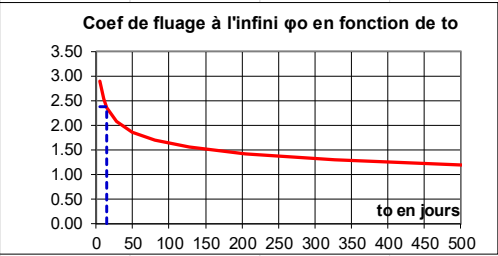
- La température augmente ( étuvage, préfabrication)

### CALCUL DU COEFFICIENT DE FLUAGE

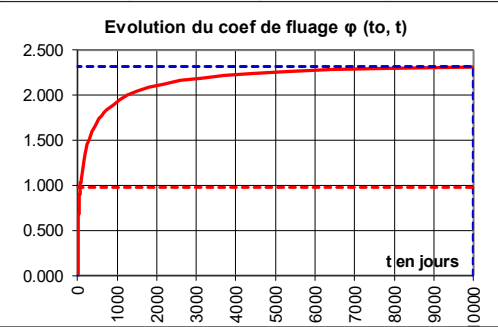
selon EC2-1-1 (Bâtiments) - Annexe B

Titre : **Poteau chargement à 14 jours**

DONNEES		RESULTATS	
> Béton	f <sub>ck</sub> = 30 MPa	$\varphi(t, t_0) = \varphi_0(t_0) \cdot \beta_c(t, t_0)$	
Classe de ciment	N	> Calcul de $\varphi_0$	
R = CEM 42.5 R, CEM 52.5 N, CEM 52.5 R		$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$	
N = CEM 32.5 R, CEM 42.5 N		f <sub>cm</sub> = 38 MPa	$\varphi_{RH} = 1.569$
S = CEM 32.5 N			$\beta(f_{cm}) = 2.73$
> Humidité relative et Rayon moyen de la pièce		Age $t_0$ corrigé en fonction de la classe du ciment :	
Humidité relative RH =	50 %	t <sub>0</sub> corrigé =	14.0 jours
Environnement intérieur : RH = 50 % - Extérieur : RH=80%		$\beta(t_0) =$	0.557
Aire de la section droite Ac	1 m <sup>2</sup>	d'où $\varphi_0 =$	2.381
Périmètre en contact avec l'atmosphère	4.00 m	> Calcul de $\beta_c$	
d'où le rayon moyen h <sub>0</sub> =	500 mm	$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0.3}$	
> Dates		$\beta_H =$	990.0
- Age du béton au moment du chargement	t <sub>0</sub> = 14 jours	> Coefficient de fluage	
- Dates de calcul des résultats			
	Jours	soit en années	
t <sub>1</sub>	14	0.04	
t <sub>2</sub>	10 000	27.40	
		Date t <sub>1</sub>	Date t <sub>2</sub>
		$\beta_c$	0.000
		$\varphi(t_0, t)$	0.000
		Date t <sub>2</sub>	0.972
		$\Delta(t_2 - t_1)$	2.315
		Date ∞	2.381



Coef de fluage à l'infini  $\varphi_0$  en fonction de  $t_0$



Evolution du coef de fluage  $\varphi(t_0, t)$

setec tpi    CL-EC2A.xls    15/03/26    FLU1    v.5

## Fluage du béton

### Influence de l'historique du chargement (EN 1992-2)

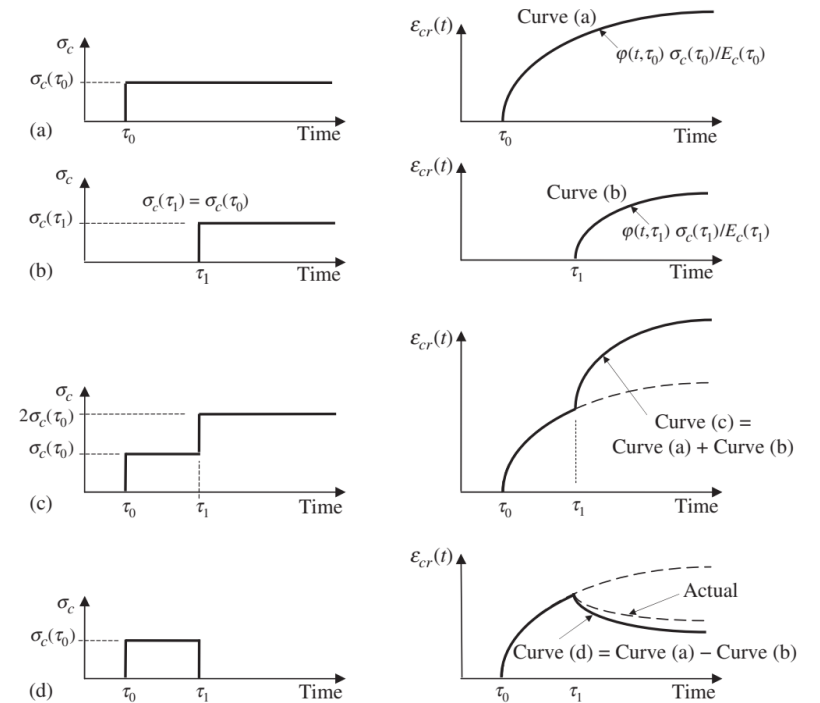
Chargement en créneaux:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_0}{E_c(t_0)} + \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_0}{E_c(28)} + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{E_c(t_i)} + \frac{\varphi(t, t_i)}{E_c(28)} \right] \Delta\sigma(t_i)$$

