

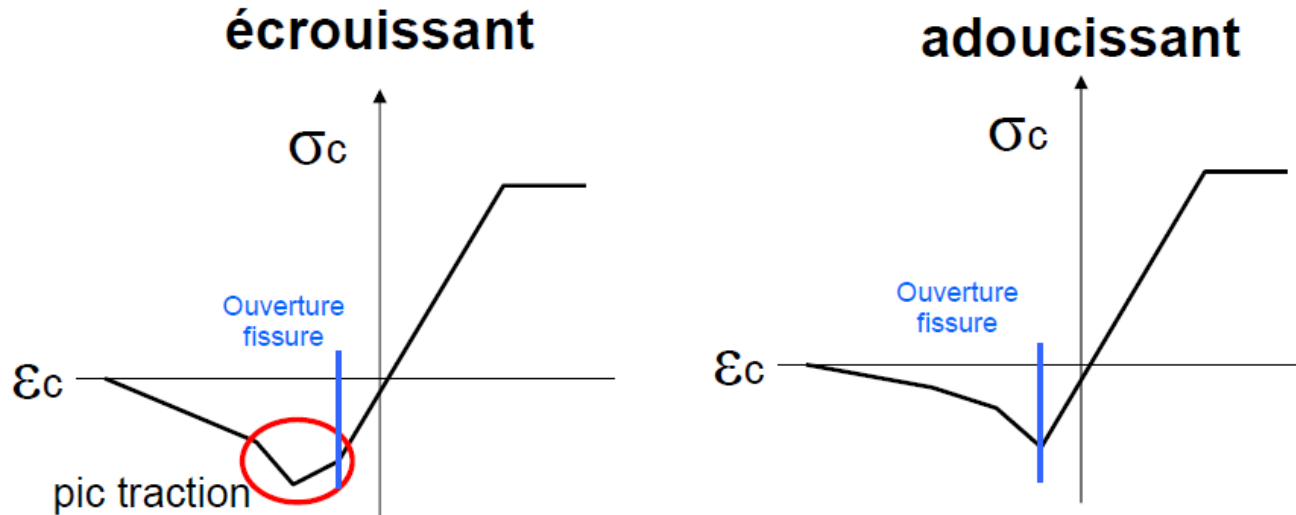
Pierre Marchand

Support basé sur une présentation de G.  
Généreux et P. Marchand

## Loi en traction : résistance post-fissuration

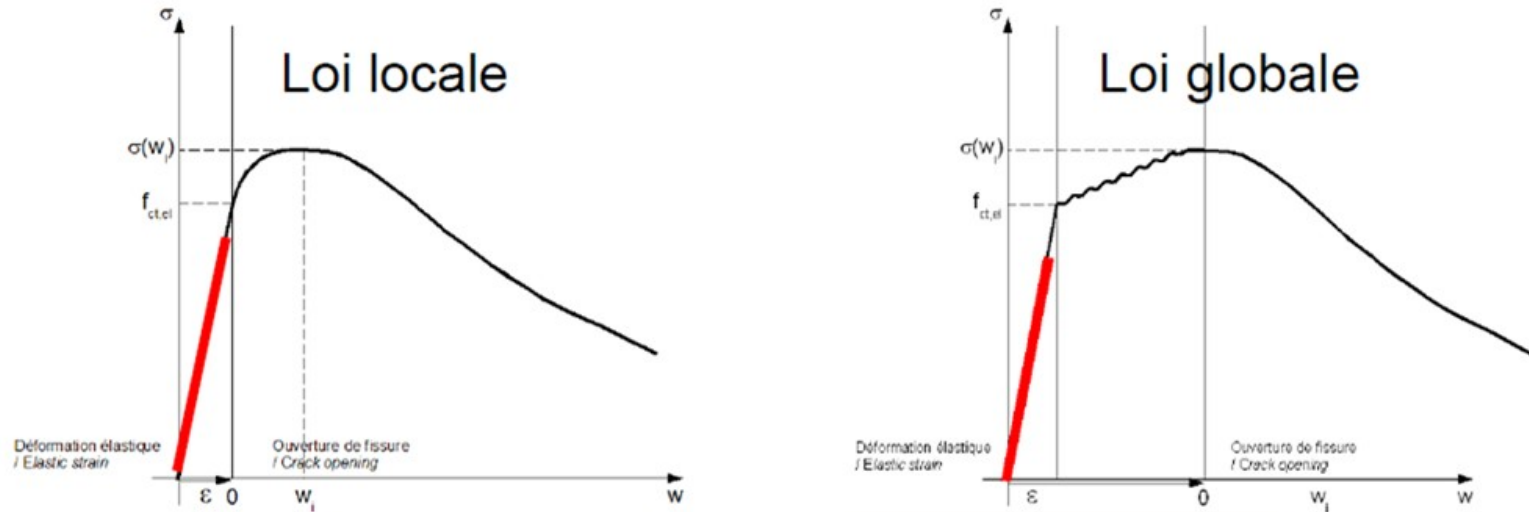
Après avoir fissuré, les fibres « prennent le relai » en traction et on observe une résistance post fissuration, que l'on peut prendre en compte dans les calculs

Il y a plusieurs cas de figure selon le type de BFUP :



