

Mini-projet de Recherche Opérationnelle

Déploiement de fibre optique

A rendre pour le 10 janvier 2019 minuit

Les projets sont à effectuer par groupe de trois élèves (ou deux élèves). Chaque groupe rendra,

- par mail à `axel.parmentier@enpc.fr`,
 - Le sujet du mail devra contenir les noms et prénoms des élèves du groupe.
- *un dossier compressé* `projet_NomEleve1_NomEleve_NomEleve3.zip` contenant :
 - Un rapport au format pdf nommé `projet_NomEleve1_NomEleve_NomEleve3.pdf`.
 - Les fichiers `nice.txt`, `grenoble.txt` et `paris.txt` contenant les solutions du problèmes de la partie 2.

Merci de respecter la nomenclature et les format zip et pdf : *-1 point pour ceux qui ne les respectent pas.*

1 La douzième machine (8 pts)

Vous êtes responsable d'un atelier qui doit assurer une production fixée pour différents biens sur une journée. Pour réaliser cette production, vous disposez de 12 machines. Chacune des ces 12 machines possède une capacité de production différente pour chacun de ces biens, et ne peut produire qu'un bien à la fois.

Pour minimiser les coûts, et pour faire face à d'autres demandes de production, vous souhaitez utiliser le moins de machines possibles pour satisfaire ces productions.

Dans le tableau suivant est indiquée, pour chaque bien, la quantité qui doit être produite sur la journée.

Biens	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Demande	34	21	22	67	54	10	43	28	17

Pour chaque couple (b, m) , on note $q(b, m)$ la quantité totale de bien b produit par la machine m sur la journée si cette dernière limite sa production au bien b . Une machine peut changer de bien produit au cours de la journée, mais le changement de bien induit un arrêt de la machine égal à $\delta = 0.1$ (l'unité de temps étant la journée). La quantité de bien b produit par une machine m sur un laps de temps t est égal à $tq(b, m)$ (l'unité de temps étant la journée). La matrice $q(b, m)$ est donnée par le tableau suivant.

		Machines											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Biens	1	41	61	55	66	38	75	40	33	62	53	44	?
	2	29	33	80	21	54	68	32	33	40	29	31	?
	3	30	66	78	30	55	53	47	35	45	29	79	?
	4	56	38	33	77	65	39	99	84	77	69	53	?
	5	102	87	38	28	27	67	61	49	67	54	95	?
	6	46	40	54	67	65	55	44	48	59	53	73	?
	7	49	44	64	75	87	92	52	41	43	56	77	?
	8	23	25	21	28	37	55	38	52	51	46	46	?
	9	89	76	54	88	45	44	78	77	43	61	67	?

Attention, les caractéristiques de la douzième machine sont obtenues de la manière suivante :

- fabriquez une chaîne 9 de caractères en accolant les prénoms des élèves du groupe.
- $q(b, 12)$ sera égal à $25 + 3 \times i$ où i est l'index dans l'ordre alphabétique de la b ème lettre de la chaîne de caractères.

Par exemple, si les prénoms des élèves du groupe sont Socrate, Platon et Aristote le chaîne sera

socratepl

et le tableau suivant donne $q(b, 12)$

Bien b	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Lettre	S	O	C	R	A	T	E	P	L
Index i	19	15	3	18	1	20	5	16	12
$q(b, 12)$	82	70	34	79	28	85	40	73	61

Vous fournirez dans le rapport le tableau équivalent correspondant à votre groupe.

1.1 Ce qui est demandé

On souhaite chercher une solution avec le moins de machines possible.

- Modéliser ce problème en toute généralité sous forme d'un programme linéaire en nombres entiers. *Justifier.* (5 points)
- Proposer une solution sur les données précisées ci-dessus (et la douzième colonne fabriquée comme expliqué ci-dessus) à l'aide d'un solveur. Vous pouvez par exemple adapter le code vu en TP.

2 Déploiement de fibres optiques (12 points)

Cette partie est tirée du sujet du KIRO 2018, et son sujet a été proposé par Local-Solver.



FIGURE 1 – Exemple d’agglomération à couvrir

2.1 Problématique métier

Les opérateurs télécoms déploient des réseaux de fibres optiques pour raccorder les antennes de leur activité mobile à leur cœur de réseau. Ce réseau a pour but d’absorber l’augmentation de trafic liées aux technologies 4G et d’anticiper les besoins en 5G en remplaçant les vieux liens par des liens optiques plus efficaces. On parle alors d’un déploiement de réseau FTTA (Fiber To The Antenna). Les fibres sont tirées dans un réseau de fourreaux installé par l’opérateur historique. L’objectif de ce challenge est de proposer une architecture FTTA pour trois grandes agglomérations françaises : Grenoble, Nice et Paris.