- Coefficient de fluage calé sur le  $E_{cm} = E_c(28 \text{ jours})$ :

$$\varepsilon_{cr}(t, t_i) = \varphi(t, t_i) \frac{\Delta\sigma(t_i)}{E_c(28)}$$

- Principe de superposition applicable tant que le fluage est linéaire
- Applicable également en déchargement (même si inexact)



## Relaxation du béton

### Effet du fluage dans une structure isostatique

- Les efforts internes ne sont pas modifiés
- Les déformations sont multipliées par un facteur  $1 + \varphi(t; t_0)$
- Module effectif du béton :

$$E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(t; t_0)}$$

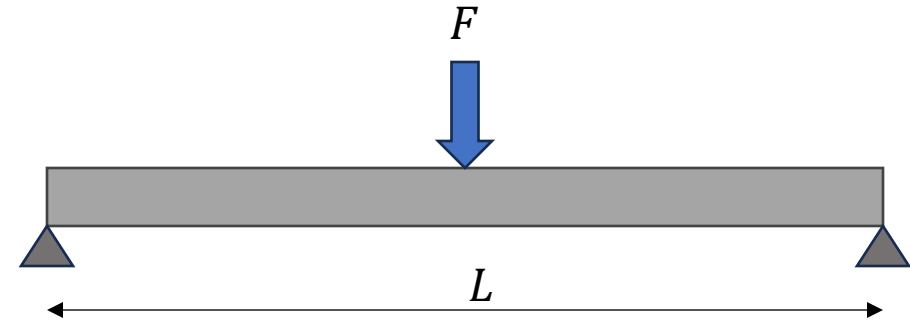
Fluage = augmentation des déformations sous contraintes fixes

Inversement : Si les déplacements sont bloqués

**Relaxation = réduction de la contrainte mécanique.**

Typiquement : dilatation thermique bloquée

$$\varepsilon_{th} + \varepsilon_{cr} + \frac{\sigma}{E_c(t)} = 0 \Rightarrow \varepsilon_{cr} + \frac{\sigma}{E_c(t)} = Cte$$



RDM :

$$M_0 = \frac{FL}{4}$$

$$f_0 = \frac{FL^3}{48EI}$$



$$\varepsilon_{th} = \alpha \Delta T$$

## Retrait

### Phénomène : réduction du volume

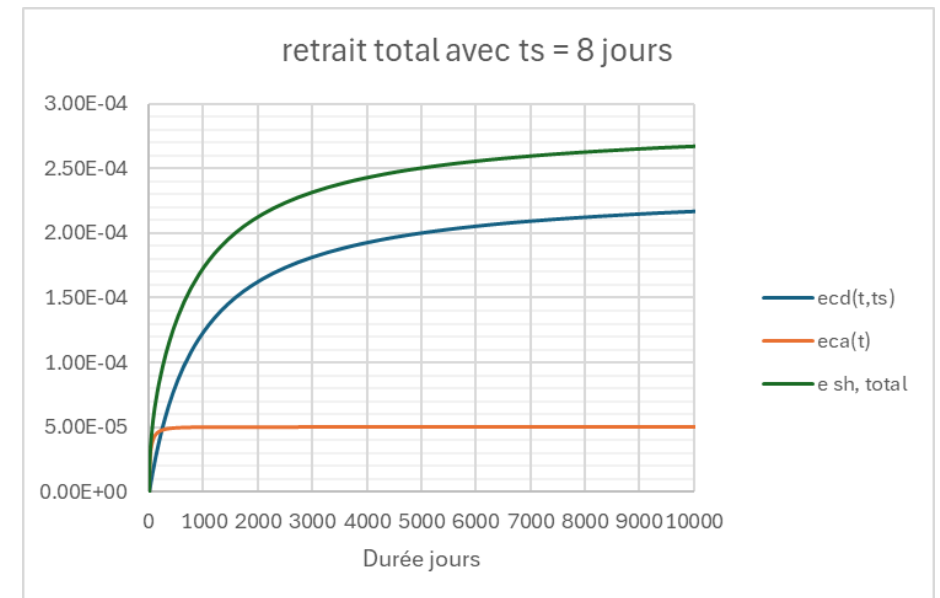
Plusieurs composantes :

- Retrait **plastique** = perte d'eau alors que le béton n'est pas durci
- Retrait **chimique** = la réaction chimique entraîne diminution de volume
- Retrait **thermique** = refroidissement du béton après durcissement (réaction exothermique)
- Retrait de **dessiccation** = migration de l'eau en excès  $\varepsilon_{cd}$