# Loi en traction : résistance post-fissuration

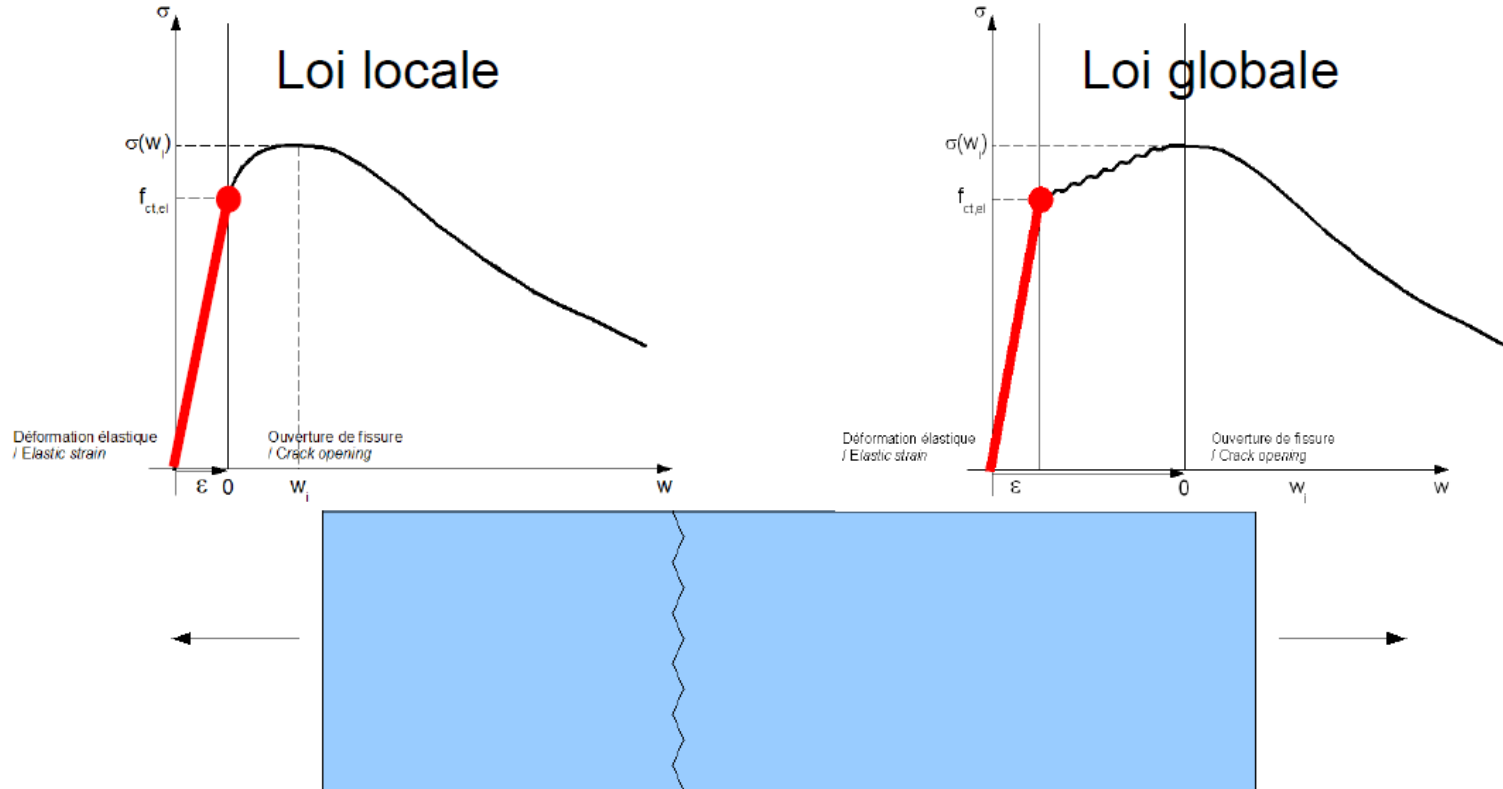
## BFUP écouissant



Déformation élastique

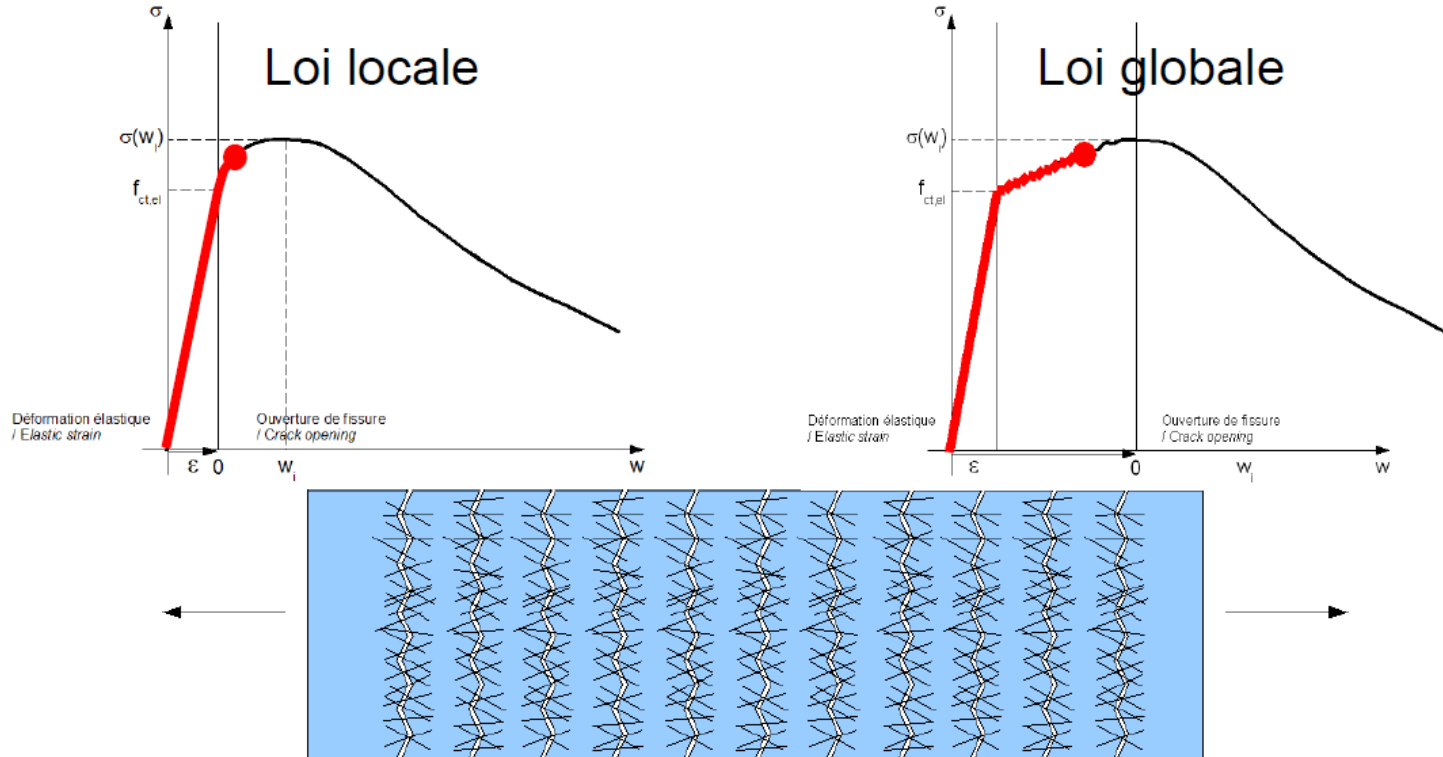
# Loi en traction : résistance post-fissuration

## BFUP écouissant



# Loi en traction : résistance post-fissuration

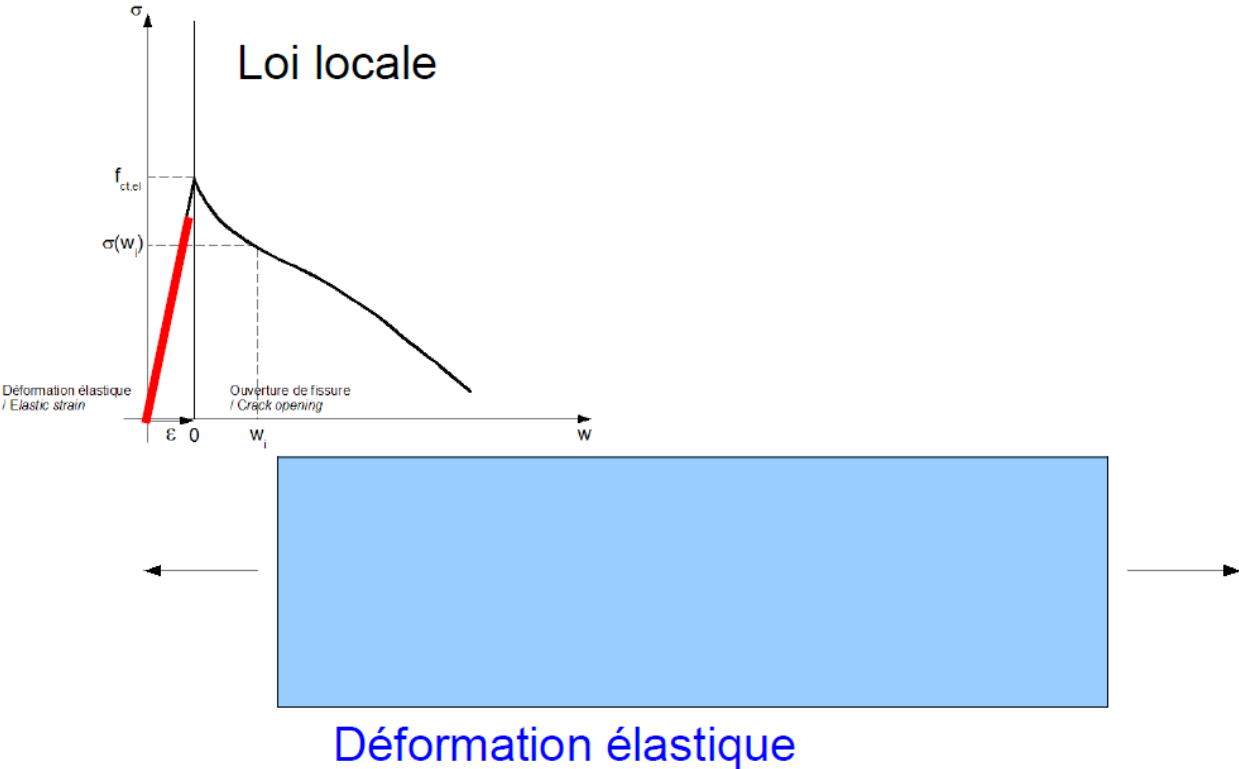
## BFUP écouissant



Multi-fissuration

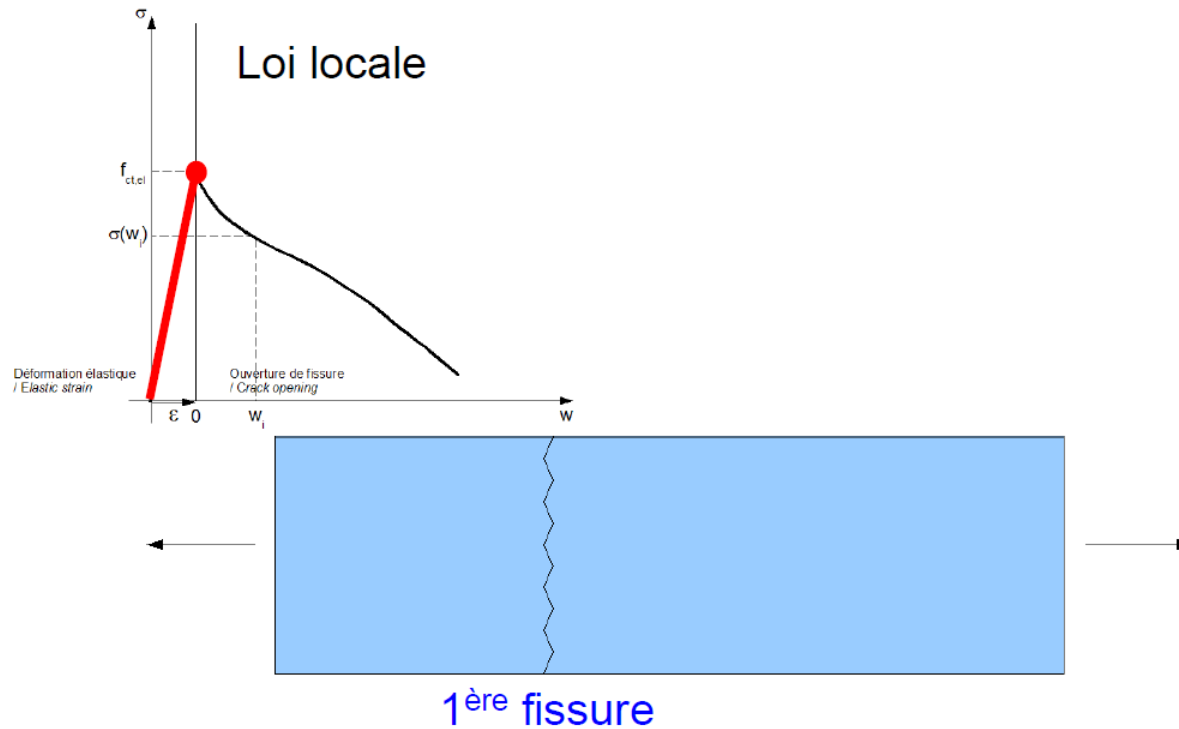
Loi en traction : résistance post-fissuration

