Acoustique
Cours 1

D. Duhamel

Plan

1. Introduction à l’acoustique
    1. Introduction
    2. Analyse fréquentielle
    3. Niveaux sonores
    4. Autres caractéristiques d’une onde sonore

2. Equations de l’acoustique
    1. Equations de base
    2. Conditions aux limites
    3. Energie acoustique
    4. Solutions élémentaires

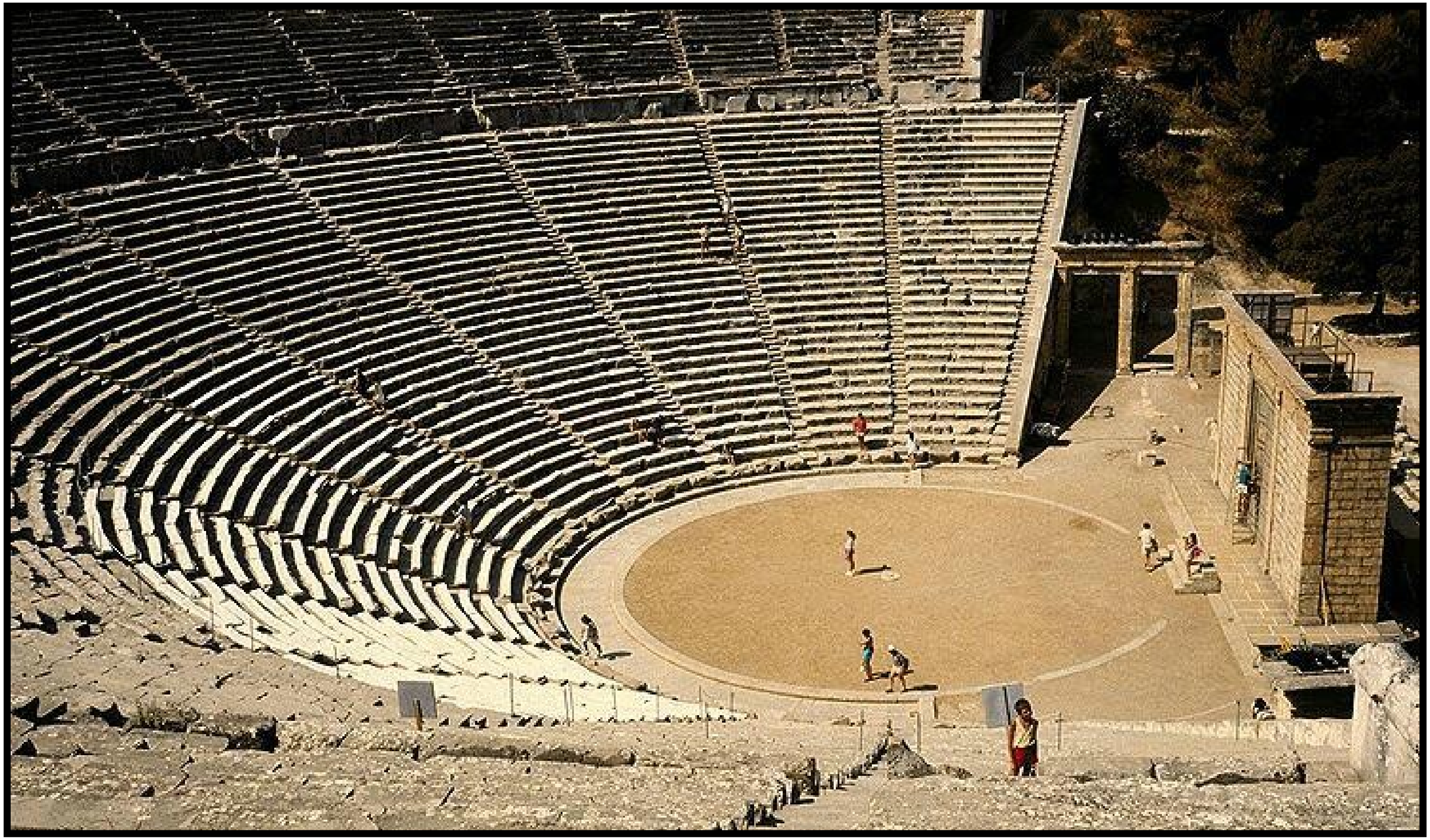
1.1 Introduction

Repères historiques

Assyriens
650 avant J.C.

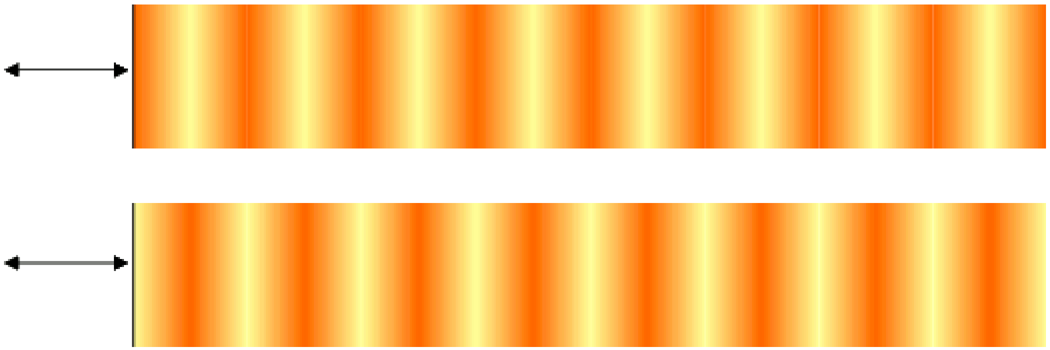
Joueur à 2 flûtes
Italie 470 avant J.C.

Amphithéatre grec d'épidaure



Nature d'une onde sonore

Qu'est ce que le son ?



Petite perturbation d'un fluide :
fluctuation du niveau de pression en fonction du temps

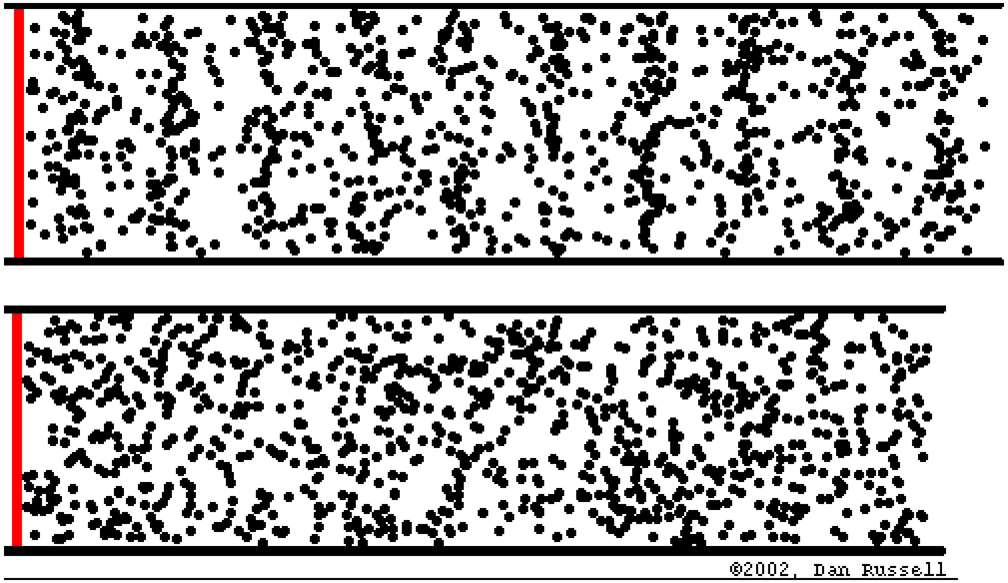
Dans un tube contenant un gaz ou un fluide, une onde acoustique crée des sections de densités variables.