A éviter par des mesures constructives (cure, protection des coffrages)

Retrait endogène :  $\varepsilon_{ca}$



## Déformations totales et ordres de grandeur

### Déformations totales :

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_e(\tau_0) + \varepsilon_{cr}(t, \tau_0) + \varepsilon_{sh}(t, \tau_D) + \varepsilon_{c,th}$$

$\varepsilon_e(\tau_0) = \sigma(\tau_0)/E(\tau_0)$  : déformation élastique due au chargement

$\varepsilon_{cr}(t, \tau_0)$  : déformation de fluage

$\varepsilon_{sh}(t, \tau_D)$  : retrait après la cure du béton (à  $\tau_D$ )

$\varepsilon_{c,th}$  : déformation thermique

### Ordres de grandeur :

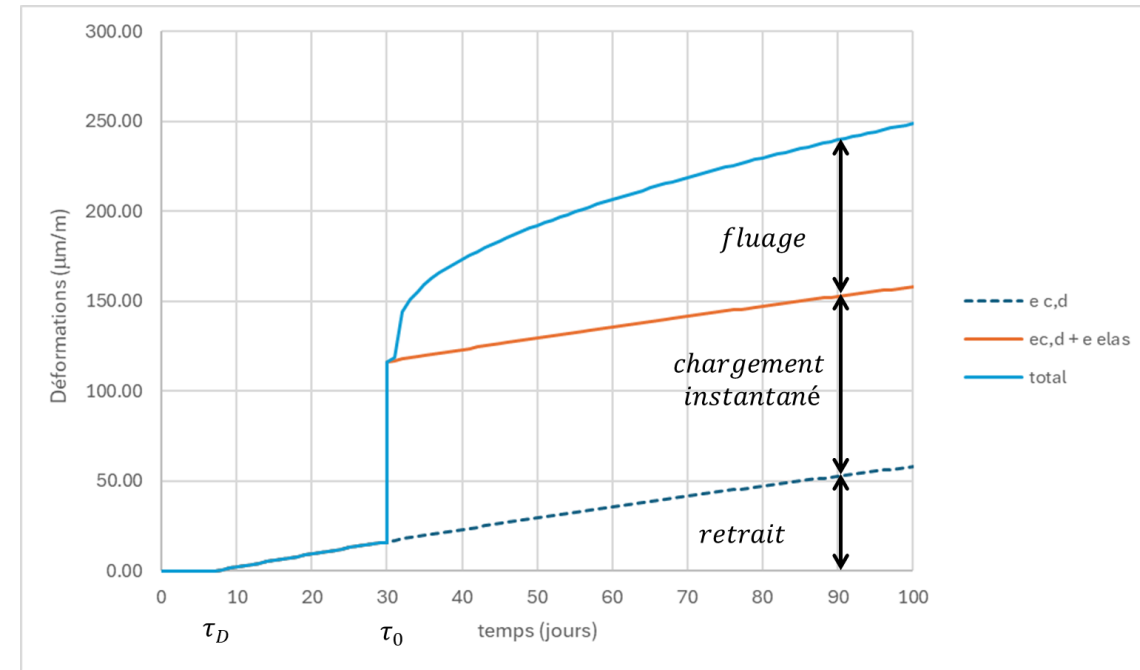
En général,  $\sigma_{c,max} \approx 0,4f_{ck}$  et  $E_c \approx 1000f_{ck}$

$$\varepsilon_e \approx -0,4f_{ck}/E_c = -400 \mu m/m$$

$$\varepsilon_{cr} \approx 2\varepsilon_e = -800 \mu m/m$$

$$\varepsilon_{sh} \approx -400 \mu m/m$$

=> Les déformations différées multiplient par 3 à 5 les déformations élastiques



Impact sensible sur les performances en service (flèches, fissuration, etc)



# Méthodes de prise en compte des effets du fluage

Méthode du module effectif

Méthode incrémentale

Méthode du coefficient de vieillissement



02.

# Expression générale des déformations sous chargement variable

$$\varepsilon_c(t) = \int_{\tau_0}^t [d\varepsilon_e(\tau) + \varphi(t, \tau)d\varepsilon_e(\tau)] + \varepsilon_{sh}(t, \tau_d) = \int_{\tau_0}^t \left[ \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} \right] d\tau + \varepsilon_{sh}(t, \tau_d)$$

Déformation élastique  
provoquée par une  
variation de contrainte  
au temps  $\tau$  :

Déformation de fluage

$$d\varepsilon_e(\tau) = \frac{d\sigma_c}{E_c(\tau)} = \frac{1}{E_c(\tau)} \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} d\tau$$

$$d\varepsilon_{cr}(t, \tau) = \varphi(t, \tau) \frac{d\sigma_c}{E_c(\tau)} = \frac{\varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} \frac{\partial \sigma_c}{\partial \tau} d\tau$$

