

Plasticité

Plasticité : déformation permanente (irréversible) indépendante du temps physique (instantanée)

- Partage de la déformation en une partie élastique et une partie plastique :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p$$

Partie élastique :

$$\dot{\sigma} = \mathbb{C} : \dot{\epsilon}^e$$

Partie plastique :

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma}, \quad G : \text{potentiel plastique,}$$

$\dot{\lambda}$: multiplicateur plastique

Règles d'écoulement:

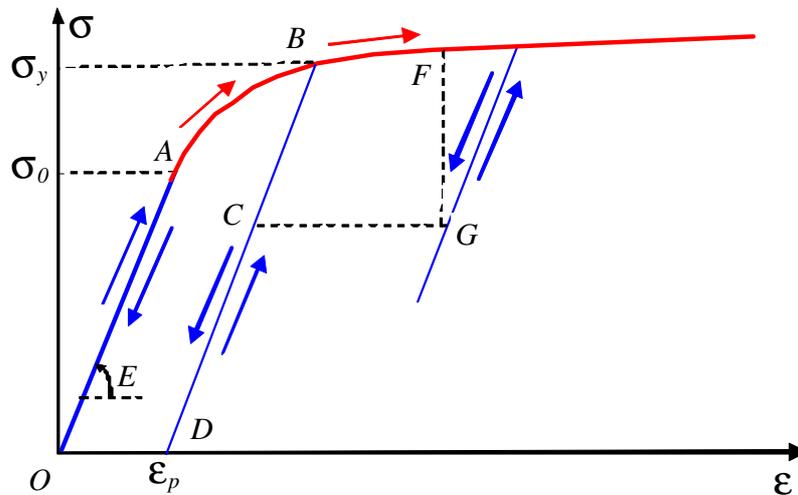
$$\begin{cases} \text{Si } F < 0; & \dot{\lambda} = 0 \\ \text{Si } F = 0; & \dot{\lambda} \geq 0, \dot{F} \leq 0, \dot{\lambda} \dot{F} = 0 \end{cases}$$

- Plasticité parfaite :

Critère de plasticité :

$$F(\sigma) \leq 0$$

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \sigma} : \dot{\sigma}$$



Courbe de contrainte-déformation élastoplastique avec des trajets de charge et de décharge

- Plasticité à potentiel associé : potentiel plastique = critère de plasticité, $G = F$

Exemple: Modèle de Mohr-Coulomb avec plasticité non associée :

(Compressions comptées positives) :

$$F(\sigma) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \phi - C \cos \phi \leq 0$$

$$G(\sigma) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \psi - C \cos \psi$$

ϕ : angle de frottement interne, ψ : angle de dilatance

- Plasticité avec écrouissage (positif ou négatif)

Critère de plasticité :

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \eta) \leq 0, \quad \eta: \text{variable d'écrouissage}$$

à donné par le modèle d'écrouissage: $\dot{\eta} = f(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p)$,

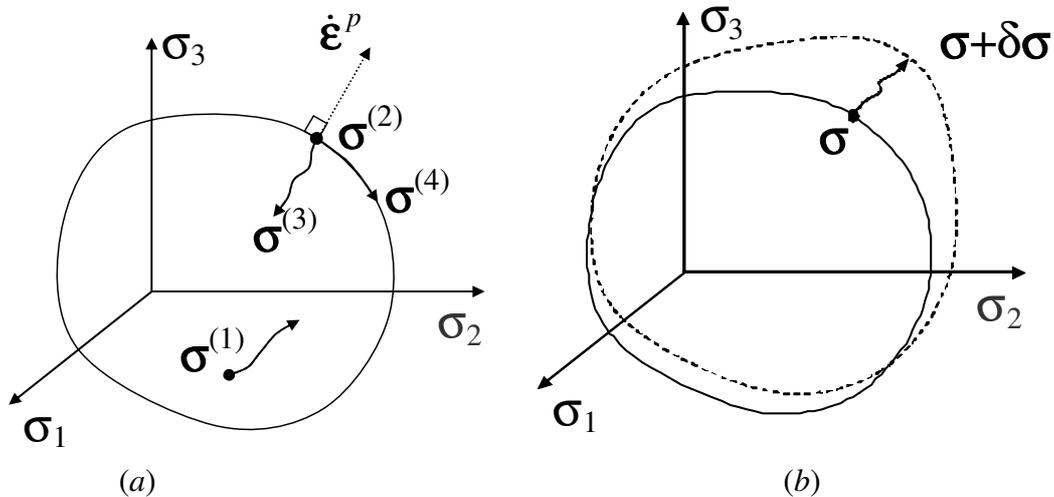
Exemple: $\dot{\eta} = \gamma \|\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p\|$

Quand il y a écrouissage ($\dot{\eta} \neq 0$), l'Equation de consistance exprime qu'on reste sur la surface

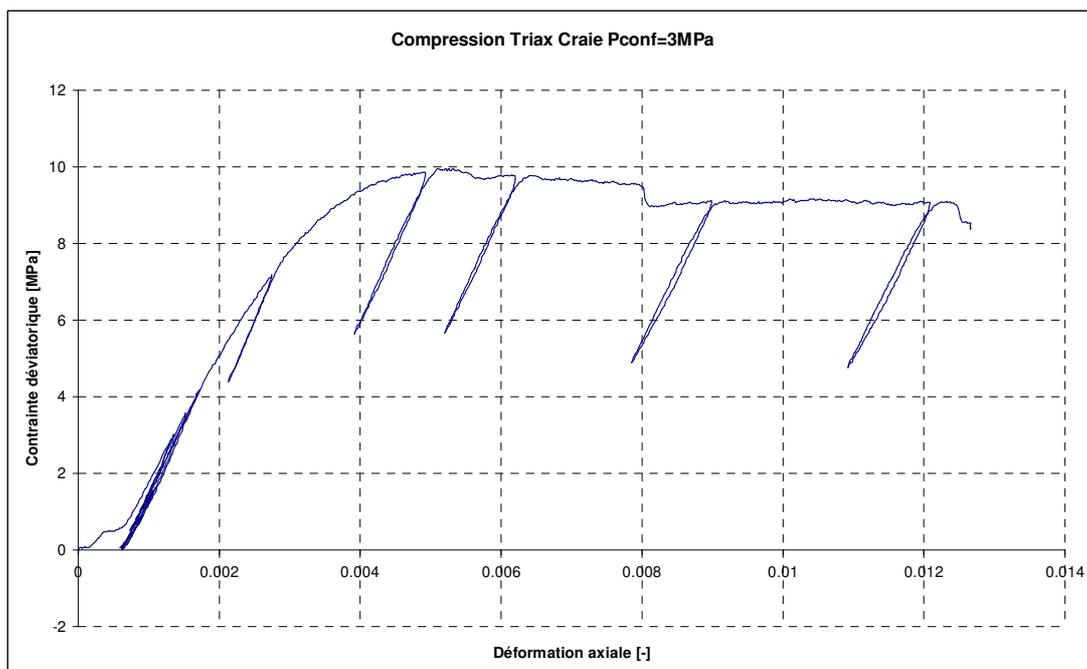
du critère: $\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \dot{\eta} = 0$

Ecrouissage positif : le domaine s'étend localement vers l'extérieur

Ecrouissage négatif (radoucissement) : le domaine se rabat localement vers l'intérieur



(a) : Plasticité à potentiel associé, (b): Evolution du domaine d'élasticité avec l'écrouissage



Courbe de contrainte-déformation d'une craie (compression triaxiale) avec les phases d'écrouissage positif et de radoucissement