La figure présente la densité à deux instants différents.

Les particules se déplacent et oscillent dans la direction de propagation autour de leurs positions de repos (pas de mouvement net du fluide) :

Onde de compressibilité

Onde longitudinale

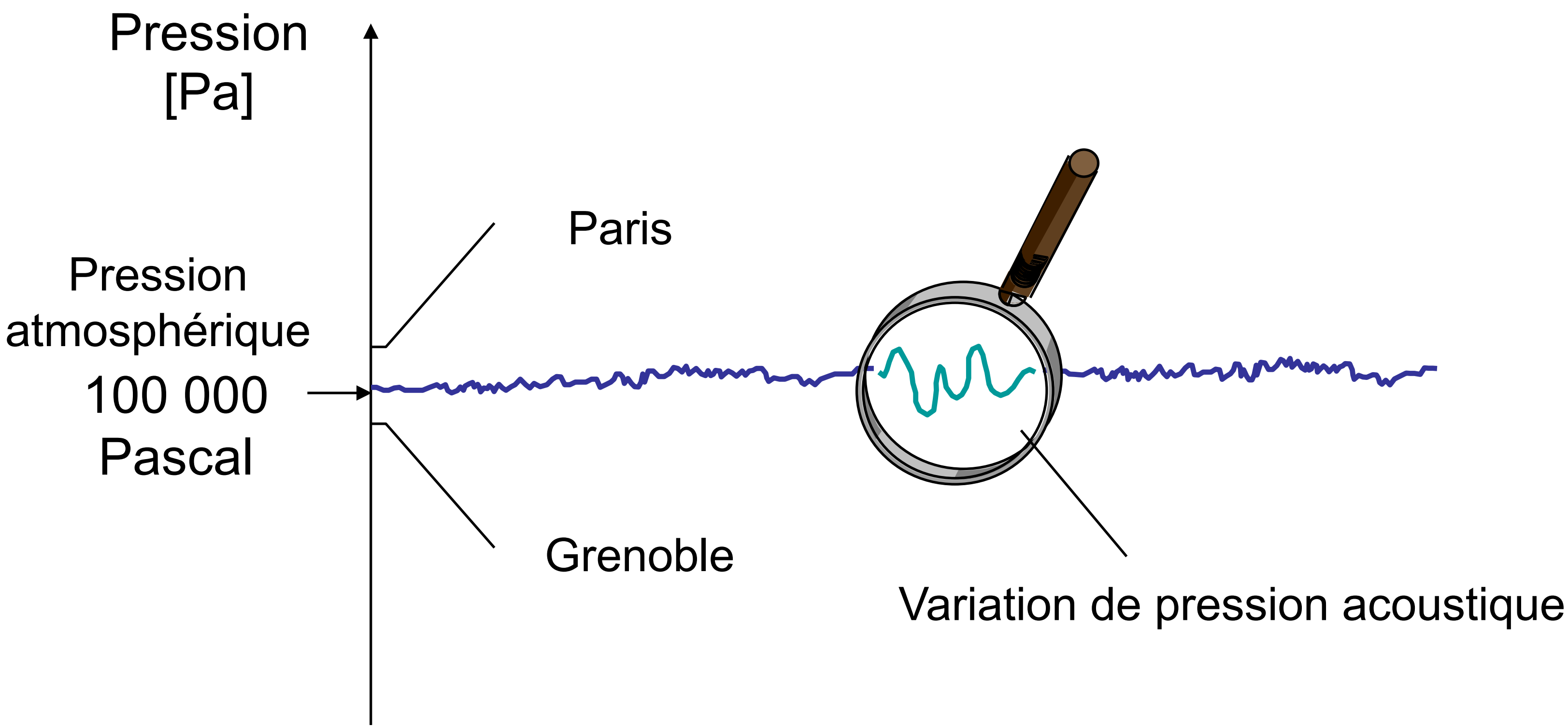


Vitesse de propagation différente de la

Vitesse du mouvement des particules

1.2 Niveaux Sonores

Amplitude de la pression sonore



Amplitude des ondes acoustiques :
0.00002Pa à 100Pa

Amplitude

Amplitude = Valeur de la pression maximale

A) 

B) 

- On mesure le niveau de pression en Pascal par des microphones
- Les niveaux varient sur une gamme très étendue : $10^{-5}\, à\, 100\ \mathrm{Pa}$
- Echelle logarithmique

$$L = 20 \log_{10} \frac{p}{p_0}$$

avec

$$p_0 = 2.10^{-5}\, Pa \quad \text{(seuil audition)}$$

dB – décibel

$$L_p = 20 \log_{10} \frac{p}{p_0} \;\; dB \;\; \text{re} \;\; 20\,\mu\text{Pa}$$

(p_0 = 20 μPa = 20 × 10^{-6} Pa)