## Méthode du module effectif ( $E_{c,eff}$ )

### Méthode:

Utilisation d'un module équivalent pour les effets des actions mécaniques:

$$\varepsilon_c(t) \approx \frac{1 + \varphi(t, \tau_0)}{E_c(\tau_0)} \sigma_c(t) + \varepsilon_{sh}(t, \tau_d) = \frac{\sigma_c(t)}{E_{c,eff}} + \varepsilon_{sh}(t, \tau_d)$$

Où :

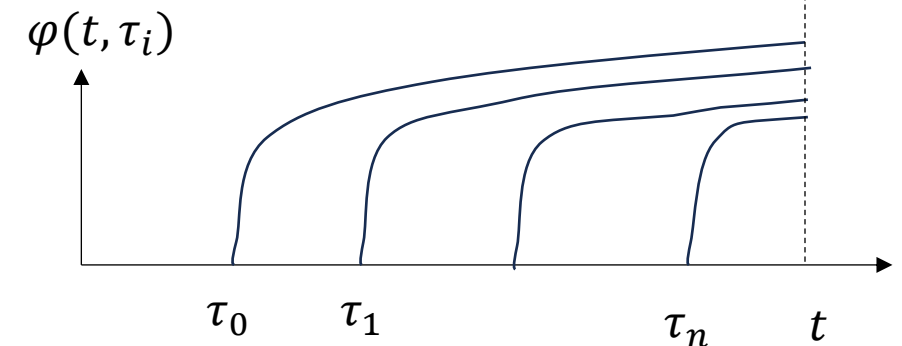
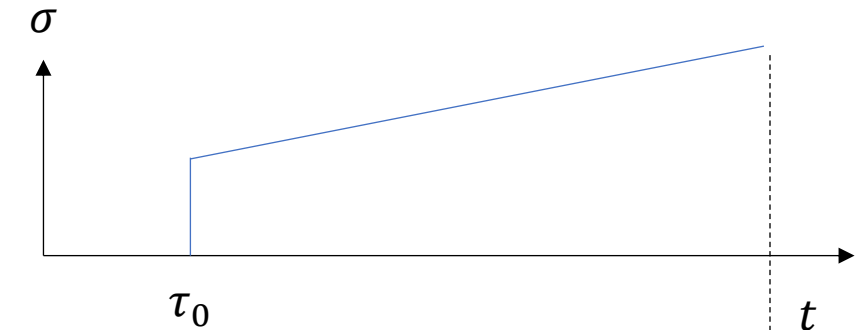
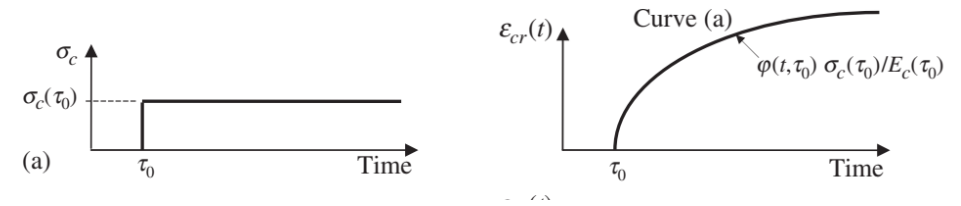
$$E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(t; t_0)}$$

Méthode exacte si le chargement est constant dans le temps :

$$\sigma_c(t) = \sigma_c(\tau_0)$$

Si  $\sigma_c(t)$  est croissant, la déformation est évaluée par excès car :

$$\varphi(t, \tau) < \varphi(t, \tau_0)$$



## Méthode incrémentale (step by step method)

### Méthode:

Les variations de contraintes sont traitées de manière discrète et comme constantes par créneaux :

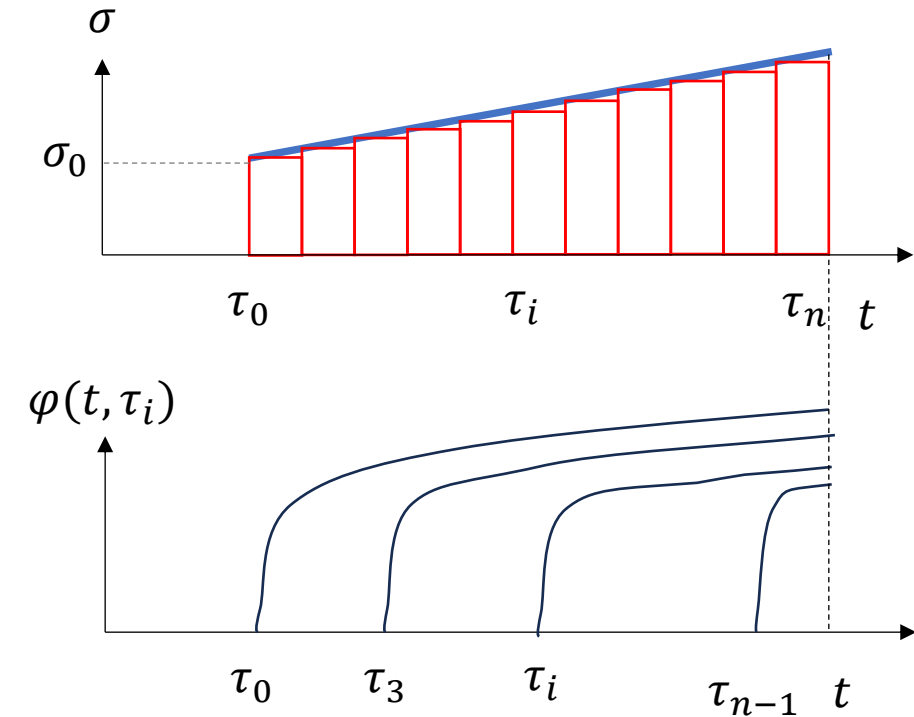
$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_0}{E_c(\tau_0)} + \varphi(t, \tau_0) \frac{\sigma_0}{E_c(28)} + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{E_c(\tau_i)} + \frac{\varphi(t, \tau_i)}{E_c(28)} \right] \Delta\sigma(\tau_i) + \varepsilon_{sh}(t)$$