La Figure 1 présente une agglomération à couvrir. Le cœur de réseau (ou DN pour Distribution Node) est représenté par le carré bleu, les antennes (Terminals) par les triangles roses et les fourreaux par les arcs bleus.

Afin de garantir la robustesse à la rupture d’un lien les architectures déployées sont idéalement sous forme de boucles. Cette architecture a un coût élevé et les opérateurs cherchent un compromis entre une architecture robuste à base de boucles et une architecture économe à base d’arbres. L’architecture cible pour ce challenge est à deux niveaux, des boucles structurantes sur laquelle il est possible d’ancrer des chaines de collecte. Une boucle de distribution doit partir d’un point de distribution puis passe par un maximum de 30 antennes avant de revenir au point de distribution de départ. Une chaîne de collecte va partir d’une antenne appartenant à une boucle de distribution et va passer par un maximum de 5 autres antennes. La Figure 2 donne un exemple d’architecture avec une boucle structurante noire et 4 chaines de collecte rouge.

Le coût d’une architecture est proportionnel à la longueur des fibres optiques déployées, on cherchera donc à minimiser la longueur totale de fibre optique utilisée pour déployer les trois villes en collectant toutes les antennes.

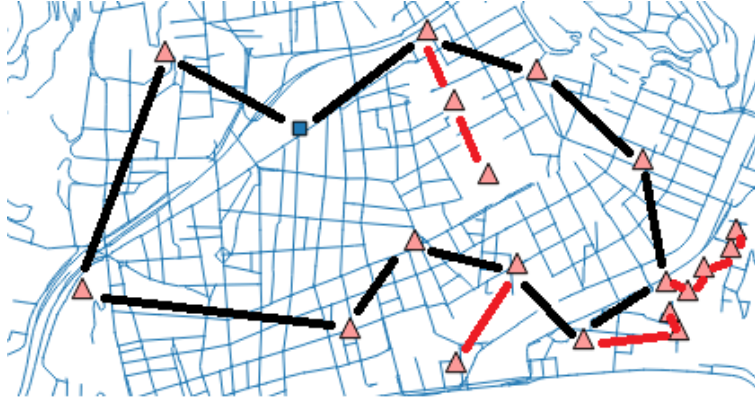


FIGURE 2 – Exemple d'architecture

2.2 Description mathématique

Soit V^p l'ensemble des points de distributions, V^a l'ensemble des antennes, et $V = V^p \cup V^a$. Soit $D = (V, A)$ le graphe orienté complet sur V :

$$A = \{(u, v) : u \in V, v \in V, u \neq v\}.$$

Soit $\ell_a \in \mathbb{Z}_+$ la longueur de l'arête a . Les fourreaux n'étant pas symétriques, il est possible que $\ell_{(v,u)} \neq \ell_{(u,v)}$.

Une *boucle structurante* C est un circuit C dans D contenant au moins un sommet dans V^p et au plus $k^{mb} = 30$ sommets dans V^a . En notant $v_1, v_2, \dots, v_k, v_1$ la suite de sommets dans C , le coût de C est

$$c_C = \sum_{a \in C} \ell_a = \ell_{(v_k, v_1)} + \sum_{i=2}^k \ell_{(v_{i-1}, v_i)}.$$

Une *chaîne de collecte* pour une boucle structurante C est un chemin P dans D qui commence par un sommet de C et contient au plus $k^{mc} = 5$ sommets qui ne sont pas dans C . En notant v_1, \dots, v_k les sommets de P (où $v_1 \in C$ et $k \leq k^{mc} + 1$), le coût de la chaîne de collecte P est

$$c_P = \sum_{a \in P} \ell_a = \sum_{i=2}^k \ell_{(v_{i-1}, v_i)}.$$

Un *réseau* r est composé d'une boucle structurante C^r et d'une collection \mathcal{P}^r de chaînes de collecte pour C^r . Un réseau r couvre une antenne $v \in V^a$ si v est un sommet de C^r ou un sommet d'une chaîne P de \mathcal{P}^r . Plusieurs chaînes de collecte d'un même réseau peuvent se terminer sur le même sommet de la boucle structurante. Le nombre de chaînes de collectes dans un réseau n'est pas limité. Le coût d'un réseau est

$$c_r = c_{C^r} + \sum_{P \in \mathcal{P}^r} c_P.$$

Une *architecture* est une collection \mathcal{R} de réseaux r telle que chaque antenne de V^a est couverte par exactement un réseau r de \mathcal{R} . Le coût d'une architecture \mathcal{R} est

$$c_{\mathcal{R}} = \sum_{r \in \mathcal{R}} c_r.$$

Le problème consiste à trouver une architecture \mathcal{R} de coût minimum.

