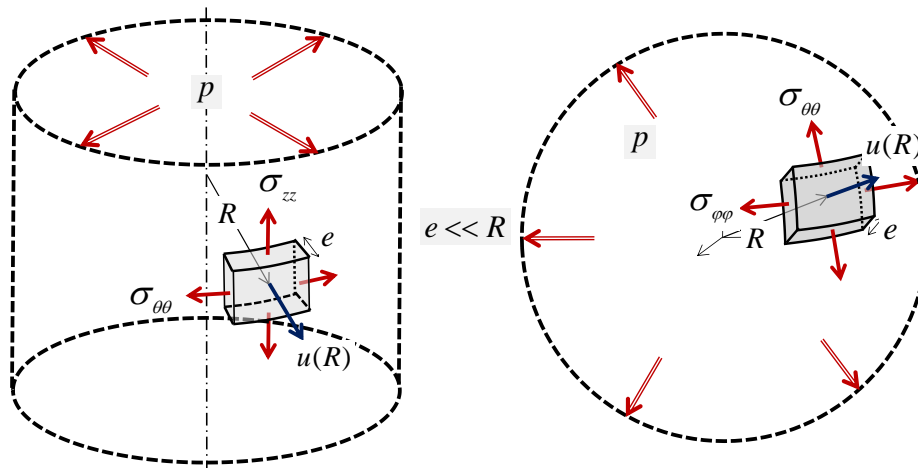


## Analyse élastoplastique et à la ruine de réservoirs sous pression

On s'intéresse au comportement et à la résistance de réservoirs à parois métalliques *minces*, c'est-à-dire dont l'épaisseur est *faible* en comparaison de ses dimensions d'ensemble, contenant un fluide sous pression.

### 1. Réservoirs cylindrique et sphérique sous pression interne



1.1. On se propose de calculer analytiquement la réponse (augmentation du rayon  $R$  caractérisée par le *déplacement radial*  $u(R)$ ), d'un réservoir *cylindrique de longueur infinie*, puis *sphérique*, d'épaisseur  $e \ll R$ , soumis à une pression intérieure  $p$  croissante (voir figures ci-dessus). On fera l'hypothèse simplificatrice de *contrainte plane homogène* dans l'épaisseur du réservoir (justifier les expressions de ces contraintes par un raisonnement d'équilibre), avec :

✓ pour le réservoir *cylindrique* :

$$\begin{aligned} \text{contraintes principales : } & \sigma_{rr} \cong 0, \sigma_{\theta\theta} = pR/e, \sigma_{zz} \\ \text{déformations principales : } & \varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\theta\theta} = u(R)/R, \varepsilon_{zz} = 0 \end{aligned}$$

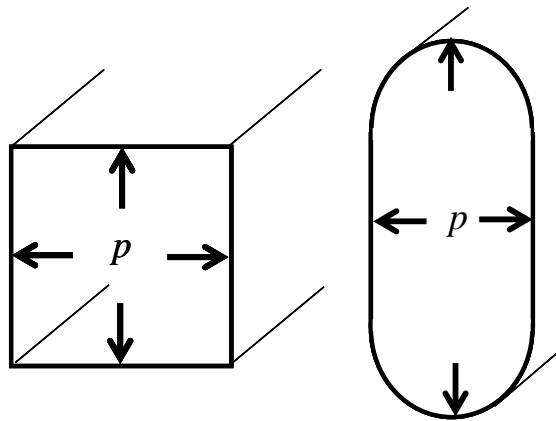
✓ pour le réservoir *sphérique*:

$$\begin{aligned} \text{contraintes principales : } & \sigma_{rr} \cong 0, \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi} = pR/2e \\ \text{déformations principales : } & \varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\phi\phi} = u(R)/R \end{aligned}$$

1.2. Le matériau constitutif (homogène) étant supposé obéir à une loi de comportement *élastique linéaire* (module d'Young  $E$ , coefficient de Poisson  $\nu$ ) *parfaitement plastique standard* (critère de *von Mises* de *limite d'élasticité en cisaillement* égale à  $k$ ), déterminer l'évolution élastoplastique du réservoir sous pression et tracer la courbe donnant  $p$  en fonction de  $u(R)$ .

1.3. Comparer les résultats de l'analyse précédente à ceux obtenus par le logiciel *Optum* (penser à utiliser la version *axisymétrique*) et discuter en fonction du rapport  $e/R$ .

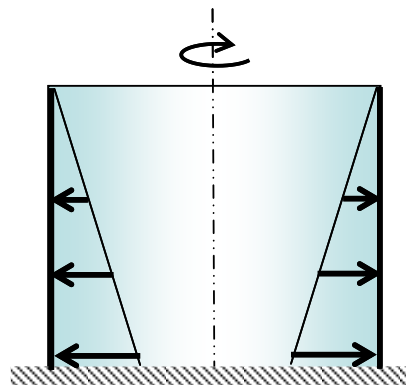
## 2. Réservoirs cylindriques comme assemblages de plaques/coques en *déformation plane*



2.1. Calculer par voie analytique la *pression limite* du réservoir de section carrée représenté ci-dessus (figure de gauche), modélisé comme un assemblage de quatre plaques en déformation plane, traitées comme des *poutres en flexion*. On utilisera les symétries du problème. Comparer aux résultats donnés par *Optum* utilisant des éléments « plaque ».

2.2. Effectuer la même analyse sur le réservoir cylindrique représenté sur la figure de droite à l'aide d'*Optum*. Donner par un calcul à la rupture direct (mécanisme avec *rotules/charnières*) une évaluation de la *pression limite* de ce dernier réservoir.

## 3. Pression limite d'une cuve cylindrique modélisée comme une coque de révolution



Le réservoir représenté ci-dessus est soumis à une distribution de pression *hydrostatique*. On formulera tout d'abord le critère de résistance en tout point en variables généralisées (moments de flexion), puis on mettra en œuvre l'approche cinématique par l'extérieur utilisant des mécanismes de ruine avec charnières. Présenter les résultats sous forme adimensionnelle, les paramètres entrant en jeu étant le rayon et la hauteur du réservoir, son épaisseur, la résistance du matériau constitutif (*Tresca* ou *von Mises*), ainsi que le gradient de pression.

Comparer les résultats à ceux fournis par *Optum*.

\*\*\*\*\*