Méthode applicable pour la prise en compte :

- Des variations de contraintes mécaniques dues au chargement
- Des variations de contraintes mécaniques dues aux déformations imposées / gênées (retrait, température)

Adaptée aux logiciels de calculs

D'application lourde pour des calculs manuels



## Méthode du coefficient de vieillissement (Bazant)

### Principe:

On vise à s'affranchir du calcul incrémental trop lourd.

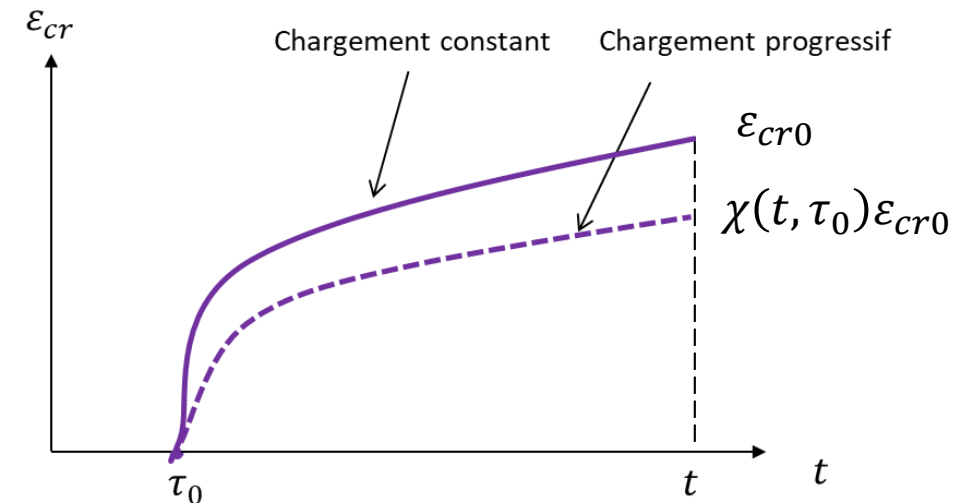
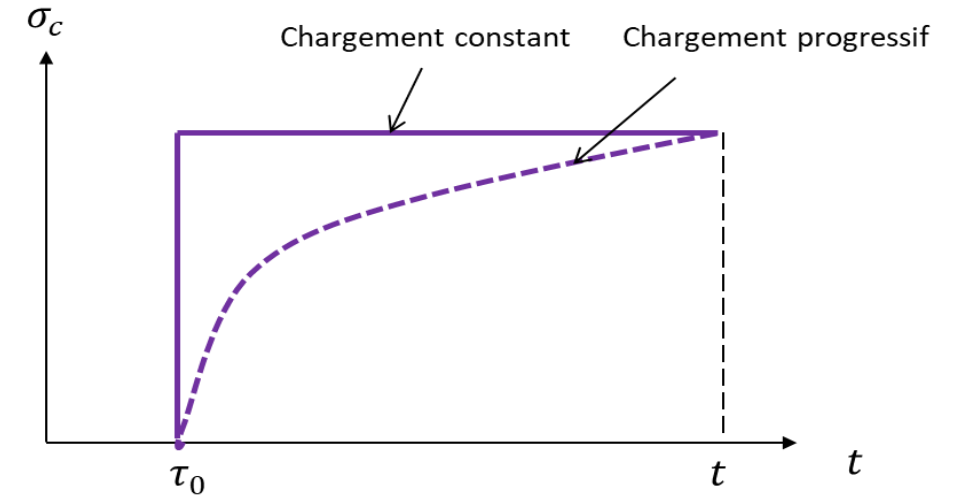
Pour un chargement monotone, on déduit la déformation de fluage de celle résultant du chargement constant en y appliquant un coefficient d'abattement, appelé

### Coefficient de vieillissement:

$$\varepsilon_{cr}(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c(\tau_0)} \chi(t, \tau_0) \varphi(t, \tau_0)$$

$$\varepsilon_{cr0} = \frac{\sigma_{c0}}{E_c(\tau_0)} \varphi(t, \tau_0) : \text{retrait du au chargement } \sigma_{c0} \text{ appliqué à } \tau_0$$

Pour un chargement progressif de 0 à  $\sigma_{c0}$ , le fluage est forcément inférieur.