BFUP adoucissant



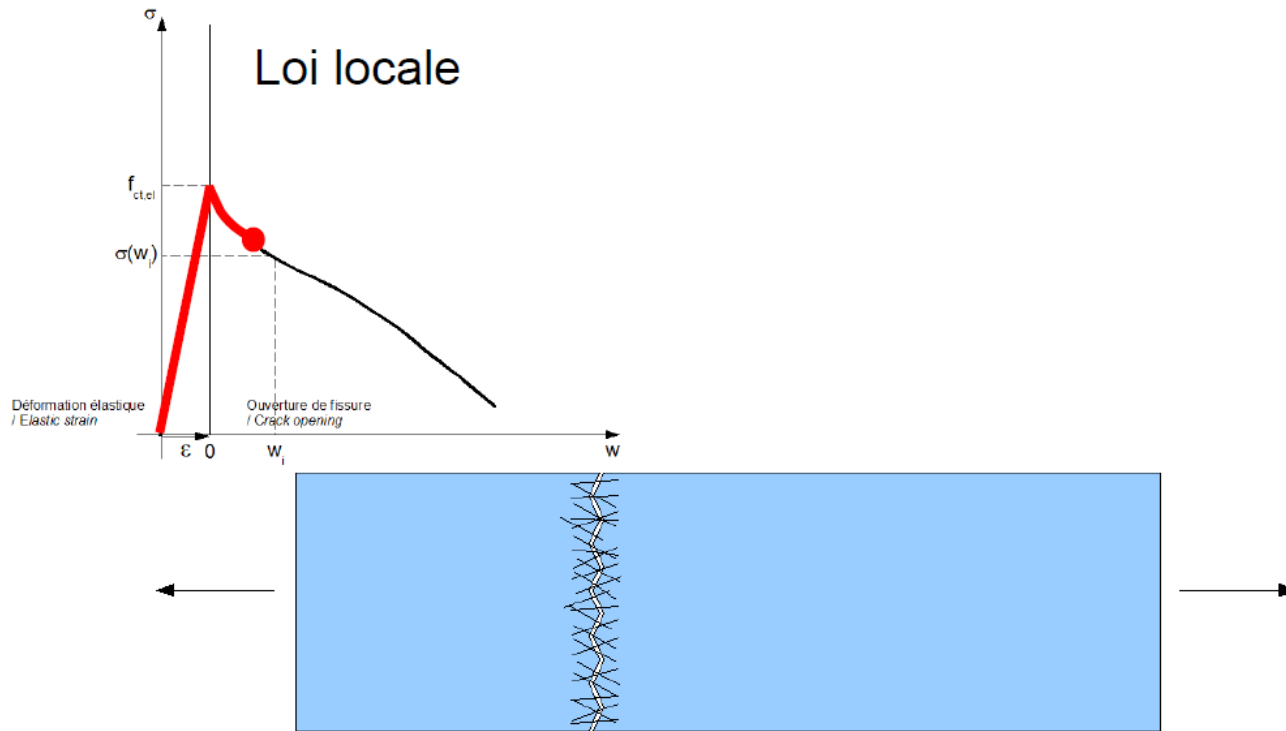
# Loi en traction : résistance post-fissuration

## BFUP adoucissant



# Loi en traction : résistance post-fissuration

BFUP adoucissant



1 seule fissure

# Présentation norme NF P18-710

## Loi en compression

Relation contrainte-déformation pour l'analyse non linéaire (« Sargin ») :

Formule qui fait notamment dépendre la déformation au pic avec le module, ce qui n'est pas le cas de la formule actuelle de l'Eurocode 2

$$\sigma = f_{cm} \frac{\eta \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1,f}}}{\eta - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1,f}}\right)^{\varphi \cdot \eta}}$$

$$\varepsilon_{c1,f} = \left[ 1 + 4 \frac{f_{ctfm}}{K_{global} \cdot f_{cm}} \right] \left[ 1 + 0,16 \frac{k_0}{(f_{cm}^2 + 800)} \right] \frac{f_{cm}^{2/3}}{k_0}$$

$$k_0 = \frac{E_{cm}}{f_{cm}^{1/3}} \quad \eta = \frac{k}{k-1} \quad k = E_{cm} \frac{\varepsilon_{c1,f}}{f_{cm}} \quad \varphi = \begin{cases} 1 & \text{si } \varepsilon \leq \varepsilon_{c1,f} \\ \ln \left( 1 - \eta + \frac{\eta}{0,7} \frac{\varepsilon_{cu1,f}}{\varepsilon_{c1,f}} \right) & \text{si } \varepsilon > \varepsilon_{c1,f} \\ \eta \cdot \ln \left( \frac{\varepsilon_{cu1,f}}{\varepsilon_{c1,f}} \right) & \end{cases}$$

$$\varepsilon_{cu1,f} = \left[ 1 + 15 \frac{f_{ctfm}}{K_{global} \cdot f_{cm}} \right] \left[ 1 + \frac{20}{f_{cm}} \right] \left[ 1 + 0,16 \frac{k_0}{(f_{cm}^2 + 800)} \right] \frac{f_{cm}^{2/3}}{k_0}$$

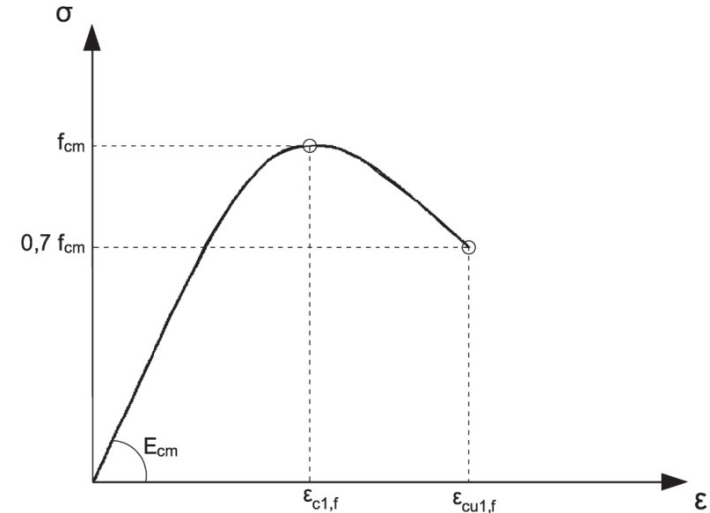
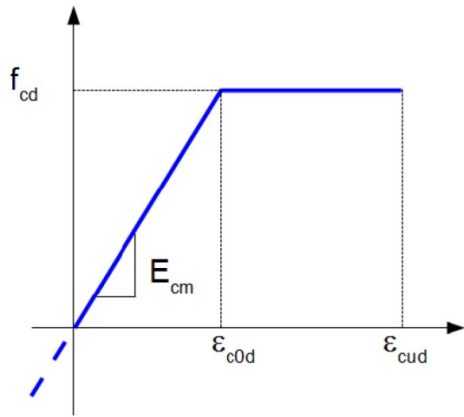


Figure 3.201 — Loi du BFUP en compression pour l'analyse structurale non linéaire

## Loi de comportement en compression :

$\alpha_{cc} = 0,85$  et non 1,00 comme dans EC2 Annexe Nationale française (hérité des recommandations)

### Loi bilinéaire :



$$\epsilon_{c0d} = f_{cd} / E_{cm}$$

$$\epsilon_{cud} = \left(1 + 14 \frac{f_{ctm}}{K_{global} \cdot f_{cm}}\right) \cdot \epsilon_{c0d}$$