Ex. 1: p = 1 Pa

$$L_p = 20 \log \frac{1}{20 \times 10^{-6}}$$

= 20 log 50 000

= 94 dB

Ex. 2: p = 31.7 Pa

$$L_p = 20 \log \frac{31.7}{20 \times 10^{-6}}$$

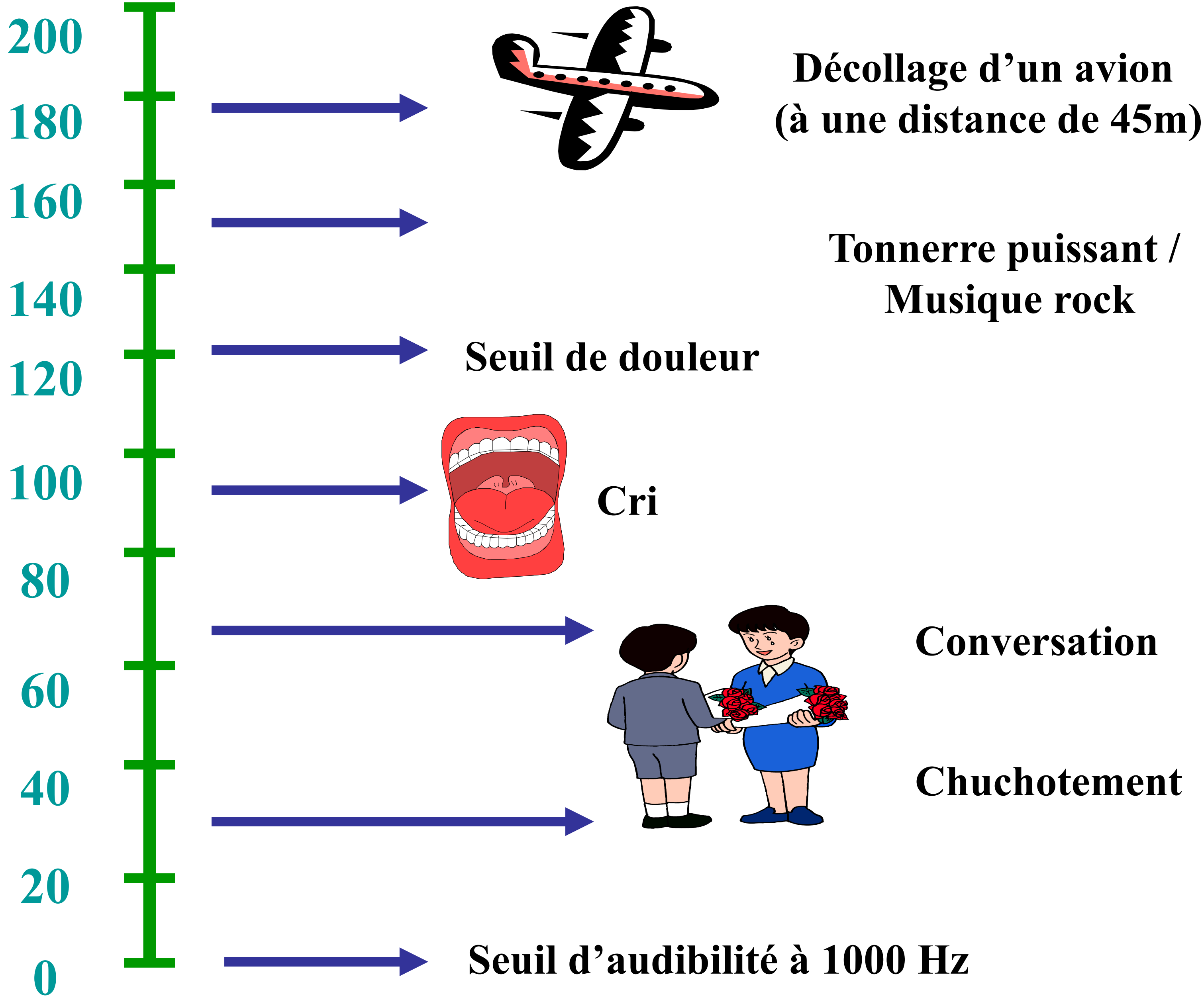
= 20 log 1.58 × 10^6

= 124 dB

Exemples de sons à différentes amplitudes

- Référence ♪
- -1dB (x0.9) ♪
- -3dB (x0.7) ♪
- -10dB (x0.3) ♪
- -20dB (x0.1) ♪

L'ECHELLE DES DECIBELS



Niveau sonore de la voix à 1m

Effort vocal	dBA
Décontracté	53
Normal	58
Elevé	65
Fort	75
Crié	88

Addition de niveaux sonores

- Si deux sources sont cohérentes : addition des amplitudes

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t)$$

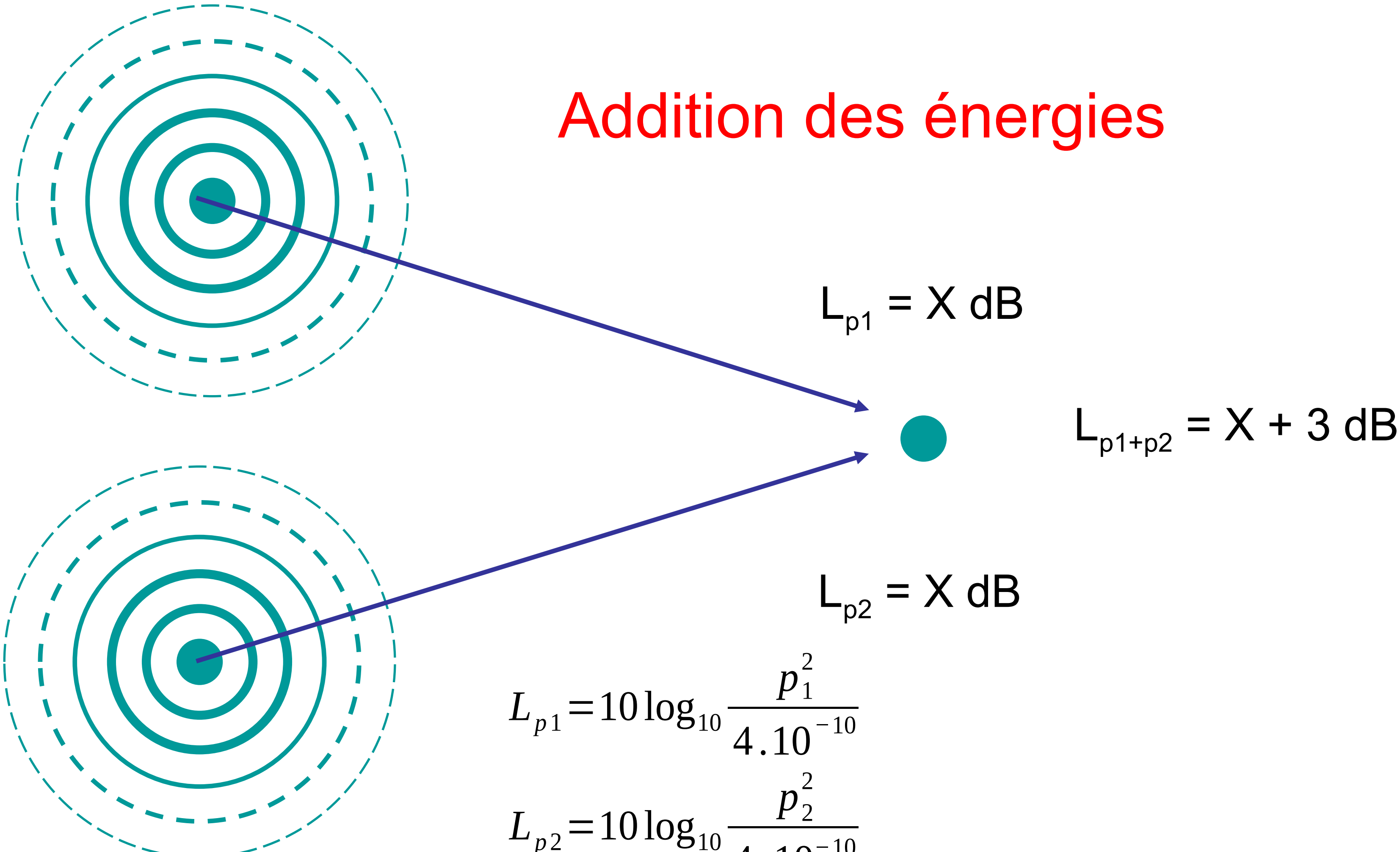
- Si deux sources sont incohérentes : addition des énergies

$$E\left(p^2(t)\right) = E\left(p_1^2(t)\right) + E\left(p_2^2(t)\right)$$

car $$E\left(p_1(t)\,p_2(t)\right) = 0$$

Deux sources sonores incohérentes

Addition des énergies



$$L_{p1} = 10 \log_{10} \frac{p_1^2}{4.10^{-10}}$$

$$L_{p2} = 10 \log_{10} \frac{p_2^2}{4.10^{-10}}$$

$$L_p = 10 \log_{10} \frac{p_1^2 + p_2^2}{4.10^{-10}} = L_{p1} + 3\,\mathrm{dB}$$

1.3 Analyse fréquentielle

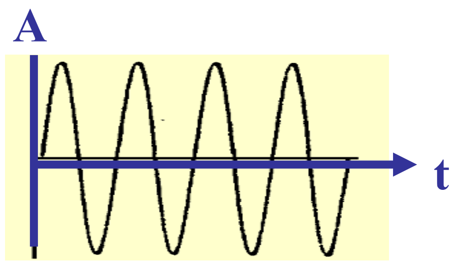
Exemples de sons à différentes fréquences

- 100Hz ♪
- 500Hz ♪
- 1000Hz ♪
- 2000Hz ♪
- 5000Hz ♪
- 10000Hz ♪
- 15000Hz ♪

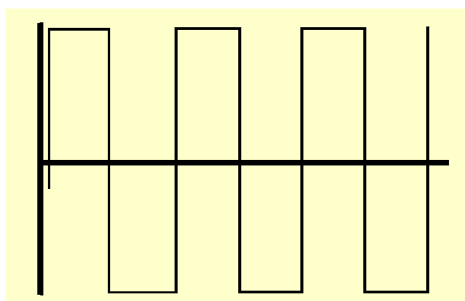
Les différents types de sons

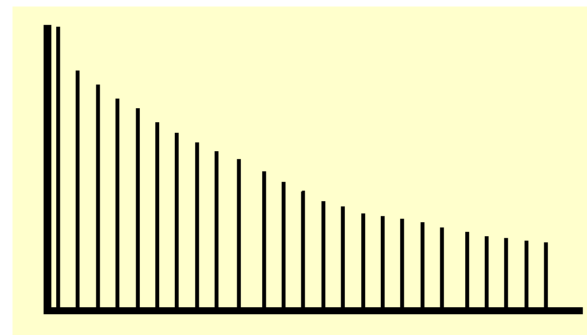
Représentation temporelle | **Représentation fréquentielle**