## Méthode du coefficient de vieillissement (Bazant)

### Méthode:

Permet de tenir compte des variations de contraintes et de propriétés du béton entre  $\tau_0$  et  $t$  par un coefficient de vieillissement :

$$\int_{\tau_0}^t (1 + \varphi(t, \tau)) d\sigma(\tau) = (1 + \chi(t, \tau_0)\varphi(t; \tau_0)) \Delta\sigma_{\tau_0 \rightarrow t}$$

⇒ la méthode revient à considérer une variation de contrainte  $\Delta\sigma_{\tau_0 \rightarrow t}$  appliquée à un instant intermédiaire et maintenue constante:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_0}{E_c(\tau_0)} + \varphi(t, \tau_0) \frac{\sigma_0}{E_c(28)} + \frac{\Delta\sigma_{\tau_0 \rightarrow t}}{E_{ca}} + \varepsilon_{sh}(t)$$

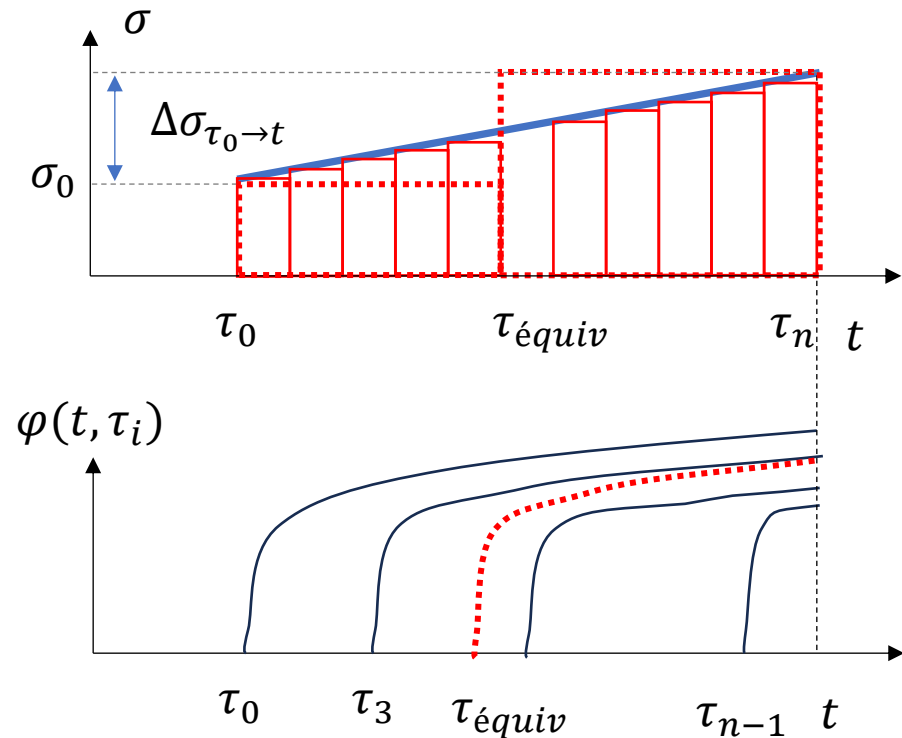
Avec :

$$E_{ca} = \frac{E_c(t)}{1 + \chi(t, \tau_0)\varphi(t; \tau_0)}$$

Pour des chargements monotones:

$$\chi(\infty, \tau_0) \approx 0,8$$

Sinon  $\chi(t, \tau_0)$  déterminé par la méthode incrémentale



*En Anglais : Age Adjusted Effective Modulus Method*



# Effets du retrait & fluage sur les sections en BA

Effets sur des sections non fissurées (BP, poteaux BA)

Effets sur des sections fissurées (poutres BA)

03.

## Bridage du retrait par les armatures

### Principe avec la méthode du module effectif:

Une section en BA voit son retrait bridé par les armatures  
 ⇒ Béton en traction et Aciers en compression

Déformations :