Figure 3.202 — Loi du BFUP en compression pour les calculs aux ELU

Pas de difficulté particulière d'application

## Loi en traction :

Grande différence avec EC2 : possibilité de retenir une résistance en traction dans les calculs de section à l'ELS et l'ELU, y compris après fissuration

Principe de construction de la loi : on récupère des résultats d'essais qui sont réalisés conformément à la norme matériau NF P18-470 et on construit les lois de calcul conformément à la norme calcul NF P18-710

Deux approches possibles :

- soit on retient une loi points par points directement issue des essais en choisissant éventuellement une description simplifiée de cette loi, linéaire par morceaux
- soit on retient une loi conventionnelle décrite la norme mais pour laquelle les paramètres sont déterminés à partir des résultats d'essais

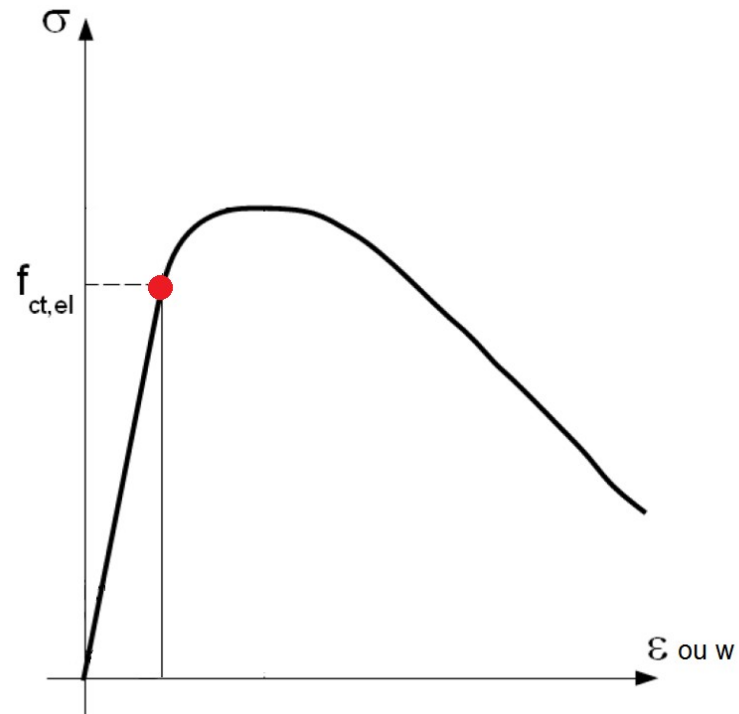
## Loi en traction : limite élastique

Limite d'élasticité en traction

$f_{ctm,el}$  pour sa valeur moyenne

$f_{ctk,el}$  pour sa valeur caractéristique

Pas de difficulté pour la déterminer



# Loi en traction : résistance post-fissuration

Notation dans la norme :

$f_{ctfm}$  pour sa valeur moyenne  
 $f_{ctfk}$  pour sa valeur caractéristique

Elle est égale au maximum mesuré s'il est plus grand que la limite d'élasticité, sinon deux cas sont possibles :  
- si l'on observe un maximum local,  $f_{ctr}$  correspond au maximal local, comme indiqué sur la Figure 3.203 ci-dessus ;  
- s'il n'y a pas de pic local,  $f_{ctfk}$  est la contrainte correspondant à une ouverture de fissure de 0,3 mm, comme indiqué sur le schéma ci-après :

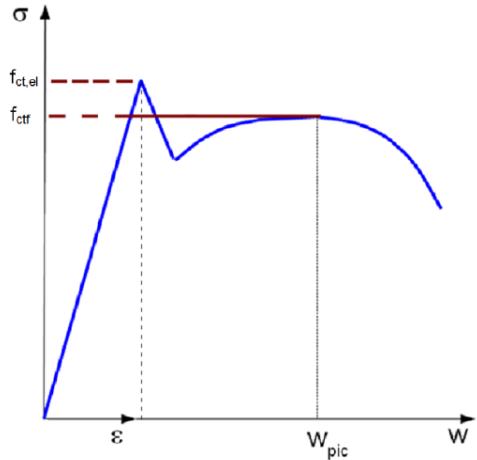


Figure 3.203 — Définition de  $f_{ctr}$  dans le cas d'un maximum local

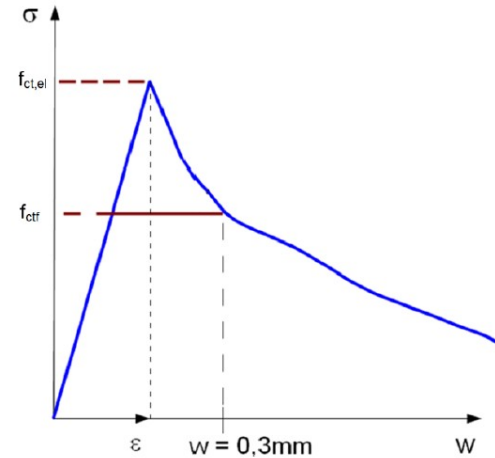


Figure 3.204 — Définition de  $f_{ctr}$  dans le cas où il n'y a pas de maximum local

## Loi en traction : résistance post-fissuration

### Prise en compte de l'orientation des fibres

On divise  $f_{ctf}$  par  $K$ , coefficient tenant compte de l'orientation des fibres (plus  $K$  est grand plus les fibres sont mal orientées...)

### Comportement adoucissant-écrouissant déterminée en fonction du rapport

$f_{ctf} / f_{ct,el}$

- Classe T1\* (adoucissant en traction directe) si :
  - $f_{ctfm}/K < f_{ctm,el}$  et  $f_{ctk} / K < f_{ctk,el}$
- Classe T2\* (peu écrouissant) si
  - $f_{ctfm}/K \geq f_{ctm,el}$  et  $f_{ctk} / K < f_{ctk,el}$
- Classe T3\* (très écrouissant) si
  - $f_{ctfm}/K \geq f_{ctm,el}$  et  $f_{ctk} / K \geq f_{ctk,el}$

## Loi en traction : résistance post-fissuration

### Distinction éléments minces – éléments épais

- Elements minces si épaisseur  $< 3 L_f$
- Elements épais sinon

## Loi en traction : résistance post-fissuration

Loi conventionnelles pour éléments épais adoucissants :

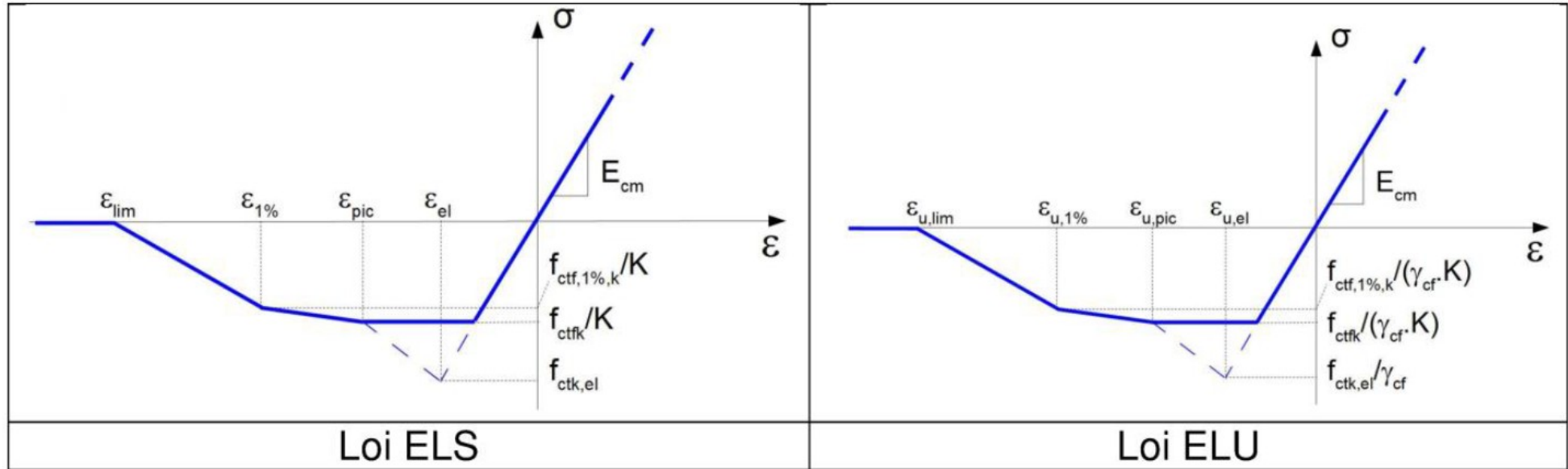


Figure 3.205 — Loi conventionnelle pour les BFUP de classe T1\* ou T2\* (issue de courbe  $\sigma(w)$ )