Son pur

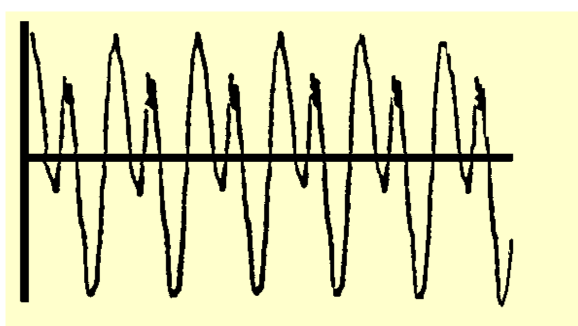


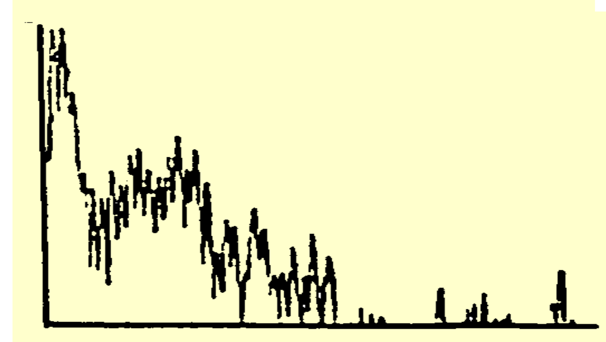
Onde carré
Périodique





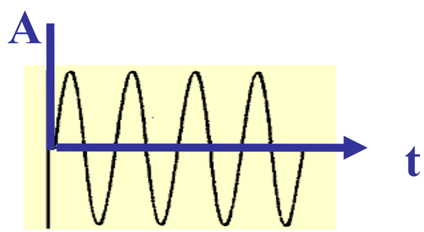
Voyelle /i/
Périodique

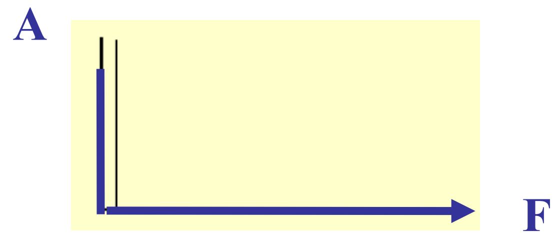




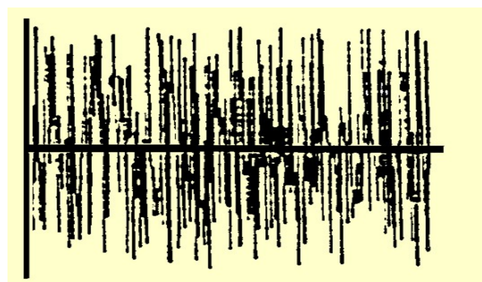
Représentation temporelle **Représentation fréquentielle**