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_s(t)$$

Résultantes :

$$N_c(t) + N_s(t) = 0 \Rightarrow A_c \sigma_c(t) + A_s \sigma_s(t) = 0$$

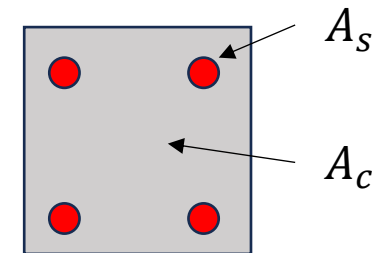
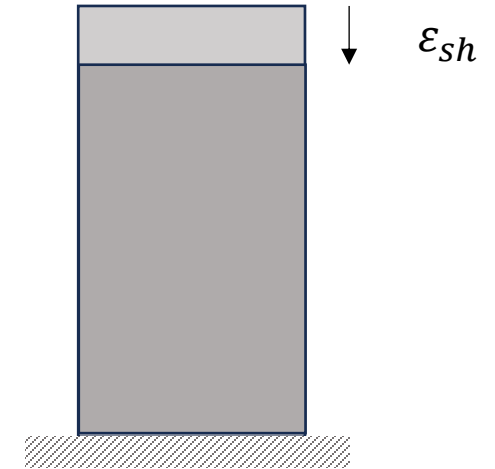
$$A_c E_c \varepsilon_e(t) + A_s E_s (\varepsilon_e(t) + \varepsilon_{sh}(t)) = 0$$

$$A_c E_c \varepsilon_e(t) [1 + \rho n] = -A_s E_s \varepsilon_{sh}(t)$$

$$\varepsilon_e(t) = -\frac{\rho n}{1 + \rho n} \varepsilon_{sh}(t)$$

$$\varepsilon_s(t) = \frac{1}{1 + \rho n} \varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_c(t)$$

Effet du fluage non pris en compte



$A_s = 0 \Rightarrow$  pas de contrainte mécanique

$$\rho = A_s/A_c ; n = E_s/E_c$$

## Effet du fluage dans un poteau armé comprimé

### Principe avec la méthode du module effectif:

P repris par le béton et les armatures. Avec le temps, le béton est moins raide:  
 ⇒ Contraintes béton diminuent , contraintes aciers augmentent

Déformations :

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t) = \varepsilon_s(t)$$

Résultantes :

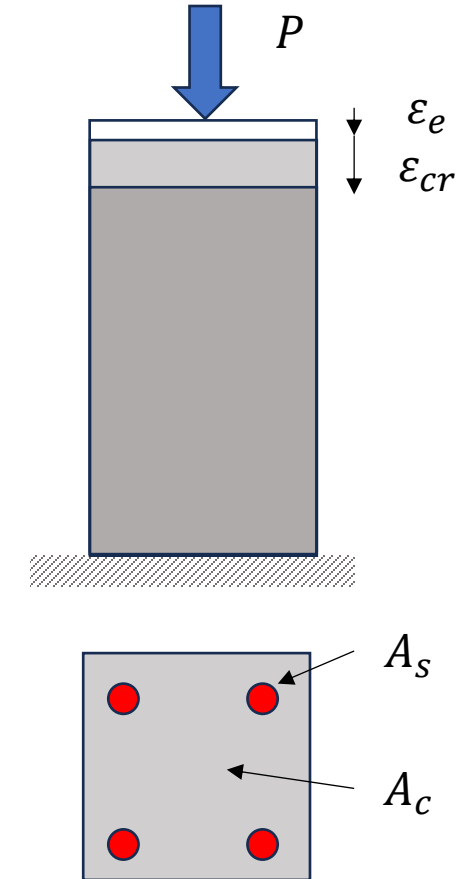
$$N_c(t) + N_s(t) = P \Rightarrow A_c \sigma_c(t) + A_s \sigma_s(t) = P$$

$$A_c E_c \varepsilon_e(t) + A_s E_s (\varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t)) = P$$

$$A_c E_c \varepsilon_e(t) [1 + \rho n_0 (1 + \varphi(t, \tau_0))] = P$$

$$\sigma_c(t) = E_c \varepsilon_e(t) = \frac{P}{A_c} \frac{1}{1 + \rho n}$$

$$\sigma_s(t) = E_s \varepsilon_e(t) (1 + \varphi(t, \tau_0)) = \frac{P}{A_s} \frac{\rho n}{1 + \rho n}$$



$$\rho = A_s / A_c ;$$

$$n_0 = \frac{E_s}{E_c(\tau_0)}$$

$$n = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = n_0 (1 + \varphi(t, \tau_0))$$

## Effet du fluage et du retrait dans les éléments armés

### Principe avec la méthode du coefficient de vieillissement:

Les exemples précédents montrent que les déformations de retrait et fluage créent des variations de contraintes dans le béton :

⇒ **Les effets sont à traiter comme des chargements variables.**

⇒ Idéalement :

⇒ Méthode incrémentale

⇒ Bonne alternative : méthode du coefficient de vieillissement

$$E_{c,a}(t) = \frac{E_c(\tau_0)}{1 + \chi(t, \tau_0)\varphi(t, \tau_0)}$$

Ou :

$$\varepsilon_{cr}(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c(\tau_0)} \chi(t, \tau_0)\varphi(t, \tau_0)$$

## Bridage du retrait par les armatures

### Principe avec la méthode du facteur de vieillissement:

Une section en BA voit son retrait bridé par les armatures  
 ⇒ Béton en traction et Aciers en compression

Effet du fluage pris en compte

Déformations :

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{cr}(t) + \varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_s(t)$$

On a montré, sans prise en compte du fluage, que :