## Loi en traction : résistance post-fissuration

Loi conventionnelles pour éléments épais :

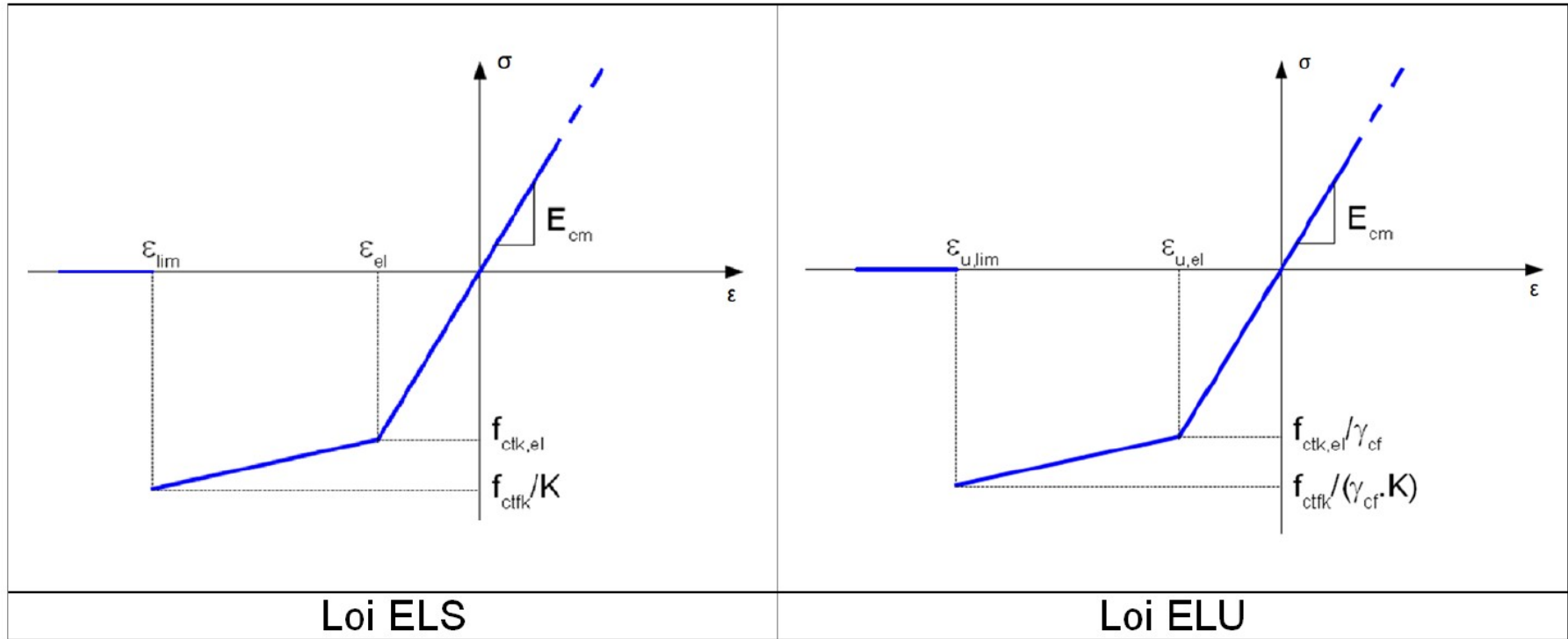


Figure 3.206 — Loi pour les BFUP de classe T3\* (obtenue directement en  $\sigma(\epsilon)$ )

## Loi en traction : résistance post-fissuration

Loi conventionnelles pour éléments minces :

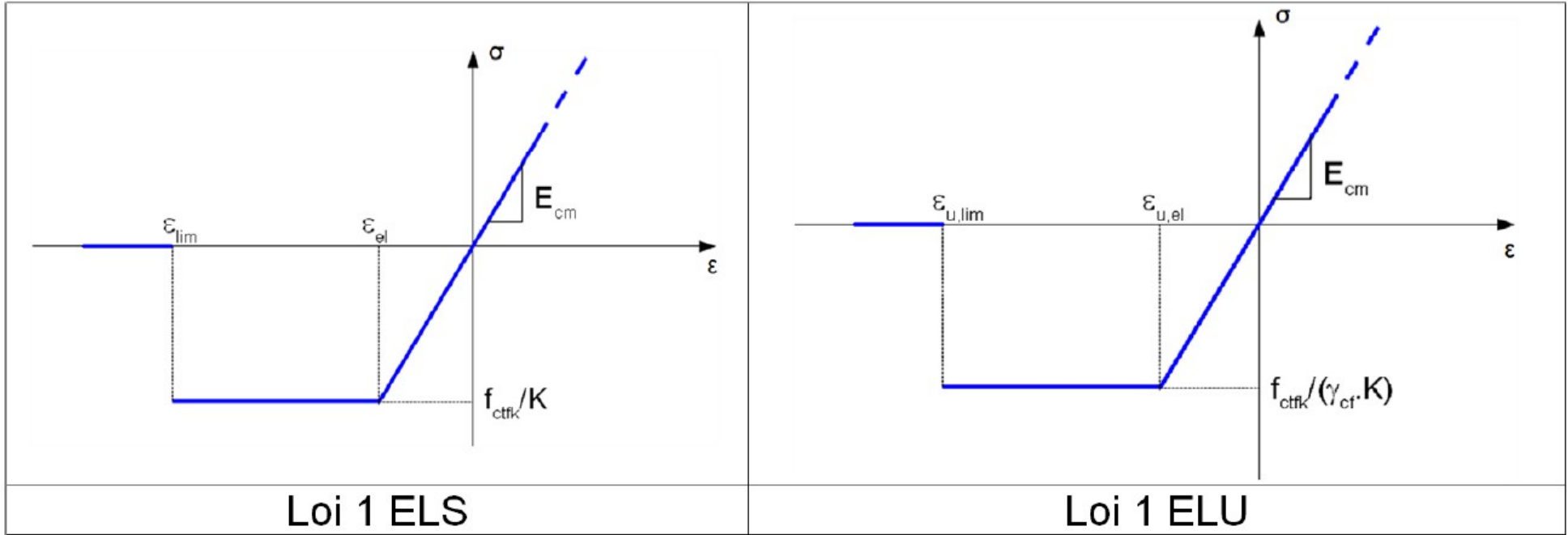
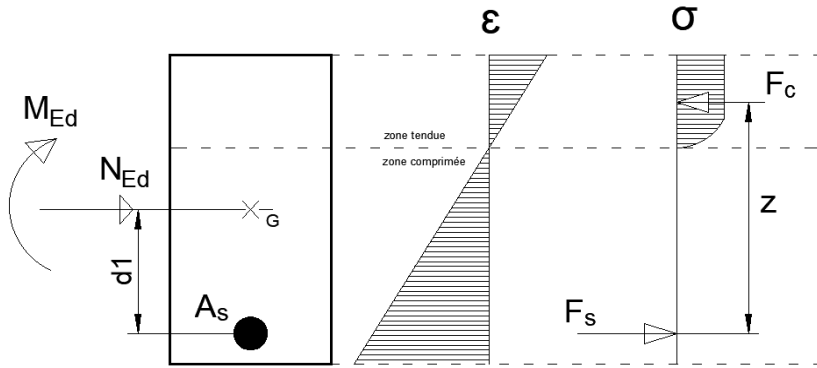