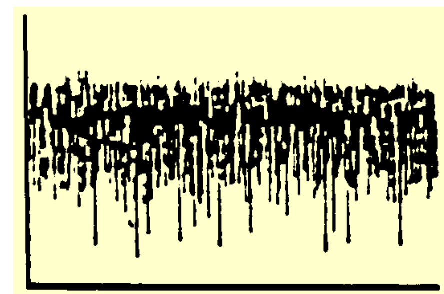
Son pur



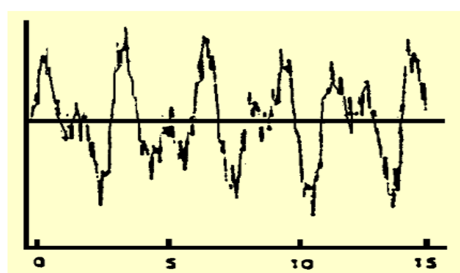


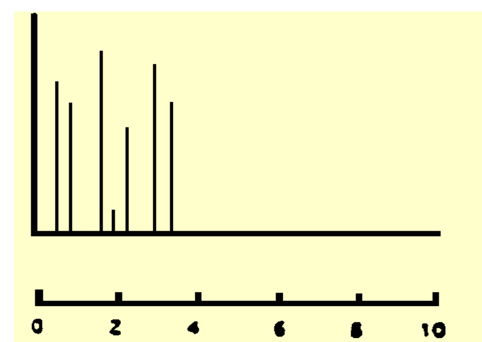
Bruit blanc
Non périodique





Apériodique



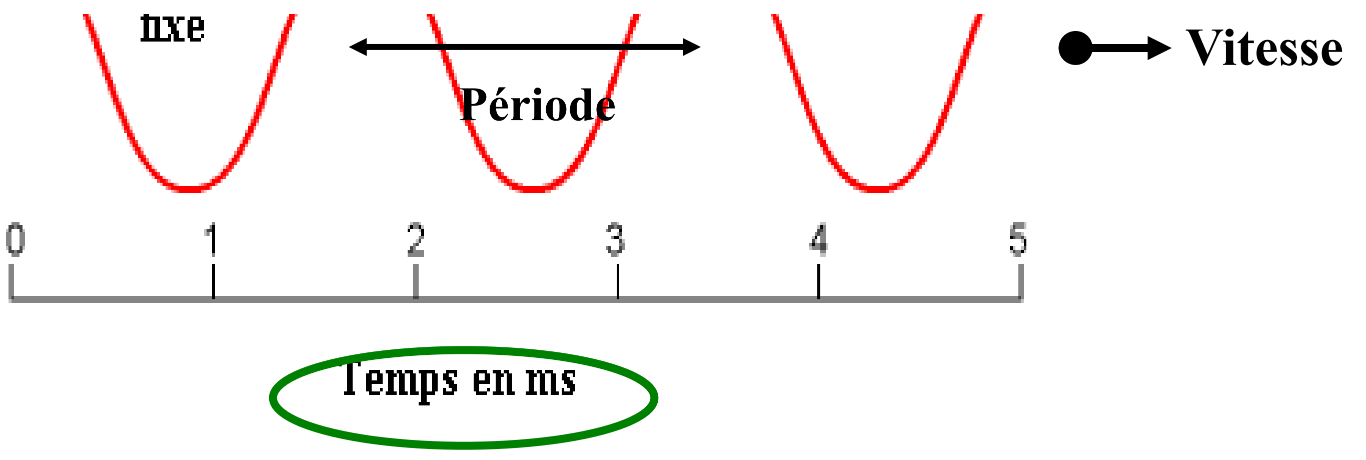


Différents types de sons

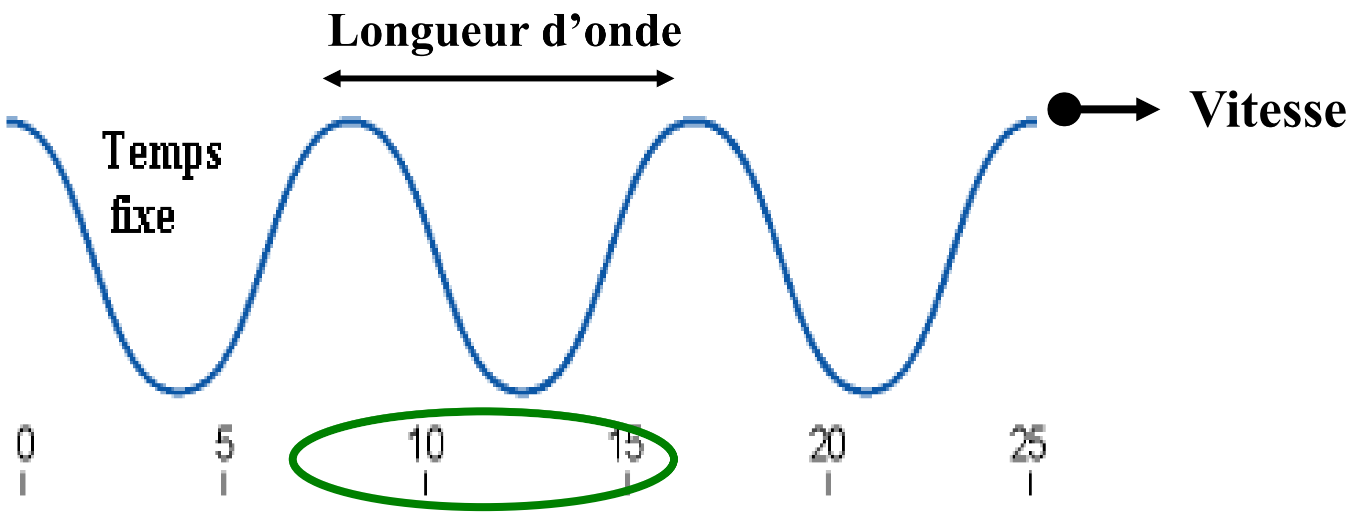
- Harmonique 1000Hz ♪
- Carrés 1000 Hz ♪
- Bruit blanc ♪
- Bruit rose ♪
- Musique ♪
- Avions ♪

1.4 Autres caractéristiques d'une onde sonore

- **Vitesse du son** : vitesse à laquelle la perturbation de pression se propage.
- **Période** : en un point, intervalle de temps entre le passage d'une même hauteur de son.



- **Longueur d'onde** : distance horizontale entre deux pics ou deux creux.



- 100Hz ♪
- 500Hz ♪
- 1000Hz ♪
- 5000Hz ♪

Quelques grandeurs et relations

1. Période T

2. Vitesse du son c (340m/s air, 1500m/s eau)

3. Fréquence $f = 1/T$

4. Longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f}$

5. Nombre d'onde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Son et vide

Voix dans l'hélium

Niveaux sonores

2. Equations de l’acoustique

2.1 Les équations de base

Equations de Navier-Stokes

- Conservation de la masse

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \nabla.(\tilde{\rho}\,\tilde{\mathbf{v}}) = \tilde{r}$$

- Conservation de la quantité de mouvement

$$\tilde{\rho}\left[\frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + (\tilde{\mathbf{v}}.\nabla)\,\tilde{\mathbf{v}}\right] = -\nabla\,\tilde{p} + \nabla.\tilde{\sigma}_v + \tilde{\boldsymbol{f}}$$

- L'équation d'état du fluide reliant la pression au volume (isentropique)

$$\begin{aligned}\tilde{p} &= f(\tilde{\rho}) \\ &= p_0 + \left(\frac{\partial\,\tilde{p}}{\partial\,\tilde{\rho}}\right)_0 (\tilde{\rho} - \rho_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial\,\tilde{\rho}^2}\right)_0 (\tilde{\rho} - \rho_0)^2 + \cdots\end{aligned}$$

Linéarisation

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}(x,t) &= \rho_0+\rho(x,t)\\ \tilde{p}(x,t) &= p_0+p(x,t)\\ \tilde{\boldsymbol{v}}(x,t) &= 0+\boldsymbol{v}(x,t)\\ \tilde{r}(x,t) &= 0+r(x,t)\\ \tilde{f}(x,t) &= 0+f(x,t)\end{aligned}$$

$$\rho \ll \rho_0$$
$$p \ll p_0$$

p_0 *et* ρ_0 Pression et masse volumique de l'atmosphère au repos

$$p_0=10^5\,Pa$$

$$\rho_0=1.2\,kg/m^3$$

Linéarisation

Conservation de la masse

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}+\nabla.(\tilde{\rho}\,\tilde{\boldsymbol{v}})=\tilde{r} \longrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho_0 \nabla.\boldsymbol{v}=r$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\tilde{\rho}\left[\frac{\partial \tilde{\boldsymbol{v}}}{\partial t}+(\tilde{\boldsymbol{v}}.\nabla)\tilde{\boldsymbol{v}}\right]=-\nabla \tilde{p}+\nabla.\tilde{\sigma}_v+\tilde{\boldsymbol{f}} \longrightarrow \rho_0\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}=-\nabla p+\boldsymbol{f}$$

L'équation d'état du fluide reliant la pression au volume (isentropique)

$$\tilde{p}=f(\tilde{\rho})=p_0+\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{\rho}}\right)_0(\tilde{\rho}-\rho_0)+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \tilde{\rho}^2}\right)_0(\tilde{\rho}-\rho_0)^2+\cdots \longrightarrow p=\rho\, c^2$$

Vitesse du son

- Dans l’air
  - c=331 m/s à 0°C
  - c=343 m/s à 20°C

- Dans l’eau
  - c=1447 m/s à 0°C
  - c=1482 m/s à 20°C

- Dans l’acier
  - c=4512 m/s

Equation des ondes

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho_0 \nabla .\boldsymbol{v}\right)=\frac{\partial r}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial p}{\partial t}+\rho_0 \nabla .\boldsymbol{v}\right)=\frac{\partial r}{\partial t}$$

$$\nabla .\left(\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}\right)=\nabla .\left(-\nabla p+\boldsymbol{f}\right)$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}-\Delta p=\frac{\partial r}{\partial t}-\nabla \boldsymbol{f}$$

Equation de Helmholtz

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = \frac{\partial r}{\partial t} - \nabla \boldsymbol{f}$$

Cas d'un signal harmonique avec $p(t) = \mathrm{Re}\left(p e^{-i\omega t}\right)$

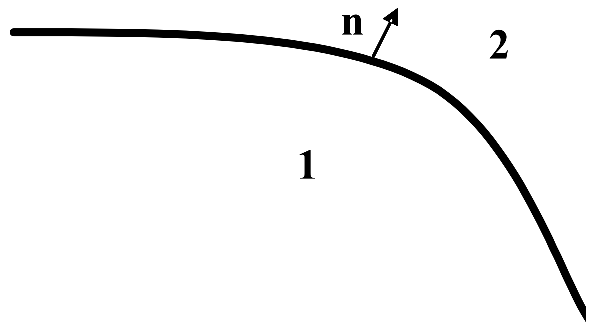
$$\Delta p + k^2 p = i\omega r + \nabla \boldsymbol{f}$$

$k = \frac{\omega}{c}$ Nombre d'onde

$\omega = 2\pi f$ pulsation

2.2 Conditions aux limites

Conditions d'interface entre deux milieux



Continuité de la vitesse normale $$v_1 = v_2$$

(v$_2$=0 si la surface 2 est rigide)