Les coordonnées géographiques de chaque sommet de V vous sont fournies. Nous insistons sur le fait que la distance $\ell_{(u,v)}$ n'est pas la distance euclidienne entre u et v . Toutefois, les coordonnées des sommets peuvent fournir une information intéressante car ces distances sont corrélées.

2.3 Format des instances et des solutions

Les données sont dans des dossiers correspondant à une des trois villes. Chaque dossier contient un fichier **nodes.csv** décrivant les sommets de l'instance (points de distribution et antennes) et un fichier **distances.csv** contenant la matrice des distances entre chaque paire de sommets.

Le fichier **nodes.csv** contient une ligne par sommet. L'index du sommet sur la première ligne est 0. Les deux premières colonnes donnent les coordonnées du sommet et la troisième son type : **distribution** (point de distribution) ou **terminal** (antennes). Voici un exemple de fichier **nodes.csv**.

```
5.76718673776955;45.1868105403962;distribution
5.81532994477435;45.2506180935299;distribution
5.72943382836614;45.1898920801397;terminal
5.75068308330930;45.2016577552734;terminal
```

Le fichier **distances.csv** contient une ligne par paire de sommets contenant la distance depuis le premier sommet vers le deuxième en utilisant les fourreaux. La première ligne contient la distance entre le premier sommet et lui-même, la seconde contient la distance entre le premier sommet et le second et ainsi de suite. Dans une instance avec n sommets, la distance $\ell_{(u,v)}$ entre le i -ème sommet u et le j -ème sommet v est sur la $(1 + n \times i + j)$ -ème ligne de **distances.csv**. Par exemple, voici le début du fichier **distances.csv** pour la même instance que le fichier **nodes.csv** ci-dessus.

```
0
33
15
24
32
0
17
etc .
```

Par exemple $\ell_{(0,1)} = 33$, $\ell_{(1,0)} = 32$ et $\ell_{(1,2)} = 17$.

Le format de sortie attendue est un fichier .txt par ville. Chaque ligne contient la liste ordonnée des sommets visités par une boucle structurante ou une chaîne de collecte. Une ligne correspondant à une *boucle structurante* commence par *b*. Une ligne correspondant à une *chaîne de collecte* commence par *c*. Nous rappelons que les sommets sont décrits par leur position dans le fichier nodes.csv en commençant

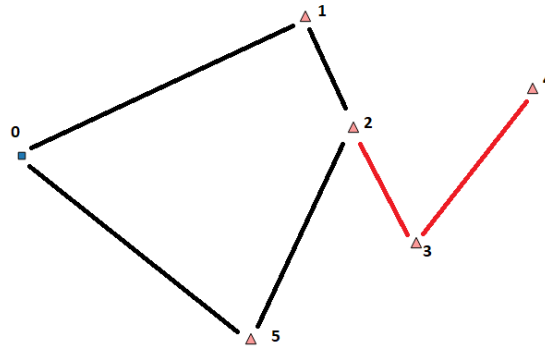


FIGURE 3 – Exemple de solution avec un seul réseau

à l'indice 0. La sortie attendue pour la solution simple présentée en Figure 3 s'écrit de la manière suivante.

b	0	1	2	5
c	2	3	4	

Une autre solution à deux réseaux est

b	0	1	2
c	2	4	
b	0	3	5

2.4 Ce qui est demandé

Par une/des stratégie(s) de votre choix, proposer pour chaque instance une solution.

- Vous rendrez un fichier au format voulu donnant votre solution pour chaque instance.
- La qualité des stratégies de résolution utilisées et de leur présentation dans le rapport sera notée sur *6 points*.
 - Prouver tout résultat intéressant sur ces approches (exactitude, complexité, etc.). La rigueur et la qualité de la rédaction seront particulièrement prises en compte.
 - Pour les résultats numériques, fournir les couts des solutions, leur optimalité / gap.
- La qualité des solutions fournies sera notée sur *6 points*.
 - Le score d'une équipe est la somme des coûts des solutions proposées pour chaque instance. Les équipes seront classées par score (l'équipe avec le score le plus faible aura la meilleure note). Sur les 6 points, 4 seront liés au classement. (4 points + 2 points bonus pour le premier groupe, 4 points + 1 points bonus pour le second, 4 points le troisième groupe, 3 points pour ceux qui sont dans le premier quart, 2 pour ceux qui sont dans le deuxième quart, 1 point pour ceux qui sont dans le troisième quart, et 0 pour les autres).