Figure 3.207 — Loi conventionnelle n°1 pour les éléments minces

# Comportement en flexion

## Béton armé



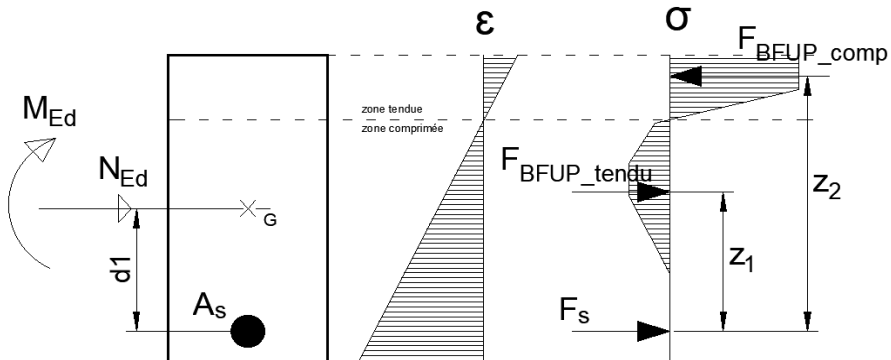
Equilibre des forces

$$: N_{Ed} + F_s = F_c$$

Equilibre des moments  
au centre de gravité des armatures

$$: M_{Ed} + N_{Ed} \cdot d1 = z F_c$$

## BFUP armé



Equilibre des forces

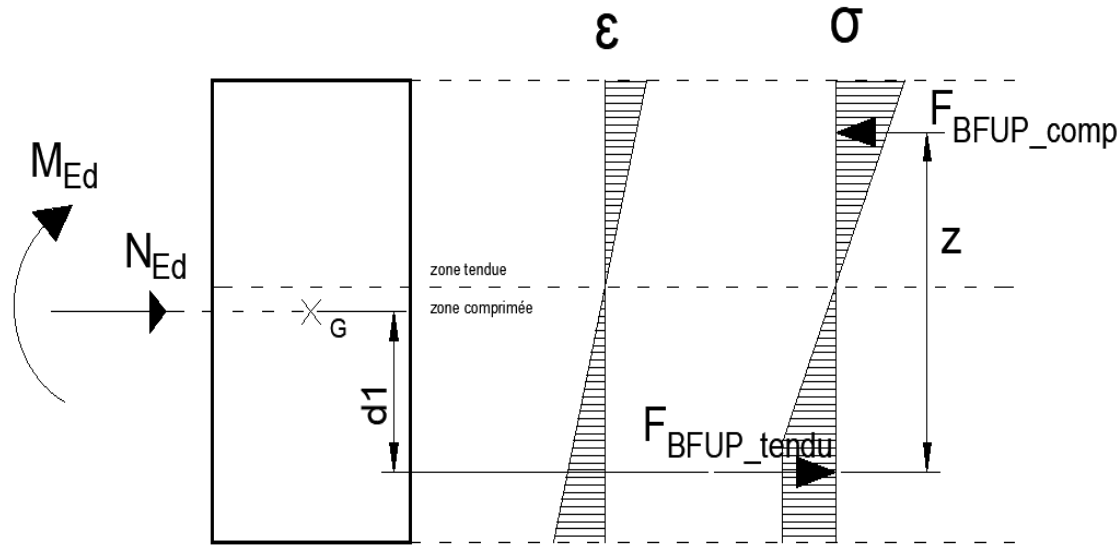
$$: N_{Ed} + F_s + F_{BFUP\_tendu} = F_{BFUP\_comp}$$

Equilibre des moments  
au centre de gravité des armatures

$$: M_{Ed} + z1 F_{BFUP\_tendu} + N_{Ed} \cdot d1 = z2 F_{BFUP\_comp}$$

# Comportement en flexion

## BFUP seul



Equilibre des forces

$$: N_{Ed} + F_{BFUP\_tendu} = F_{BFUP\_comp}$$

Equilibre des moments

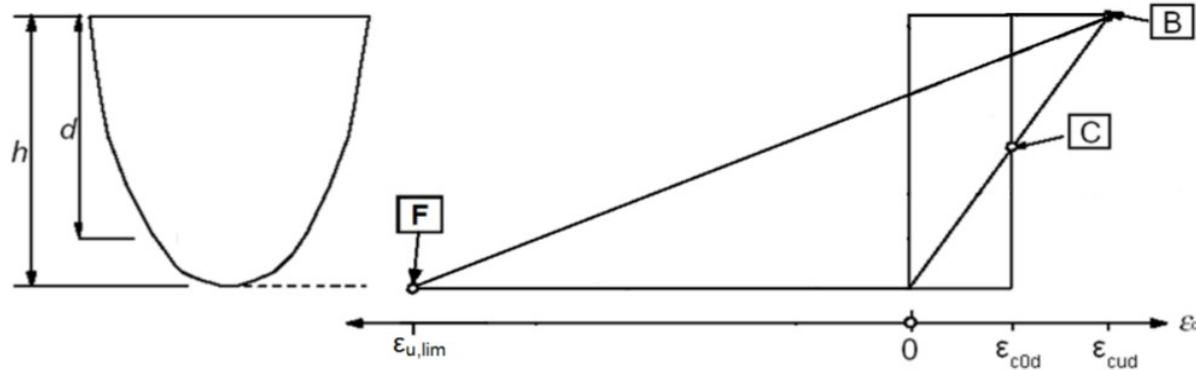
$$: M_{Ed} + N_{Ed} \cdot d1 = z F_{BFUP\_comp}$$

au "centre de force" du BFUP tendu

# Comportement ELU

# Comportement en flexion

- Possibilité d'utiliser la règle des pivots



- B** - limite de déformation relative du BFUP en compression
- C** - limite de déformation relative du BFUP en compression pure
- F** - limite de déformation relative au BFUP en traction

Si présence d'armatures, pivots classiques  
Sinon, utilisation du pivot F (fibres) correspondant à  $\epsilon_{u,lim}$

## Participation des fibres à la reprise des efforts dans un BFUP fissuré (cisaillement, bielles-tirants)

Dans le cas des BFUP T1 ou T2,  $\sigma_{Rd,f}$  correspond à la moyenne des contraintes que peuvent reprendre les fibres à travers une fissure d'ouverture comprise entre 0 et  $w^*$

$$\sigma_{Rd,f} = \frac{1}{K \gamma_{cf}} \frac{1}{w^*} \int_0^{w^*} \sigma_f(w) dw$$

$$w^* = \max(w_u ; 0,3 \text{ mm})$$

Dans le cas des BFUP T3,  $\sigma_{Rd,f}$  correspond à la moyenne des contraintes que peuvent reprendre les fibres à travers une multitude de fissures (multi-fissuration) générant une déformation comprise entre  $\varepsilon_{el}$  et  $\varepsilon_{lim}$ .

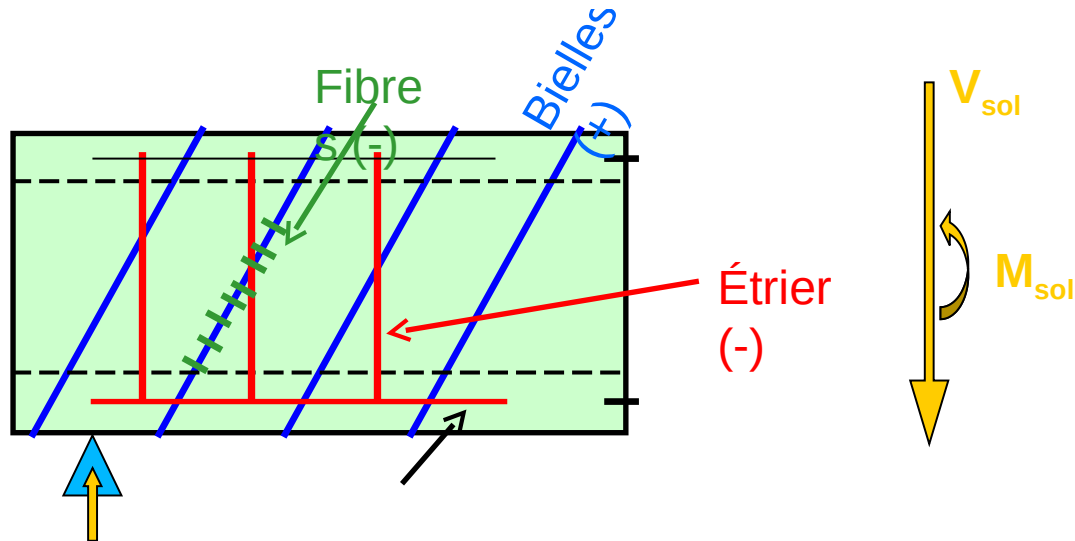
$$\sigma_{Rd,f} = \frac{1}{K \cdot \gamma_{cf}} \times \frac{1}{\varepsilon_{lim} - \varepsilon_{el}} \int_{\varepsilon_{el}}^{\varepsilon_{lim}} \sigma_f(\varepsilon) d\varepsilon$$

# Calcul au tranchant ELU

- l'idée est que les fibres peuvent se substituer aux aciers passifs pour reprendre les efforts de tirant du treillis de Ritter-Mörsch
- L'effort tranchant sollicitant doit vérifier :

$$V_{Ed} \leq \left\{ \begin{array}{l} V_{Rd,max} \\ V_{Rd,c} + V_{Rd,s} + V_{Rd,f} \end{array} \right.$$

— Terme bielle de béton  
— Terme tirants fibres  
— Terme tirants armatures  
— Terme béton (engrènement)