Continuité de la pression $$p_1 = p_2$$

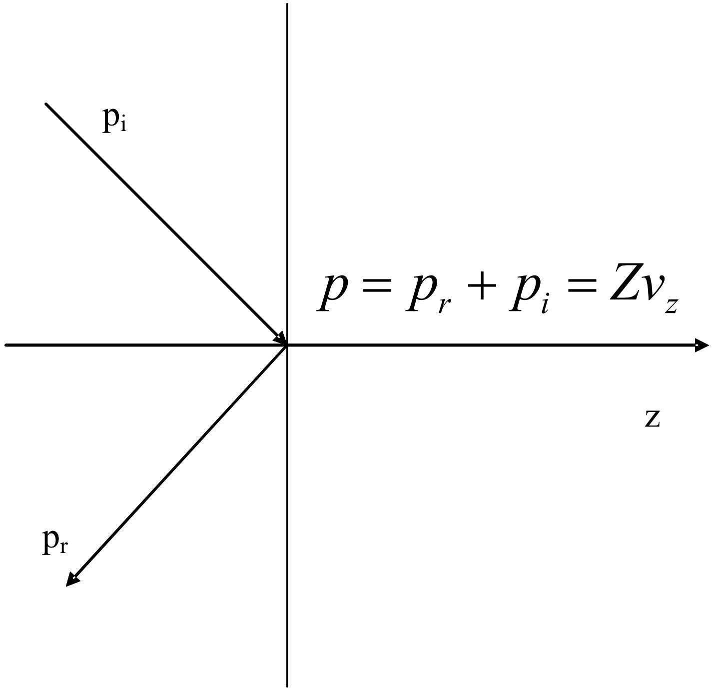
Impédance acoustique

Cas où le second milieu est mal connu et décrit seulement par une impédance

Dans ce cas la condition aux limites est

$$p = Zv$$

Avec Z donnée (mesurée)



Conditions de radiation

Pour un milieu infini

$$\frac{\partial p}{\partial r} - ikp = o\left(\frac{1}{r}\right) \text{ quand } r \to \infty$$

$$\left(\text{pour la convention } e^{-i\omega t} \text{ et en 3D}\right)$$

- L'énergie va de la source vers l'infini (et non l'inverse)
- Condition aux limites pour les milieux infinis

2.3 Energie acoustique

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{v}.\left(\rho_0 \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}\right) &= \boldsymbol{v}.(-\nabla p + \boldsymbol{f}) \\
&= -\nabla.(p\boldsymbol{v}) + p\nabla.\boldsymbol{v} + \boldsymbol{f}.\boldsymbol{v} \\
&= -\nabla.(p\boldsymbol{v}) + \boldsymbol{f}.\boldsymbol{v} - \frac{p}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{pr}{\rho_0}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\rho_0 \frac{\partial |\boldsymbol{v}|^2}{\partial t} + \frac{1}{2\rho_0 c^2}\frac{\partial p^2}{\partial t} + \nabla.(p\boldsymbol{v}) &= \boldsymbol{f}.\boldsymbol{v} + \frac{pr}{\rho_0} \\
\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla.(p\boldsymbol{v}) &= \boldsymbol{f}.\boldsymbol{v} + \frac{pr}{\rho_0}
\end{aligned}$$

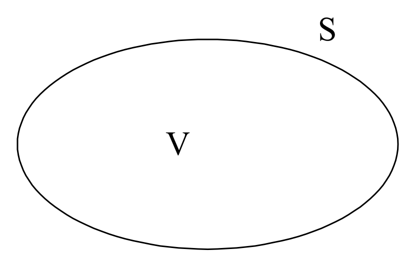
$$w = \frac{1}{2}\rho_0 |\boldsymbol{v}|^2 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{\rho_0 c^2}$$

Densité d’énergie acoustique

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla.\mathbf{I} = \mathbf{f.v} + \frac{pr}{\rho_0}$$

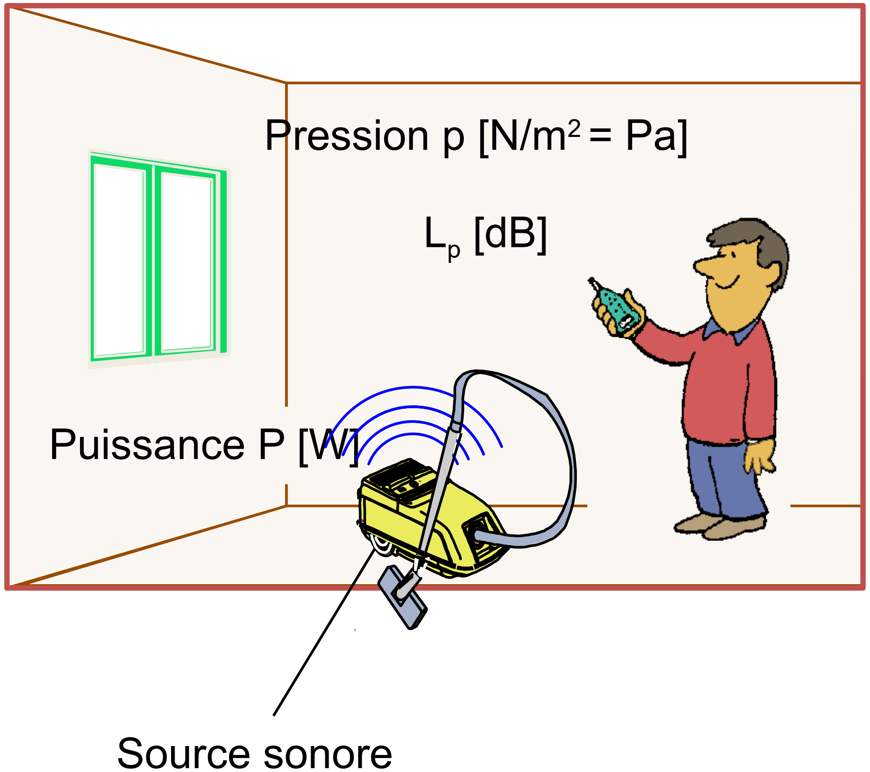
avec $\mathbf{I} = p\mathbf{v}$ Vecteur intensité acoustique

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V w\,dx + \int_S \mathbf{I.n}\,ds = \int_V \left(\mathbf{f.v} + \frac{pr}{\rho_0} \right) dx$$

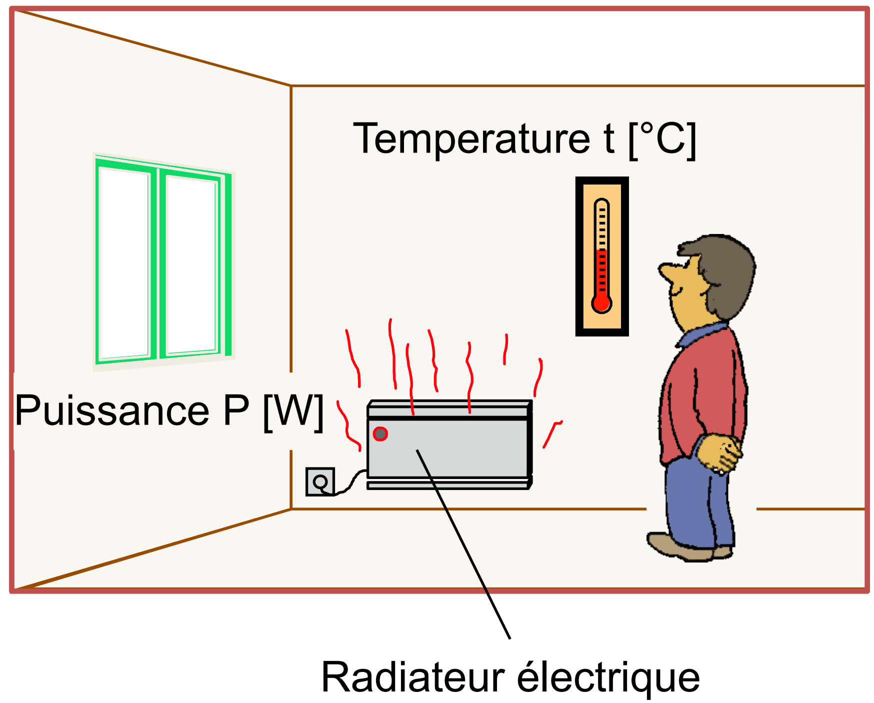


Bilan d'énergie

Pression et puissance



Analogie



- Niveau aussi défini à partir de la puissance acoustique de la source W_s (watts)