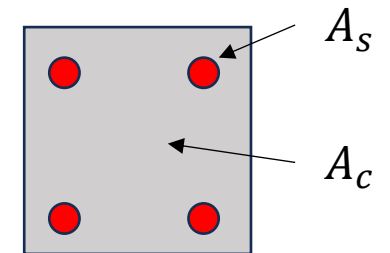
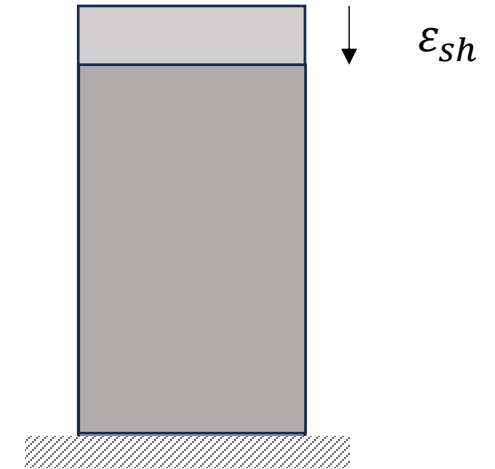
$$\varepsilon_e(t) = -\frac{\rho n}{1 + \rho n} \varepsilon_{sh}(t)$$

$$\varepsilon_s(t) = \frac{1}{1 + \rho n} \varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_c(t)$$

On peut garder les mêmes expressions en remplaçant  $n$  par

$$n_{adj} = \frac{E_s}{E_{c,a}}$$

A.N:  $\varepsilon_{sh} = -0,50 \text{ mm/m}$ ;  $\rho = 0,01$ ;  $\chi(\infty, \tau_D) = 0,8$ ;  $E_s/E_c(\tau_D) = 6$ ;  $\varphi(\infty, \tau_D) = 2$



$$\rho = A_s/A_c ; n = \frac{E_s/E_c(\tau_d)}{E_c(\tau_D)}$$

$$E_{ca} = \frac{E_c(\tau_D)}{1 + \chi(t, \tau_D)\varphi(t, \tau_D)}$$

## Effet du fluage dans un poteau armé comprimé

### Principe avec la méthode du coefficient de vieillissement :

On a montré, sans prise en compte du vieillissement du béton :

$$\sigma_c(t) = E_c \varepsilon_e(t) = \frac{P}{A_c} \frac{1}{1 + \rho n}$$

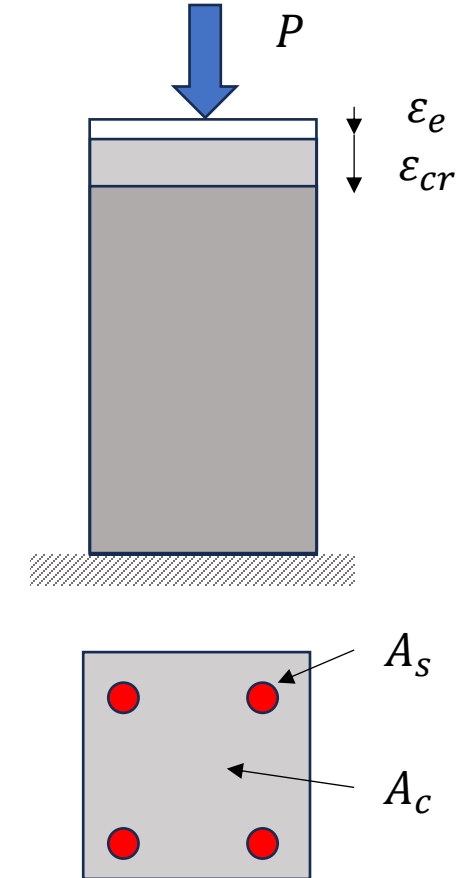
$$\sigma_s(t) = E_s \varepsilon_e(t) (1 + \varphi(t, \tau_0)) = \frac{P}{A_s} \frac{\rho n}{1 + \rho n}$$

On peut garder les mêmes expressions en remplaçant  $n$  par

$$n_{adj} = \frac{E_s}{E_{c,a}}$$

A.N:  $P = -10 \text{ MN}$ ;  $\rho = 0,02$ ;  $A_c = 1 \text{ m}^2$ ;  $\chi(\infty, \tau_0) = 0,8$ ;  $E_s/E_c(\tau_0) = 6$ ;

$\varphi(\infty, \tau_0) = 2$



$$\rho = A_s / A_c ;$$

$$n_0 = \frac{E_s}{E_c(\tau_0)}$$

$$E_{ca} = \frac{E_c(\tau_D)}{1 + \chi(t, \tau_D) \varphi(t, \tau_D)}$$

## Merci pour votre attention

Jocelyn POULAIN

Directeur technique setec nucléaire

Tél +33 1 82 51 69 49 / Mob +33 6 23 98 06 77

Mél : [jocelyn.poulain@setec.com](mailto:jocelyn.poulain@setec.com)

INGÉNIEURS  
& CITOYENS



setec  
nucléaire