## Calcul au tranchant ELU

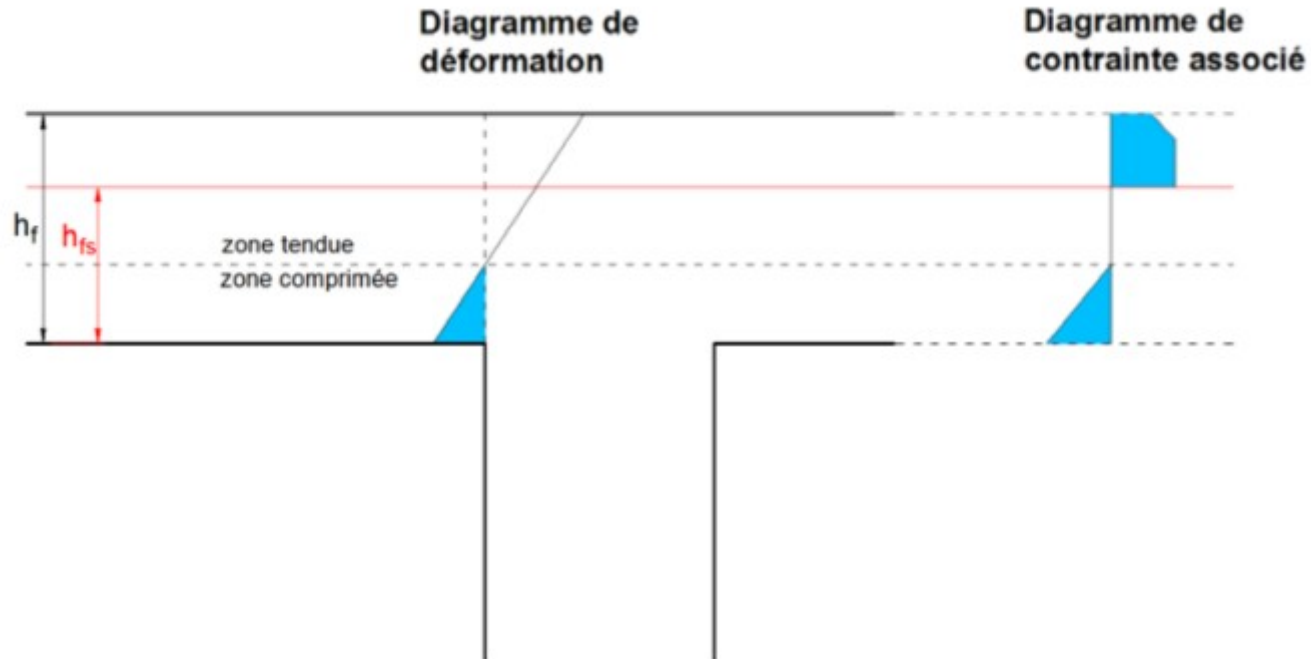
- Vérification des bielles, même philosophie que EC2
- Sans armatures d'effort tranchant

$$V_{Rd,max} = 2,3 \frac{\alpha_{cc}}{\gamma_c} b_w z f_{ck}^{2/3} / (\cot\theta + \tan\theta)$$

- Attention, l'angle  $\theta$  n'est pas libre, il doit correspondre à l'angle de la contrainte principale de compression

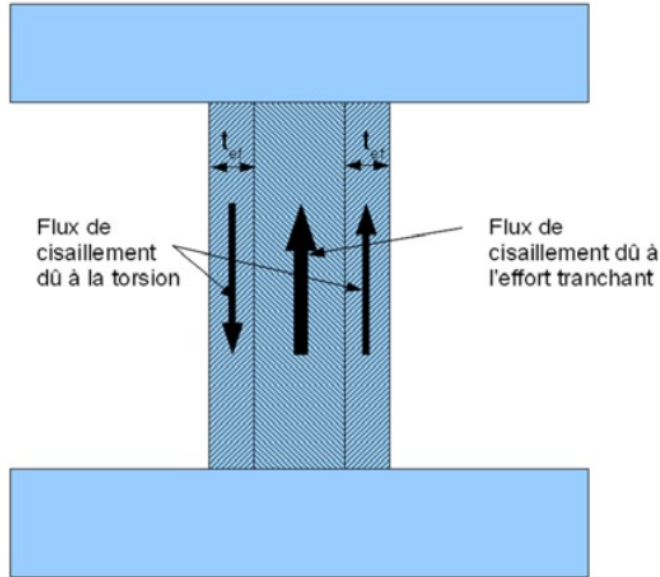
## Cisaillement âme - membrure

- Idée : le BFUP tendu ne peut pas reprendre à la fois la traction due à la flexion et la traction due au cisaillement
- => on considère une hauteur sur laquelle le BFUP tendu va participer à la reprise de la traction due à la flexion et une hauteur sur laquelle le BFUP tendu va participer à la reprise du cisaillement (de préférence du côté où la flexion génère de la compression)



# Torsion

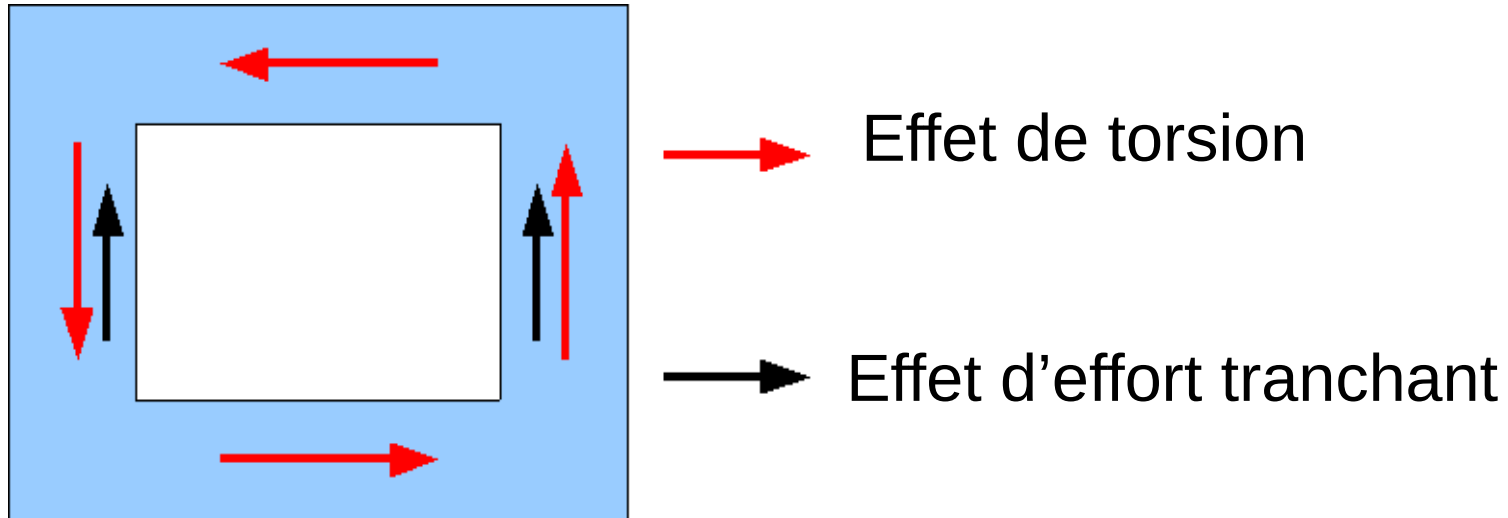
- Les fibres participent à la reprise des efforts des tirants provenant de la torsion.
  - Pour les sections pleines, on sépare les fibres qui participent à la reprise de l'effort tranchant de celles participant à la reprise de la torsion



$$t_{ef} \sigma_{Rd,f} + \frac{A_{sw} f_{yd}}{s} = \frac{T_{Ed}}{2A_k \cot \theta}$$

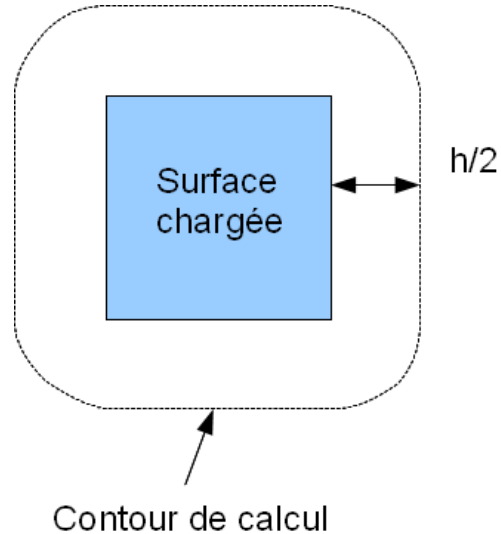
## Torsion

Pour les sections creuses, on traite le cisaillement dû à la torsion comme un effort tranchant local



## Poinçonnement

- On considère un contour de calcul situé à  $h/2$  de la zone chargée.