- Energie émise par la source pendant la durée T

$$E = T W_s$$

- Niveau sonore

$$L = 10 \log_{10} \frac{W_s}{W_0} \qquad \text{avec} \qquad W_0 = 10^{-12} W$$

- Intrinsèque à la source de bruit (ne dépend pas de la position)

- Niveau aussi défini à partir de l'intensité

$$\boldsymbol{I}=\overline{p\,v}=\frac{1}{T}\int_0^T p\,\boldsymbol{v}\,dt \qquad\qquad W_s=\int_S \boldsymbol{I}\,.\,\boldsymbol{n}\,ds$$

- Niveau sonore

$$L=10\log_{10}\frac{|\boldsymbol{I}|}{I_0} \qquad \text{avec} \qquad I_0=10^{-12}W/m^2$$

- Pour une onde plane dans l'air

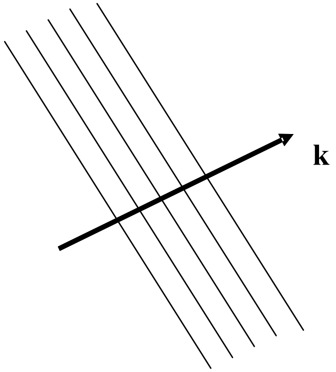
$$I=\frac{p^2}{\rho_0 c} \qquad \text{avec} \qquad \rho c\approx 400$$

Définitions du niveau sonore équivalentes pour des ondes planes

2.4 Solutions élémentaires

Ondes planes 3D

$$\Delta p + k^2 p = 0$$



Une solution possible est $\quad p(\boldsymbol{x}) = \mathrm{Re}\left(p_0 e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}}\right)$

k vecteur d'onde tel que |**k**|=k

La solution en fonction du temps est $\quad p(\boldsymbol{x},t) = \mathrm{Re}\left(p_0 e^{i(\boldsymbol{k}.\boldsymbol{x}-\omega t)}\right)$

Energie et intensité d'une onde plane

$$w=\frac{1}{2}\rho_0|\boldsymbol{v}|^2+\frac{1}{2}\frac{p^2}{\rho_0 c^2}$$

En moyenne $$\langle w\rangle=\frac{1}{2}\rho_0\langle|\boldsymbol{v}|^2\rangle+\frac{1}{2}\langle\frac{p^2}{\rho_0 c^2}\rangle=\rho_0\langle|\boldsymbol{v}|^2\rangle=\langle\frac{p^2}{\rho_0 c^2}\rangle$$

car $$p=Zv=\rho_0 cv$$ (seulement pour l'onde plane)

Intensité $$\langle I\rangle=\langle pv\rangle=\rho_0 c\langle v^2\rangle=c\langle w\rangle$$

Source ponctuelle en dimension 1

$$p'' + k^2 p = -\delta(x - x_s)$$

- Solution générale

$$p(x) = A\, e^{ik(x - x_s)} + B\, e^{-ik(x - x_s)}$$

- Conditions de radiation

$$\begin{aligned} p(x) &= a\, e^{ik(x-x_s)} \quad pour \;\; x > x_s \\ p(x) &= b\, e^{-ik(x-x_s)} \quad pour \;\; x < x_s \end{aligned}$$

- Comportement en x_s

$$\begin{aligned} a - b &= 0 \\ ik(a+b) &= -1 \end{aligned}$$

- Solution

$$p(x) = -\frac{1}{2ik} e^{ik|x - x_s|}$$

Source ponctuelle en dimension 1 / Cas temporel

$$p'' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\delta(x - x_s)\,\delta(t)$$

- Transformation de Fourrier

$$p'' + k^2 p = -\delta(x - x_s)$$

- Solution en fréquence

$$p(x) = -\frac{1}{2ik} e^{ik|x - x_s|}$$

- Solution en temps

$$p(x,t) = \frac{c}{2} H(ct - |x - x_s|)$$

Sources ponctuelles en 2D et 3D

Solutions de $$\Delta_x p + k^2 p = -\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})$$

Champ de pression en **x** produit par une source en **y**

On montre que

En 3D $$p(\mathbf{x}) = \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}$$

En 2D $$p(\mathbf{x}) = \frac{i}{4} H_0(k|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)$$ $$H_0 = J_0 + iY_0$$

Source sphérique 3D

Equation des ondes en sphérique $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}-\Delta p=0$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=\frac{1}{r}\frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2}$$

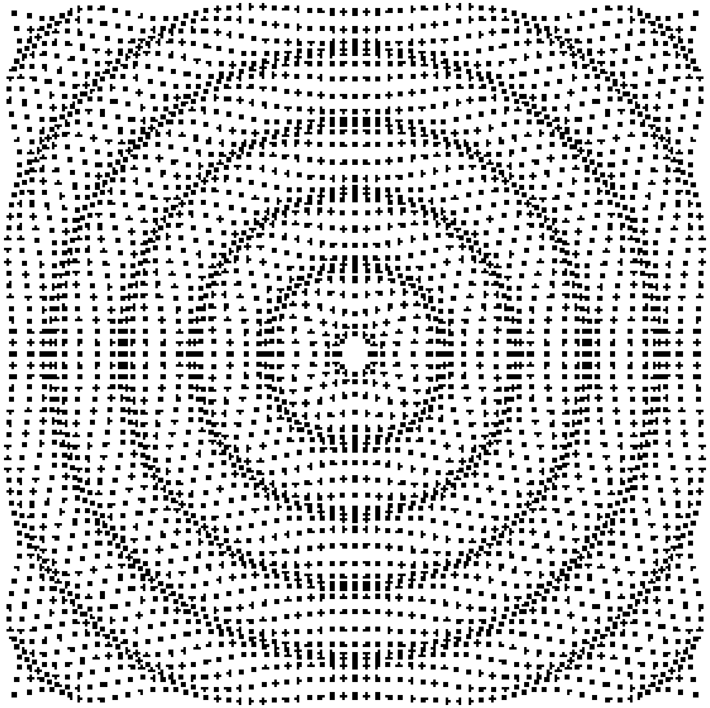
$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 (rp)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2}$$

$$p(r,t)=\frac{1}{r}f(r-ct)+\frac{1}{r}g(r+ct)$$

Ondes divergente et convergente

Source monopolaire

- Exemples:
  - Sphère pulsante
  - Haut-parleur avec baffle
  - Fluide turbulent traversant une petite ouverture

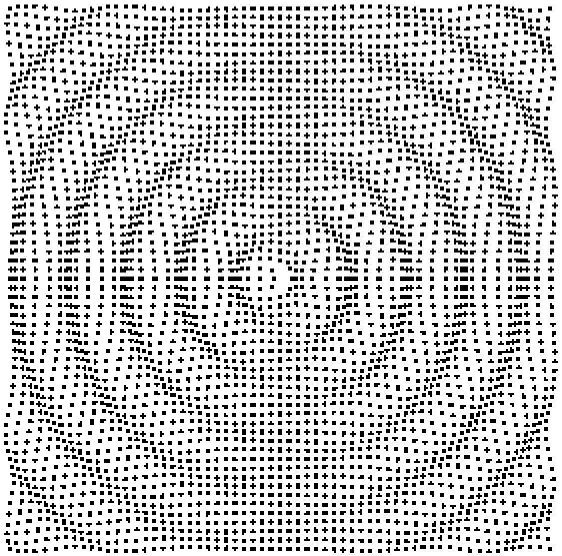


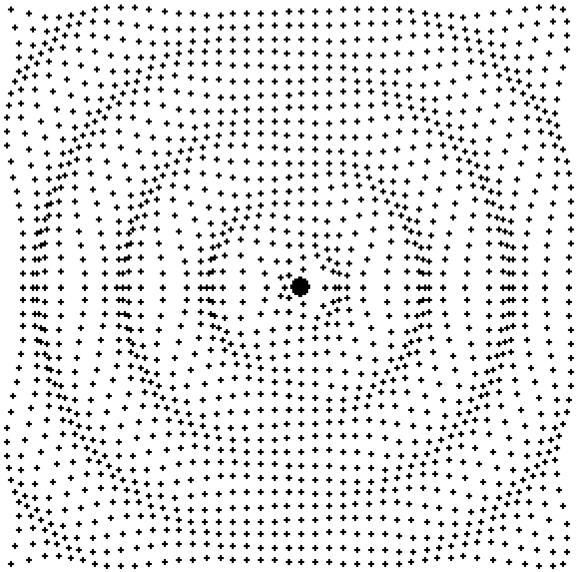
Source dipolaire

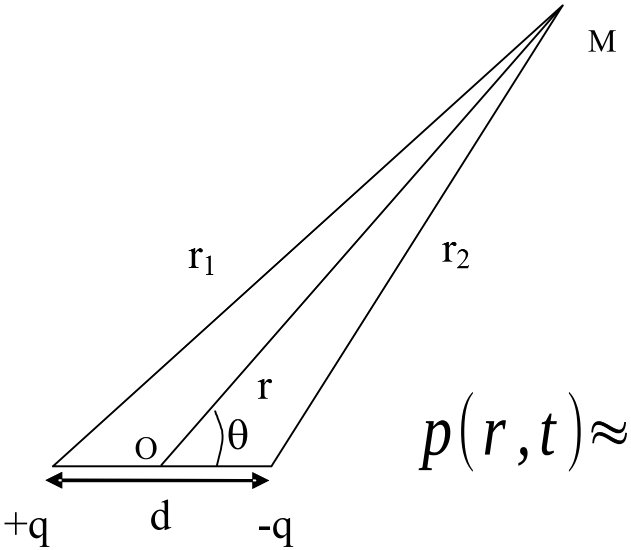
Équivalent à deux monopôles en opposition de phase

Exemples:

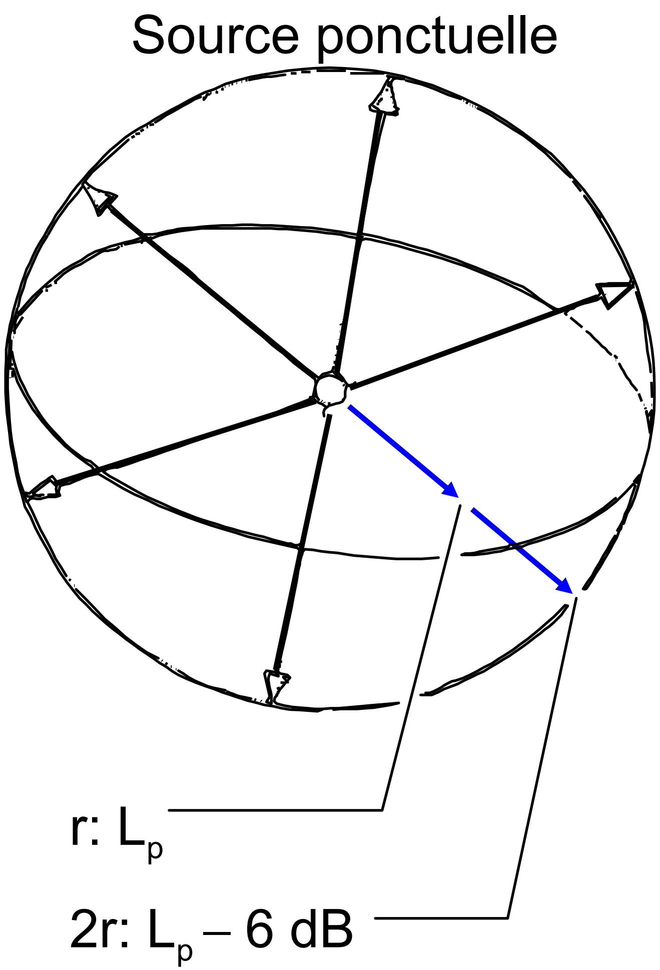
- haut-parleur sans baffle
- Pales d'une turbine
- Jets de fluide chaud dans un milieu froid

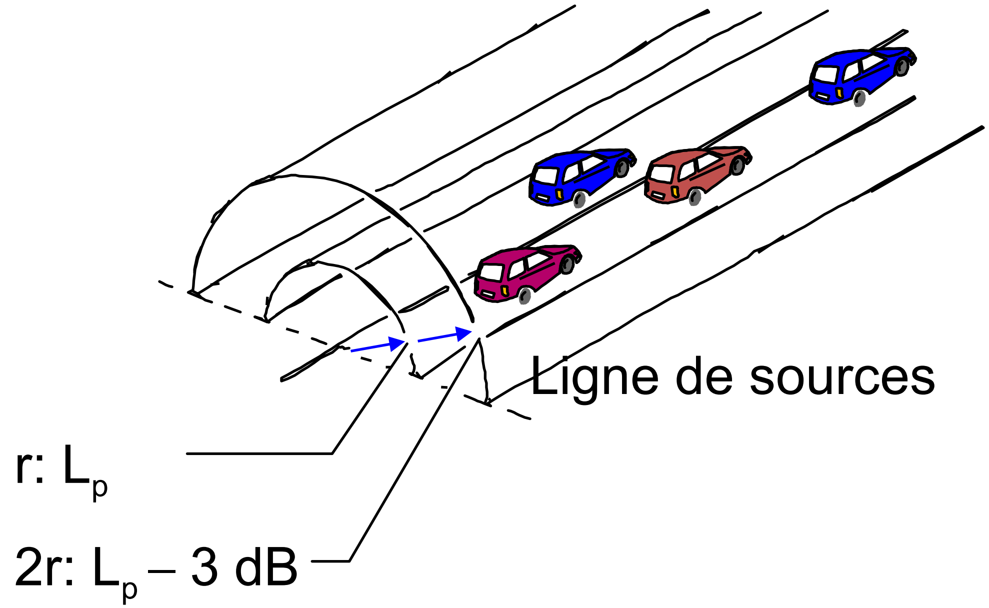


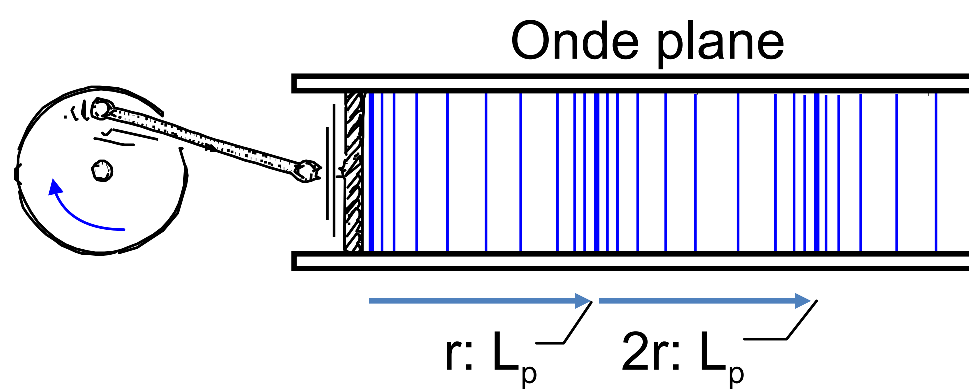




$$p(r,t) \approx \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{4\pi r}\frac{\partial q}{\partial t}\left(t-\frac{r}{c}\right)\right)dr$$


Source ponctuelle
r: L_p
2r: $L_p - 6$ dB


Ligne de sources
r: L_p
2r: $L_p - 3$ dB


Onde plane
r: L_p
2r: L_p

Ondes planes et ponctuelles

Directivité d’une source

FIN