Le cisaillement sur ce contour ne doit pas dépasser :

$$\tau_{\max} = \frac{0,8}{\gamma_{cf}} \text{Min} \left( \frac{f_{ctfk}}{K_{\text{local}}} ; f_{ctk,el} \right)$$

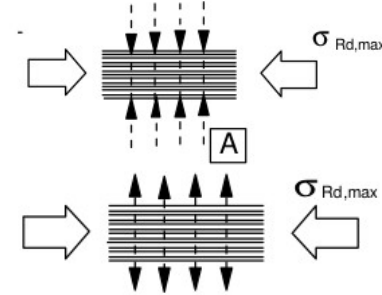
Formule issue de l'analyse de nombreux essais expérimentaux.

Formule prenant en compte des armatures pas encore mise au point à ce jour

# Méthode bielles et tirants

$$\sigma \leq f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

$$\sigma \leq 2,3 \cdot \alpha_{CC} \cdot \frac{f_{ck}^{2/3}}{\gamma_C}$$



- Résistance des tirants :

- Grâce aux armatures (idem EC2)

- Grâce aux fibres, résistance maxi :  $A_t \cdot \sigma_{Rd,f}$   
avec  $A_t$ , aire du tirant

- Utilisation de  $K_{local}$  pour calculer  $\sigma_{Rd,f}$  sauf si le calcul est fait sur une aire étendue ou qu'un défaut local est sans conséquence (possibilité de redistribuer l'effort)

$$\sigma \leq f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

$$\sigma \leq 2,3 \cdot \alpha_{CC} \cdot \frac{f_{ck}^{2/3}}{\gamma_C}$$

# Comportement ELS

## Généralités

Béton non fissuré si la contrainte de traction par flexion vérifie :

$$\sigma_C \geq -f_{ctk,el}$$

Au lieu de  $\sigma_C \geq -f_{ctm,el}$  à l'EC2 pour un béton classique

→ On est plus prudent avec les BFUP...

Dans le cas d'un élément mince en flexion avec de la traction concomitante, la déformation en traction en fibre moyenne devra vérifier :

$$(\varepsilon) \geq (\varepsilon_{lim})/2$$

→ *on ne souhaite pas aller trop loin dans les déformations de traction même lorsque le comportement est multi-fissurant.*

## Calcul d'ouverture de fissures avec prise en compte des armatures

Pour un béton classique, on estime que la contrainte du béton passe de  $f_{ctm}$  à 0 lorsqu'une fissure s'ouvre et que l'effort de traction résultant de cette baisse est repris par les armatures.

Pour un BFUP, la valeur ne revient pas à 0 mais à  $\sigma(w)$  lorsque la fissure s'ouvre.

=> on doit donc considérer  $f_{ct,el} - f_{ctf}$  dans les formules (valeur élastique – valeur après fissuration)

On peut prendre les valeurs moyennes en classe T1 (car  $f_{ctm,el} > f_{ctfm}$ ), mais nécessité de prendre les valeurs caractéristiques en classe T2 (car  $f_{ctm,el} < f_{ctfm}$ ).

→ la norme donne des formules calquées sur l'Eurocode et des résultats expérimentaux

## Annexe QQ : maitrise de la fissuration par cisaillement des âmes

- Utilisation d'un critère pour vérifier l'absence de fissuration sous effort tranchant ELS

$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq 0,35 f_{ctk,el} \left[ f_{ctk,el} + \frac{2}{3} (\sigma_x + \sigma_t) \right]$$

et

$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq 2 \frac{f_{ctk,el}}{f_{ck}} \left[ 0,6 f_{ck} - \sigma_x - \sigma_t \right] \left[ f_{ctk,el} + \frac{2}{3} (\sigma_x + \sigma_t) \right]$$

Modification des critères BPEL en les modifiant un peu pour coller d'avantage avec les résultats expérimentaux

# Dispositions constructives

# Espacement entre armatures de béton armé

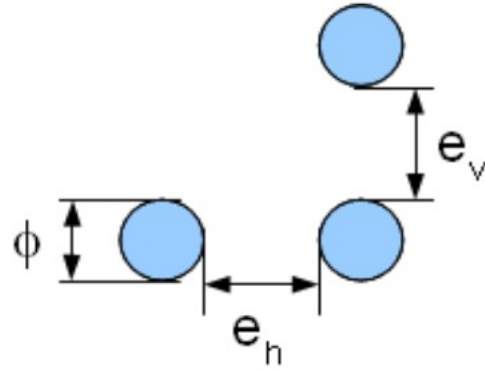


Figure 8.201 — Distances libres entre armatures

Pour un écoulement correct du BFUP

Les distances libres  $e_v$  et  $e_h$  doivent vérifier :

$$e_v \geq e_{\text{mini}} = \max\{ \phi ; (D_{\text{sup}} + 5 \text{ mm}) ; 1,5 L_f ; 20 \text{ mm} \}$$

$$e_h \geq e_{\text{mini}} = \max\{ \phi ; (D_{\text{sup}} + 5 \text{ mm}) ; 1,5 L_f ; 20 \text{ mm} \}$$

Avec

$D_{\text{sup}}$  dimension nominale supérieure du plus gros granulat (voir 5.4.3 de la norme NF P18-470)

$\phi$  le diamètre nominal de l'armature de béton armé

$L_f$  longueur des plus longues fibres contribuant à assurer la non-fragilité

Possibilité de passer à  $1,0 L_f$  si validation en épreuve de convenance

## Longueur d'ancrage des armatures BA

- La contrainte limite d'adhérence est égale à :

$$f_{bd} = \eta \delta f_{ctk,el} / \gamma_c$$

- Avec :

- $\eta = 2,25$  si armatures HA
- $\eta = 2,25 \xi$  si armatures de précontrainte

$$\delta = 1 + 0,4 \left( \frac{f_{ctfm}}{K'_{global} f_{ctm,el}} \right) \leq 1,5$$

Terme traduisant l'amélioration des conditions d'adhérence grâce aux fibres.

-> Contrainte limite d'adhérence 2 à 3 fois plus élevée que pour un béton ordinaire (de l'ordre de 20 MPa)

## Non fragilité : deux aspects

- Aspect matériau :

$$\frac{1}{w_{0,3}} \int_0^{w_{0,3}} \frac{\sigma(w)}{1,25} dw \geq \max(0,4 f_{ctm,el} ; 3MPa)$$

- Aspect fonctionnement structurel :

(5) Complément : les sections de la structure qui ne sont pas entièrement comprimées suite à un calcul élastique linéaire en utilisant le module d'Young  $E_{cm}$  et l'inertie non fissurée sous les combinaisons ELS, caractérisées par les torseurs ELS ( $N_i$  ;  $M_i$ ), doivent satisfaire la condition suivante :

- si  $M_i \neq 0$  : le moment résistant  $M_{Rd,i}$  calculé en section fissurée avec la loi de comportement ELU du matériau définie en 3.1.7.3 sous  $N_i$  concomitant doit être supérieur ou égal à  $\text{Min}(M_{lin,i} ; 1,2 M_i)$  où le moment  $M_{lin,i}$  correspond à l'atteinte d'une traction maximale  $f_{ctk,el}$  avec un comportement élastique sous  $N_i$ .

- si  $M_i = 0$ , l'effort normal résistant  $N_{Rd,i}$  calculé en section fissurée avec la loi de comportement ELU du matériau définie en 3.1.7.3 doit être supérieur ou égal à  $\text{Min}(N_{lin,i} ; 1,2 N_i)$  où  $N_{lin,i}$  correspond à l'atteinte d'une traction maximale  $f_{ctk,el}$  avec un comportement élastique.

Forte différence  
avec EC2 :

(6) Complément : lorsque la condition de non fragilité est vérifiée et que les sections sont vérifiées à l'ELU et l'ELS en ne comptant que sur l'apport des fibres, il est possible de ne pas mettre en place d'armature de béton armé.

# Valeurs indicatives

Valeurs indicatives de caractéristiques données en fourchette (annexe T) :

**Tableau T.1 — Valeurs indicatives de caractéristiques du BFUP**

Module d'Young $E_{cm}$	45 - 65 GPa
Résistance caractéristique en compression $f_{ck}$	150 - 200 MPa
Résistance moyenne en compression $f_{cm}$	160 - 230 MPa
Limite d'élasticité caractéristique en traction $f_{ctk,el}$	7,0 - 10,0 MPa
Limite d'élasticité moyenne en traction $f_{ctm,el}$	8,0 - 12,0 MPa
Résistance caractéristique post-fissuration $f_{ctfk}$	6,0 - 10,0 MPa
Résistance moyenne post-fissuration $f_{ctfm}$	7,0 - 12,0 MPa
Facteur d'orientation des fibres global $K_{global}$	1,25
Facteur d'orientation des fibres local $K_{local}$	1,75
Coefficient linéaire de dilatation thermique	11 $\mu\text{m}/\text{m}/^{\circ}\text{C}$
Longueur $L_f$	12 - 20 mm

Egalement des lois de retrait et fluage proposées

A pour but de réaliser des avant-projets ou des projets en BFUP